

# アナログ信号光伝達システムの性能評価

東京大学理学部坪野研究室 修士1年 谷口信介

平成10年4月28日

## 目次

1	アナログ信号光伝達システムについて	2
2	今回試験したシステムについて	2
2.1	光伝送ユニット	2
2.2	ADC/DAC	3
3	伝達関数	4
3.1	伝達関数の理論値	4
3.2	ADC/DAC のオフセット・ゲインの調整	5
3.3	伝達関数の測定	6
4	ノイズ特性	9
4.1	量子化ノイズ	9
4.2	トランジションノイズ	11
4.3	ADC のサンプリング時間のずれによるノイズ	11
4.4	DAC の出力タイミングのずれによるノイズ	12
4.5	高調波ひずみ	13
4.6	AD/DA 変換によるノイズ	13
5	ノイズの測定	14
5.1	入力 GND 時のノイズの測定	14
5.2	信号入力時のノイズの測定	15
6	チャンネル間の干渉	21
7	まとめ	23
A	双方向通信時のノイズ	24
B	その他使用上の注意	26

# 1 アナログ信号光伝達システムについて

国立天文台の敷地内において干渉計型重力波検出器 TAMA300 が建設中である。TAMA300 で用いる干渉計の制御信号について、高周波の制御信号はニアミラーに返してやるが、低周波の制御信号はエンドミラーに返してやる必要がある。つまり、アナログ信号を 300m 先まで伝送しなければいけない。TAMA300 ではその低周波の制御信号を伝送するためにアナログ信号光伝送システムを用いる。

アナログ信号光伝送システムはデジタル回路であるために、アナログ回路に比べると基本的に雑音は大きくなる。しかし、観測帯域での雑音の大きさが重力波の信号を汚さない程度のものであればよいので、16bit サンプルングをフルに活用したアナログ信号光伝送システムを開発した。

本報告書ではアナログ信号光伝送システムのノイズがどの程度になるか実際の試作機を用いて測定した。

将来的には、キロメートルクラスの干渉計を建設した時にもアナログ信号光伝送システムの技術は役立つものと考えられる。

今回試験したシステムの特徴などは第 2 章において説明する。光伝送システムの伝達特性については第 3 章において理論値と測定値について考察する。また、光伝送システムはデジタル回路であるからデジタル特有のノイズをいくつかもっており、これらのノイズ特性の一般的な考察は第 4 章でおこない、第 5 章において入力 GND 時のノイズと信号入力時のノイズについて測定した。今回試験したシステムは片方向で 4ch あるのでそれらの間で干渉があるかどうかについては第 6 章で測定した。

## 2 今回試験したシステムについて

### 2.1 光伝送ユニット

今回試験したアナログ信号光伝送システムはモジュールが 2 台 1 組なので便宜的に A 号機 B 号機と名づけた。

モジュール内部は光伝送ユニット (NW104A) と ADC/DAC<sup>1</sup> の載っている基板と二つに分けることができ、これらはコネクタによってつながれている。

光伝送ユニットは主に次のような役割を果たす。

- 4 チャンネルの ADC から送られるデジタル信号を一つにまとめて一本の光ファイバーで送信する。さらに受信した光信号を 4 チャンネル分のデジタル信号に分けて DAC に送る。
- ADC/DAC に clock 及びサンプルングのタイミングを与える。
- 受信した光信号から DAC 用の clock を作る。

---

<sup>1</sup> ADC…AD コンバーター、DAC…DA コンバーター

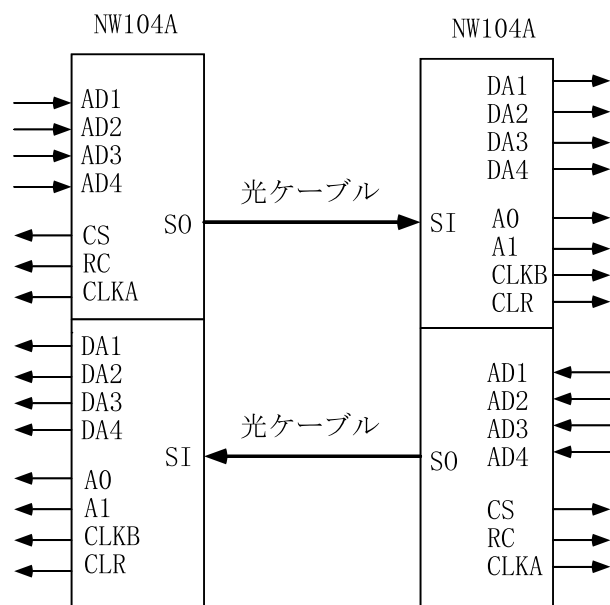


図 1: 光伝送ユニットを通したデータのやり取りの様子

## 2.2 ADC/DAC

今回はつぎのような ADC/DAC を用いた。

ADC Burr-Brown 社製 ADS7807P

DAC Burr-Brown 社製 DAC714P

ともに 16bit で入出力レンジは  $\pm 10V$ 。1LSB =  $305.17578[\mu V]$

A号機 B号機の ADC/DAC の用いる clock はそれぞれ微妙に異なった周波数になっており、それに伴い微妙に違ったサンプリング周波数となっている。

それらのタイミングは上述のように光伝送ユニットから送られるのだが、この光伝送ユニット (NW104A) にはモニター用の LED が点滅するバージョン (ver2.1) と点滅しないバージョン (ver2.2) があり<sup>2</sup>、基本性能は同じだが clock の周波数が微妙に異なる。

それぞれの clock 及びサンプリング周波数を周波数カウンターで測定した。clock 周波数は  $\pm 10$  数 Hz 程度のドリフトがある。サンプリング周波数については clock の 36 分の 1 の周波数なのでドリフトは 1Hz 程度のドリフトとなる。

結果は以下の通りである。

(ver2.1)

<sup>2</sup> ver2.1 では出力スペクトルに  $5.4\text{Hz} \times N$  (整数) のノイズがのっておりその '5.4Hz' という周波数が LED の点滅する周波数約 5.6Hz と近かったために点滅しないバージョンを作ってもらった。結果的には LED の点滅とは無関係だった (後述)

	A 号機	B 号機
ADC 信号用 clock	416.710kHz	416.903kHz
DAC 信号用 clock	416.904kHz	416.709kHz
サンプリング周波数	11.575kHz	11.580kHz

(ver2.2)

	A 号機	B 号機
ADC 信号用 clock	417.205kHz	416.664kHz
DAC 信号用 clock	416.655kHz	417.213kHz
サンプリング周波数	11.589kHz	11.573kHz

### 3 伝達関数

#### 3.1 伝達関数の理論値

まず、量子化誤差などを考慮に入れない理想的な D/A 変換 (bit 数が無限大ということに対応する) の伝達関数の理論値について計算する。

窓関数  $W(t)$  を次のように定義する。

$$W(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & t < 0 \text{ 又は } T_0 < t \end{cases} \quad (1)$$

$x(t)$  という入力があったときサンプリング周波数が  $f_0 = 1/T_0$  とすると出力  $y(t)$  は、

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_0)W(t - nT_0) \quad (2)$$

となる。両辺をフーリエ変換すると、

$$Y(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_0) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt W(t - nT_0) e^{-i\omega t} \quad (3)$$

$$= \frac{T_0}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_0) e^{-i\omega nT_0} e^{-i\omega T_0/2} \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \quad (4)$$

$$= X_s(\omega) e^{-i\omega T_0/2} \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \quad (5)$$

となる。ここで、 $X_s(\omega)$  は  $x(t)$  を離散的なサンプリングによってフーリエ変換したものである。

以上から伝達関数  $H(\omega)$  は、

$$H(\omega) = e^{-i\omega T_0/2} \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \quad (6)$$

$$H(f) = e^{-i\pi f T_0} \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \quad (7)$$

とかける。

伝達関数の絶対値が  $|\sin(\pi f T_0)/\pi f T_0|$  に従うためにサンプリング周波数に対して低い周波数ではフラットになるのに対して、伝達関数の位相遅れは  $\pi f T_0$  と線形に効いてくるので低い周波数でも効いてくるという特徴がある。

### 3.2 ADC/DAC のオフセット・ゲインの調整

ここでは伝達関数の測定を行う前に ADC/DAC のオフセットとゲインを調整する。

今回用いた ADC, DAC はマニュアルでオフセットとゲインのキャリブレーションを行うことが出来る。

ADC のオフセットの調整は、入力をターミネートしたとき ADC の出力をロジックアナライザーで見て、出力される信号の頻度分布が 0V にあたるシリアル出力 (0000 0000 0000 0000) を中心に分布するように可変抵抗の値を調整する。ゲインの調整は 5V 入力したときに 5V にあたるシリアル出力になるように調整する。5V を入力するにはシンセサイザーの DC 出力を用いたが今回のように  $305\mu\text{V}$  程度のものを調整するにはシンセサイザーで 5V 出力したつもりでも実際にはわずかにずれていることがあるので電圧計を用いてシンセの出力を正確に測定し、それに対応するシリアル出力を計算し、頻度分布がその値を中心にするようにした。

DAC のオフセットの調整は ADC のキャリブレーションを終えた上で ADC の入力をターミネートし DAC の出力を電圧計で読んで 0V になるように調整する。

ゲインの調整も同様に ADC にシンセサイザーから 5V 入力したときに DAC の出力が 5V になるようにした。ただしこの場合もシンセサイザーの出力は正確でないのでシンセサイザーの出力を電圧計で測定し DAC からの出力がそれと同じになるように電圧計で測定し調整した。

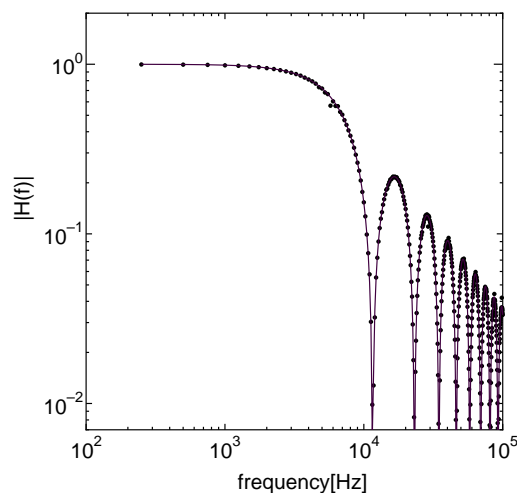
今回用いた ADC, DAC はともにオフセットとゲインを独立に調整することは原理的に出来ないの、上に述べたオフセットとゲインの調整を何度か繰り返すことによってオフセットとゲインを合わせることが出来る。目安としては、ADC の方は‘オフセット ゲイン オフセット’と3回ほどであわせることが出来るが、DAC の方は‘オフセット ゲイン’を何度も繰り返さないと合わない。

以上の方法で ADC の方はオフセット、ゲインともに数  $10\mu\text{V}$  程度のずれになるまで調整した。DAC の方もオフセット、ゲインを調整して結果的に AD/DA 光伝送後にオフセットのずれが数  $10\mu\text{V}$  ゲインが約 5V の入力に対して 1 ~ 3 mV 程度のずれになるまで調整した。

ここで、オフセットとゲインは一度調整しても数  $100\mu\text{V}$  のオーダーでドリフトするが、ドリフトし続けてオフセットなどが遥かにずれてしまうことはない。

また、電源を入れてから、安定した動作になるまで 1 ~ 2 時間のオーダーの時間がかかる事がある。

ADC 及び DAC のオフセット、ゲインの個体間誤差については、ADC については別のチャンネルの ADC と交換してもオフセットやゲインはあまりずれない(せいぜい数  $100\mu\text{V}$  オーダー)が、DAC については他のチャンネルに使われているものと交換すると数 mV



実線：理論曲線  
黒丸：測定値

図 2: A0ch → B0ch の伝達関数の測定値

のオーダーのずれが生じる。

### 3.3 伝達関数の測定

まず、今回測定したアナログ信号光伝送システムにおける位相遅れには、デジタルサンプリングをすることによる位相遅れのほかに、回路内においてアナログ信号をデジタル信号に変換したり光で伝送したりといった時間遅れがある。よって、まず、その回路内での時間遅れの大きさを測定した。

方法としては、方形波を入力して出力側の立ち上がりの遅れをオシロスコープで見る。入力される方形波の立ち上がった瞬間をサンプルした時の出力の立ち上がりの遅れが回路内での時間遅れなので 1 番遅れの少ないものを見て、それを回路内の遅れとする。その結果  $89 \pm 1 \mu\text{sec}$  で、各チャンネルで同じ値である。

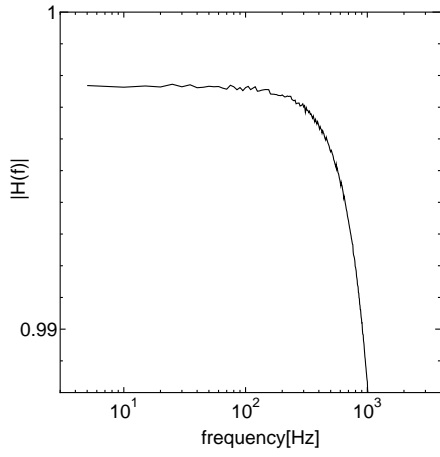
ver2.1 と ver2.2 についてはサンプリング周波数がわずかに異なるだけなのでここでは ver2.2 の光伝送ユニットを用いたものについて議論する。

伝達関数は各チャンネルについて FFT servo analyzer を用いて測定した。sweep には linear sin モードで行った。

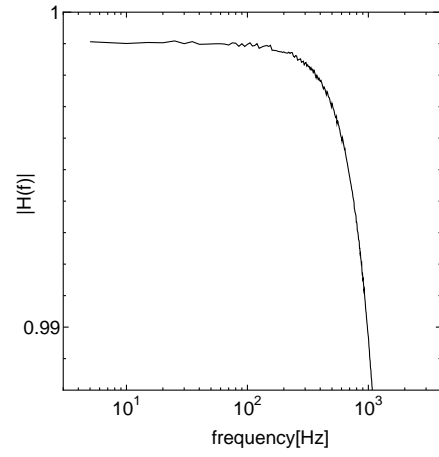
まず、伝達関数の絶対値について、100k[Hz] 以下について理論値と測定値を比較してみる (図 2) その結果理論値とよく一致していることが分かる。

ここで、示したのは A0ch→B0ch についてであるが、各チャンネルとも同様の結果になった。

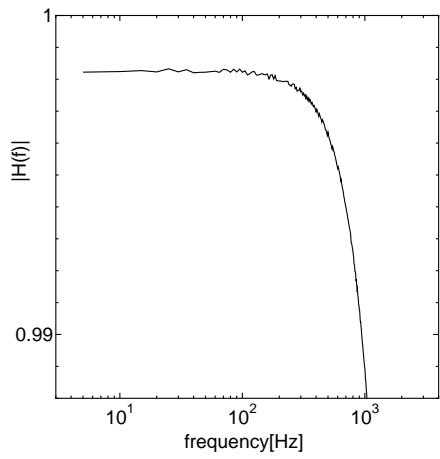
しかし、実際に必要になりそうな低周波について拡大してみるとチャンネル間の隔差が見られる (図 3 ~ 10)。



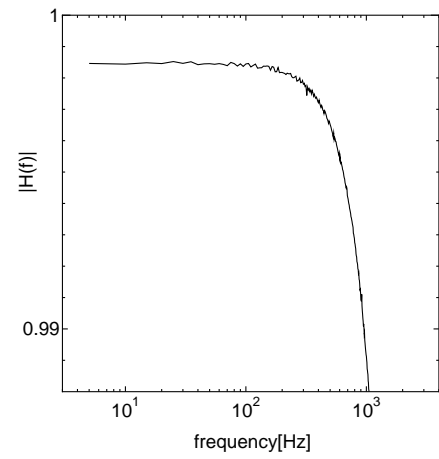
☒ 3: A0ch → B0ch



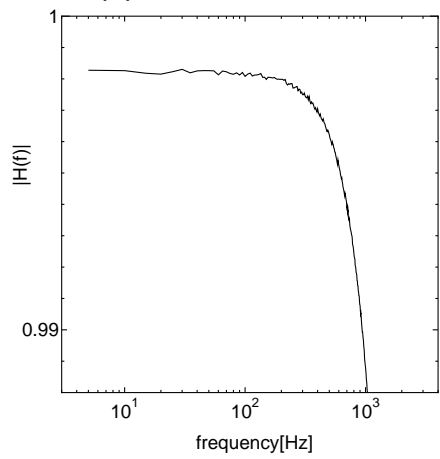
☒ 4: A1ch → B1ch



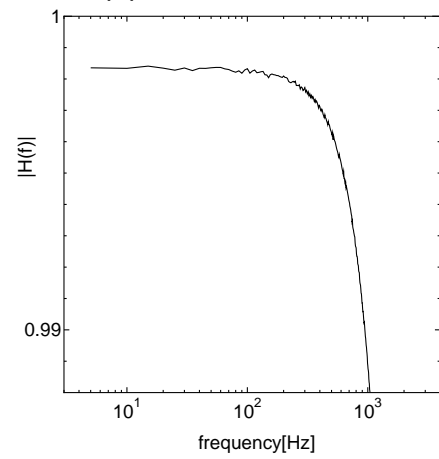
☒ 5: A2ch → B2ch



☒ 6: A3ch → B3ch



☒ 7: B0ch → A0ch



☒ 8: B1ch → A1ch

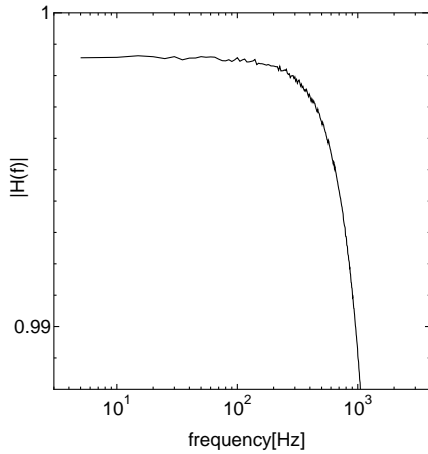


図 9: B2ch→A2ch

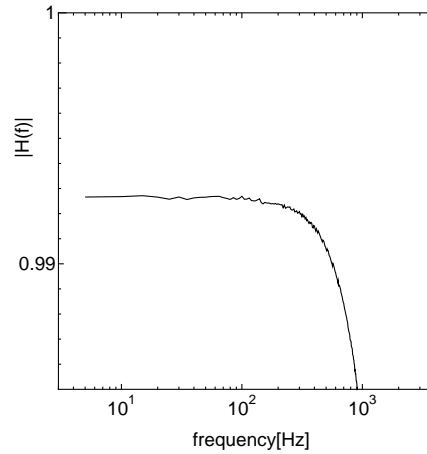


図 10: B3ch→A3ch

伝達関数の絶対値は B3ch→A3ch が 0.9927(at 200Hz 以下) と最も悪い値を持っているがそれ以外のチャンネルは 0.9977~0.9991 と極めてよい値を出している。この領域では、伝達関数の理論値は式 (7) より、ほぼ 1 になるはずだが、それより少しずれている。

伝達関数の測定は FFT servo analyzer を用いて、使用する入力信号は  $2V_{p-p}$  のものを用いた。伝達関数の絶対値というのは波高 1V のものがちゃんと波高 1V で帰ってくるかどうかというもので、ADC/DAC のオフセットゲインがずれていると伝達関数の絶対値が狂うこととなる。よって、オフセット、ゲインをもっと正確にあわせれば改善できるものと考えられる。

そこで、 $\pm 1V$  の DC 電圧を入力した時の AD/DA 光伝送後の出力電圧を調べた。 $\pm 1V$  の DC 電圧はシンセサイザから入力したが正確に  $\pm 1V$  とは限らないので電圧計で測定した。 $\pm 1V$  の入力電圧を  $V_{\pm IN}$  それぞれに対する出力電圧を  $V_{\pm out}$  とする。

$$V_{+IN} = 0.99353V, V_{-IN} = -0.98962V$$

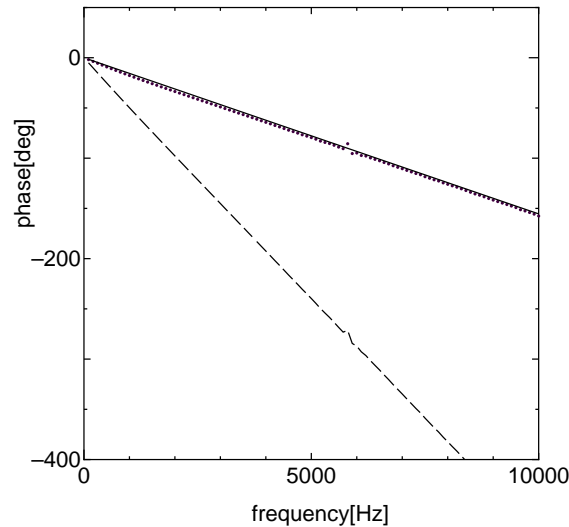
	$V_{+out}$ [V]	$V_{-out}$ [V]	$(V_{+out} - V_{-out}) / (V_{+IN} - V_{-IN})$	伝達関数の絶対値
A0ch→B0ch	0.99378	-0.98928	0.99995	0.9977
A1ch→B1ch	0.99586	-0.98984	1.00129	0.9991
A2ch→B2ch	0.99474	-0.98923	1.00041	0.9982
A3ch→B3ch	0.99460	-0.98987	1.00067	0.9985
B0ch→A0ch	0.99346	-0.99028	1.00030	0.9982
B1ch→A1ch	0.99334	-0.99037	1.00028	0.9983
B2ch→A2ch	0.99551	-0.98875	1.00056	0.9986
B3ch→A3ch	0.99674	-0.97841	0.99597	0.9927

A0ch→B0ch と B3ch→A3ch 以外は  $(V_{+out} - V_{-out}) / (V_{+IN} - V_{-IN})$  が 1 より大きくなっている。それに対して、伝達関数の絶対値は 1 より大きくなっているものはない。しかし、ゲインの正確さと伝達関数の絶対値の値とは相関関係があることが分かる。よって、ゲイ



ン及びオフセットをもっと厳密にあわせれば少なくとも B3ch→A3ch の様に特に伝達関数が悪くなるということはないと考えられる。

ちなみに B3ch→A3ch についてプラス側よりもマイナス側のずれが大きいのでオフセットのずれを調べてみたら約 +7.1mV もずれていた (他のチャンネルは 0.1~1.3mV 程度。)。このチャンネルだけこれだけずれるというのは考えにくいので、何かの拍子で ADC が DAC のオフセット、ゲイン調節用の可変抵抗を動かしてしまったものと考えられる。



破線：サンプリングによる遅れ + 回路内の時間遅れ (実測値)  
 黒丸：サンプリングによる遅れ (実測値)  
 実線：サンプリングによる遅れ (理論値)

図 11: A0ch→B0ch の伝達関数の位相遅れの測定値と理論値

伝達関数の位相遅れについては、回路内における時間遅れと合わせて図 (11) のようになった。これはかなり理論値に近い値である。ここでは、チャンネル間隔差は見られなかったため、A0ch→B0ch の伝達関数についてのみ掲載する。

## 4 ノイズ特性

### 4.1 量子化ノイズ

アナログ信号が連続的な数値を持つことに対してデジタル信号は離散的な値しか持つことができない。よって、ADC を用いてアナログ信号をデジタル信号に変換する時、入力されたアナログ信号に近い値をデジタル信号として出力する。この時、入力されたアナログ信号と出力されたデジタル信号との差を量子化誤差といい、また、それによるノイズを量子化ノイズという。

量子化ノイズのパワースペクトル密度  $S_{\text{qua}}(\omega)$  を求める。サンプリング間隔を  $T_0(1/(\text{サ$

サンプリング周波数)、量子化誤差を  $\sigma^{\text{qua}}$  とすると、量子化誤差を考慮した出力は、

$$y_{\text{qua}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{x(nT_0) + \sigma_n^{\text{qua}}\} W(t - nT_0) \quad (8)$$

と書ける。

よって量子化ノイズのフーリエ成分  $N_{\text{qua}}(\omega)$  は、

$$N_{\text{qua}}(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma_n^{\text{qua}} \int_{-\infty}^{\infty} dt W(t - nT_0) e^{-i\omega t} \quad (9)$$

$$= \frac{T_0}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma_n^{\text{qua}} e^{-in\omega T_0} e^{-i\omega T_0/2} \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \quad (10)$$

とかける。これより量子化誤差のパワースペクトルは

$$S_{\text{qua}}(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\langle \frac{2\pi N_{\text{qua}}(\omega) N_{\text{qua}}^*(\omega)}{2NT_0} \right\rangle \quad (11)$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{2NT_0} \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \sum_{n,m=-N}^N \langle \sigma_n^{\text{qua}} \sigma_m^{\text{qua}} \rangle e^{i(-n+m)\omega T_0} T_0^2 \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (12)$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N \sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}2} T_0 \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (13)$$

( $\sigma_n^{\text{qua}}$  はランダムなのでアンサンブル平均  $\langle \sigma_n^{\text{qua}} \sigma_m^{\text{qua}} \rangle = \sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}2} \delta_{nm}$  とした。)

$$= \frac{\sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}2} T_0}{2\pi} \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (14)$$

$$G_{\text{qua}}(f) = 2\sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}2} T_0 \left( \frac{\sin(\pi f T_0/2)}{\pi f T_0/2} \right)^2 \quad (15)$$

と書ける<sup>3</sup>。

ここで、理想的な場合について  $\sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}}$  を計算する。量子化誤差を  $\pm\Delta$  とすると、理想的な場合の量子化誤差の確率分布関数  $p(\sigma)$  は

$$p(\sigma) = \begin{cases} 1/\Delta & -\Delta/2 \leq \sigma \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

とかける。これより、

$$\sigma_{\text{rms}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} d\sigma \sigma^2 p(\sigma) \quad (17)$$

$$= \frac{\Delta^2}{12} \quad (18)$$

いま、16bit  $\pm 10\text{V}$  レンジだと  $\Delta = 305\mu\text{V}$  となる。いま、サンプリング周波数は約 11.6kHz なので、十分低い周波数では  $\{\sin(\pi f T_0)/\pi f T_0\}^2 \sim 1$  と近似して、量子化ノイズのパワースペクトル密度は約  $1.16[\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}]$  程度となる。

<sup>3</sup> 今回の測定で測定されるパワースペクトル密度は全て、単位周波数あたりの片側パワースペクトル密度  $G(f)$  である。

## 4.2 トランジションノイズ

トランジションノイズとは、ADC のデジタル出力が ADC の内部雑音によって変化する事によるノイズである。

例えば 0V ぴったりを入力し続けた場合、出力されるデジタル出力は 0V に対応するデジタル信号のみのはずであるが、実際にヒストグラムをとってやると、0V を中心にある程度の広がりを持った分布となる。

今回用いた ADC についてトランジションノイズの rms 振幅はカタログ値で 0.8LSB である。

ここでトランジションノイズの理論式を求めると、トランジションノイズを考慮した出力は次のようにかかる。

$$y_{\text{tra}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (x(nT_0) + \sigma_n^{\text{tra}})W(t - nT_0) \quad (19)$$

よって、量子化ノイズを計算した時と同様にしてトランジションノイズのパワースペクトルは、

$$G_{\text{tra}}(f) = 2\sigma_{\text{rms}}^{\text{tra}2}T_0 \left( \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi T_0} \right)^2 \quad (20)$$

と書ける。

## 4.3 ADC のサンプリング時間のずれによるノイズ

ADC のサンプリングの時間が  $\Delta T^{\text{ADC}}$  ずれるとサンプルした電圧値が  $x(nT_0 + \Delta T_n^{\text{ADC}})$  となる。よって出力は、

$$x_{\text{ADC}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_0 + \Delta T_n^{\text{ADC}}) \cdot W(t - nT_0) \quad (21)$$

となり、理想的なサンプリングとの差は、

$$n_{\text{ADC}}(t) = \sum \{x(nT_0 + \Delta T_n^{\text{ADC}}) - x(nT_0)\} \cdot W(t - nT_0) \quad (22)$$

と書ける。

ここで、ADC に入力する信号は ADC のサンプリング周波数よりも小さいので、

$$(\text{信号の特征的時間}) > T_0 \gg \Delta T_n^{\text{ADC}} \quad (23)$$

であるから、 $n_{\text{ADC}}(t)$  は次のように近似できる。

$$n_{\text{ADC}}(t) = \sum \dot{x}(nT_0) \Delta T_n^{\text{ADC}} W(t - nT_0) \quad (24)$$

これは量子化ノイズのパワースペクトルを求めた時と同様にして

$$S_{\text{ADC}}(\omega) = \frac{T_0}{2\pi} \langle \dot{x}(nT_0)^2 \rangle (\Delta T_{\text{rms}}^{\text{ADC}})^2 \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (25)$$

となる。

これより周波数の早く大きい信号を入力するほどノイズは高くなることが分かる。  
とくに振幅  $V$  周波数  $f_s$  の正弦波を入力した時は、

$$S_{\text{ADC}}(\omega) = \frac{T_0}{4\pi} (2\pi f_s V \Delta T_{\text{rms}}^{\text{ADC}})^2 \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (26)$$

$$G_{\text{ADC}}(f) = T_0 (2\pi f_s V \Delta T_{\text{rms}}^{\text{ADC}})^2 \left( \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \right)^2 \quad (27)$$

となる。

#### 4.4 DAC の出力タイミングのずれによるノイズ

DAC の出力タイミングが  $\Delta T^{\text{DAC}}$  ずれると、出力される信号は、

$$x_{\text{DAC}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_0) \cdot W(t - nT_0 - \Delta T_n^{\text{DAC}}, T_0 - \Delta T_n^{\text{DAC}} + \Delta T_{n+1}^{\text{DAC}}) \quad (28)$$

$$W(t, T) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t < 0, T < t \end{cases} \quad (29)$$

よって、理想的な出力信号からのずれは、

$$n_{\text{DAC}}(t) = \sum \{x((n-1)T_0) - x(nT_0)\} \cdot W(t - nT_0, \Delta T_n^{\text{DAC}}) \quad (30)$$

$$= -\sum \{\dot{x}((n-1)T_0)T_0\} \cdot W(t - nT_0, \Delta T_n^{\text{DAC}}) \quad (31)$$

$n_{\text{DAC}}(t)$  のフーリエ成分  $N_{\text{DAC}}(\omega)$  は次のように書ける。

$$N_{\text{DAC}}(\omega) = -\frac{1}{2\pi} \sum \dot{x}((n-1)T_0)T_0 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} W(t - nT_0, \Delta T_n^{\text{DAC}}) e^{-i\omega t} \quad (32)$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \sum \dot{x}((n-1)T_0)T_0 e^{-i\omega nT_0} e^{-i\omega \Delta T_n^{\text{DAC}}/2} \Delta T_n^{\text{DAC}} \frac{\sin(\omega \Delta T_n^{\text{DAC}}/2)}{\omega \Delta T_n^{\text{DAC}}/2} \quad (33)$$

よって、ノイズのパワースペクトルは、

$$S_{\text{DAC}}(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\langle \frac{2\pi N_{\text{DAC}}(\omega) N_{\text{DAC}}^*(\omega)}{2NT_0} \right\rangle \quad (34)$$

$$= \lim \frac{2\pi}{2NT_0} \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \sum_{n,m=-N}^N \langle \dot{x}((n-1)T_0) \dot{x}^*((m-1)T_0) \rangle \\ \times \left\langle \frac{\sin(\omega \Delta T_n^{\text{DAC}}/2)}{\omega/2} \frac{\sin(\omega \Delta T_m^{\text{DAC}}/2)}{\omega/2} \right\rangle e^{i\{(m-n)T_0 + (\Delta T_m - \Delta T_n)\}\omega T_0^2} \quad (35)$$

$$= \frac{T_0}{2\pi} \langle \dot{x}(nT_0)^2 \rangle \left\langle \left( \frac{\sin(\omega \Delta T_n^{\text{DAC}}/2)}{\omega/2} \right)^2 \right\rangle \quad (36)$$

となる。ここで、出力タイミングのずれ  $\Delta T^{\text{DAC}}$  が考慮すべき周波数  $(\omega/2\pi)$  の時間スケールにくらべて非常に小さいことを考えると、

$$S_{\text{DAC}}(\omega) = \frac{T_0}{2\pi} \langle \dot{x}(nT_0)^2 \rangle > \langle \Delta T_n^{\text{DAC}^2} \rangle \quad (37)$$

$$= \frac{T_0}{2\pi} \langle \dot{x}(nT_0)^2 \rangle > (\Delta T_{\text{rms}}^{\text{DAC}})^2 \quad (38)$$

となり、ほぼ一定のノイズがのる。ノイズの大きさについては、高い周波数で大きな信号をいれれば、より大きなノイズになる。

特に振幅  $V$  周期  $f_s$  の正弦波を入力した場合は、

$$S_{\text{DAC}}(\omega) = \frac{T_0}{4\pi} (2\pi f_s V \Delta T_{\text{rms}}^{\text{DAC}})^2 \quad (39)$$

$$G_{\text{DAC}}(f) = T_0 (2\pi f_s V \Delta T_{\text{rms}}^{\text{DAC}})^2 \quad (40)$$

となる。

## 4.5 高調波ひずみ

ADC に純粋な正弦波を入力し、出力のスペクトルをとってやると、元の周波数に対して  $n$  次の高調波が混ざる。これを高調波ひずみという。これは ADC の持つ雑音の一つで、高調波の大きさを  $V_n$ 、元の信号の大きさを  $V_{\text{sig}}$  としてやると、全高調波ひずみ率 (THD) というものを次のように定義することが出来る。

$$THD = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots + V_n^2}}{V_{\text{sig}}} \times 100[\%] \quad (41)$$

これにより、ADC/DAC 光伝送システムでも、純粋な正弦波を送ろうと思ってもその周波数に対して  $n$  次の高調波が混ざることになる。

## 4.6 AD/DA 変換によるノイズ

周波数  $f_s$  振幅  $V_s$  の正弦波が入力された時の出力信号のスペクトルについて考える。

まず、誤差を考慮しない出力信号は、

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_s \sin(\omega_s n T_0) W(t - n T_0) \quad (42)$$

とかけ。これのフーリエ成分は、

$$Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_s \sin(\omega_s n T_0) e^{-i\omega(n+1/2)T_0} T_0 \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \quad (43)$$

となる。よって、出力信号のスペクトルは、

$$S(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\langle \frac{2\pi Y(\omega)Y^*(\omega)}{2NT_0} \right\rangle \quad (44)$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{2NT_0} \left( \frac{V_s}{2\pi} \right)^2 \sum_{n,m=-N}^N \sin(\omega_s n T_0) \sin(\omega_s m T_0) e^{i\omega(m-n)T_0} T_0^2 \\ \times \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (45)$$

$$= - \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{V_s^2 T_0}{4N\pi} \sum_{n,m} \frac{1}{4} (e^{-i\omega_s(n+m)T_0} + e^{i\omega_s(n+m)T_0} - e^{-i\omega_s(n-m)T_0} - e^{i\omega_s(n-m)T_0}) \\ \times e^{-i\omega(n-m)T_0} \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (46)$$

$$= - \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{V_s^2 T_0}{4N\pi} \sum_n \frac{e^{-in(\omega_s+\omega)T_0} - e^{in(\omega_s-\omega)T_0}}{2} \sum_m \frac{e^{-im(\omega_s-\omega)T_0} - e^{im(\omega_s+\omega)T_0}}{2} \\ \times \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (47)$$

$$= \frac{V_s^2 T_0}{4} \sum_{n'} \{ \tilde{\delta}(\omega - (-\omega_s + n'\omega_0)) - \tilde{\delta}(\omega - (\omega_s + n'\omega_0)) \} \\ \times \sum_{m'} \{ \delta(\omega - (-\omega_s + m'\omega_0)) - \delta(\omega - (\omega_s + m'\omega_0)) \} \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (48)$$

(ここで  $\tilde{\delta}(x - x_0) = 1(x = x_0 \text{の場合}), 0(\text{その他の場合})$ )

$$= \frac{V_s^2 T_0}{4} \sum_{m'} \{ \delta(\omega - (-\omega_s + m'\omega_0)) + \delta(\omega - (\omega_s + m'\omega_0)) \} \left( \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \right)^2 \quad (49)$$

これより入力した信号の周波数以外にも  $f_0 \times N(\text{整数}) \pm f_s[\text{Hz}]$  にピークを持つ出力信号となる。純粋な正弦波を入力し、純粋な正弦波が ADC から出力されているぶんには、 $f_0 \times N \pm f_s$  という高い周波数のノイズなので、必要とする帯域ではこのノイズは問題にならない。しかし、入力信号の波形が正弦波でない場合は高調波 ( $f_s \times N[\text{Hz}]$  という成分を持った信号) が含まれるので、 $f_0 \times N \pm f_s \times M(\text{整数})[\text{Hz}]$  という周波数にノイズが乗ることが考えられる。さらに、完璧な正弦波を入力していたとしても高調波歪みにより、出力信号に高調波が含まれることになる。よって、 $f_0 \times N \pm f_s \times M(\text{整数})[\text{Hz}]$  という周波数にノイズが乗ることは原理的に避けられないと考えられる。

## 5 ノイズの測定

### 5.1 入力 GND 時のノイズの測定

入力を GND にとった時、光伝送システムからの出力信号のパワースペクトル密度をスペクトルアナライザを用いて測定した。

入力をターミネートした時は ADC に 0V 入力し続けるのと同じなので、トランジションノイズが見られる。

ノイズのレベルが低いので念のため光伝送システムからの出力を一度アンプに入れて  $10^2$  又は  $10^3$  倍に増幅して測定した。この時、スペクトルアナライザの雑音及びアンプの雑音は光伝送システムの出力のノイズに比べて十分小さかった。また、後述の理由から A 号機/B 号機片方向の通信しかできなくしてから測定した (A 参照)。

ver2.1 についてノイズのパワースペクトル密度を測定したところノイズフロアは高いもので約  $3.6 \pm 0.5 \mu\text{V}(\text{at}1\text{Hz} \sim 1\text{kHz})$  低いもので  $3 \pm 0.5 \mu\text{V}(\text{at}1\text{Hz} \sim 1\text{kHz})$  程だった。

この値は 4.2 節で推定されたトランジションノイズの理論値と近い値になった。また、光伝送ユニット ver2.2 を用いても入力 GND 時のノイズは ver2.1 と同様なチャンネル間隔差を持つ。

ここで、入力 GND 時のノイズにチャンネル間の隔差があるのは ADC/DAC の性能 (量子化誤差) のチャンネル間隔差によることが考えられる。しかし、チャンネル間の誤差が見られる B0ch と B1ch の DAC 及び A0ch と A1ch の ADC をそれぞれを交換してやったところ、入力 GND 時のノイズは変わらなかった。これはトランジションノイズが ADC への入力雑音によるからだと考えられる。

## 5.2 信号入力時のノイズの測定

シンセサイザより  $1\text{kHz}, 2\text{V}_{\text{p-p}}$  の正弦波を入力した時の出力信号のスペクトルを FFT servo analyzer により測定した。

この時、シンセサイザには多くの高調波が含まれるのでそれをある程度カットするためにスタンフォードのローパスフィルターに通してから光伝送システムに入れた (図 20)。ここで、カットオフ周波数は  $1[\text{kHz}]$  とした。

まず、ノイズフロアの大きさについて考える。結果はどのチャンネルでも同じなので ver2.1 の光伝送ユニットを用いて片方向通信にした時 (片側の光ケーブルをぬいた状態) の A0ch  $\rightarrow$  B0ch について議論する。

ノイズフロアが高い周波数でもあまり落ちないのは式 (40) より、DAC の出力タイミングの揺らぎによるノイズが  $1/\Delta T^{\text{DAC}}$  ( $\gg$  (サンプリング周波数)) 程度の高い周波数まで周波数によらず一定になることと、シンセサイザに元々含まれているノイズのせいだと考えられる。

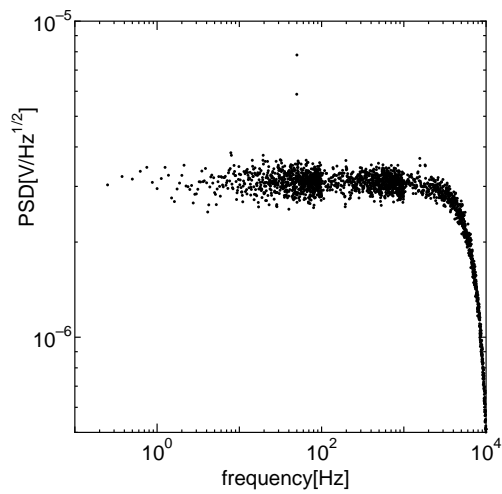
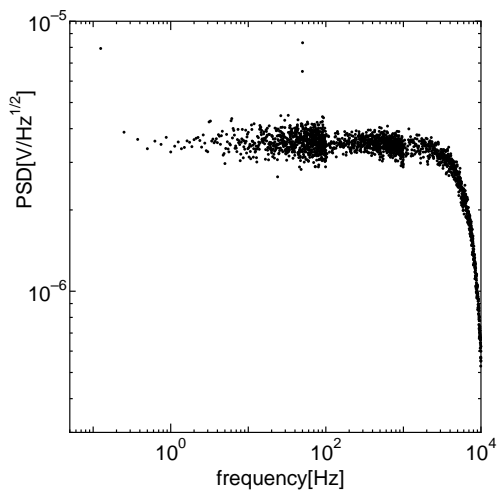
まず、理論式より信号入力時のノイズは次のようにかける。

$$G(f) = \sqrt{(\sigma_{\text{qua}}^2 + \sigma_{\text{tra}}^2 + \sigma_{\text{ADC}}^2) \left( \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \right)^2 + \sigma_{\text{DAC}}^2 + \sigma_{\text{syn}}^2 [\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}]} \quad (50)$$

式 (50) において、 $\sigma_{\text{syn}}$  はシンセサイザのノイズである。

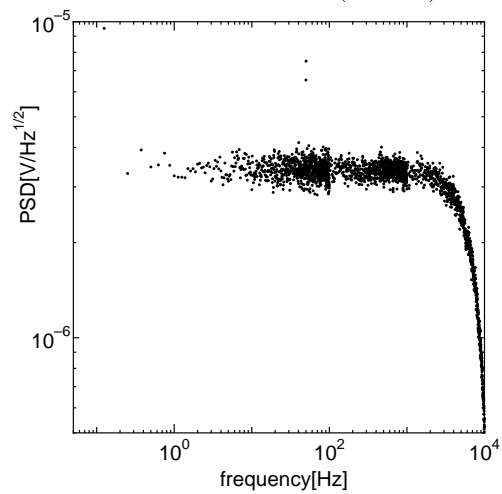
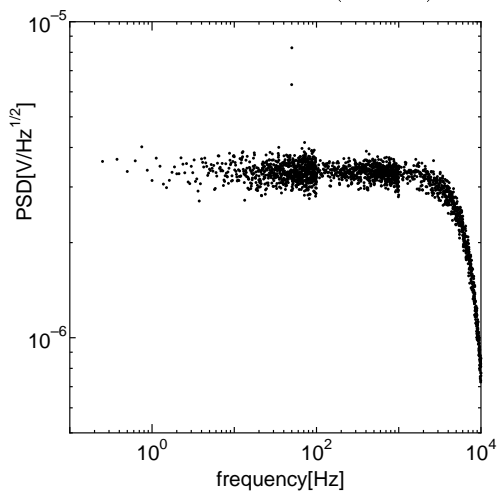
5.1 節の図 12 より、

$$\sigma_{\text{tra}} = 3.6 [\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (51)$$



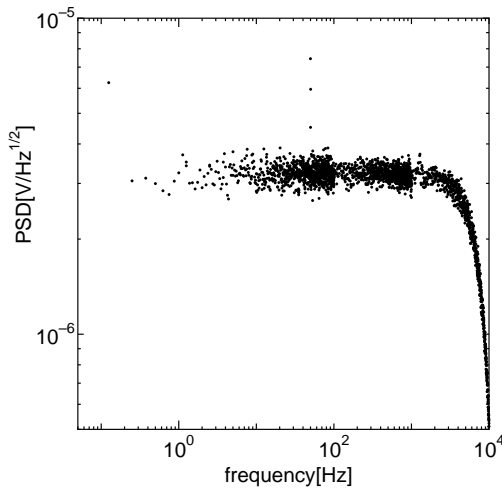
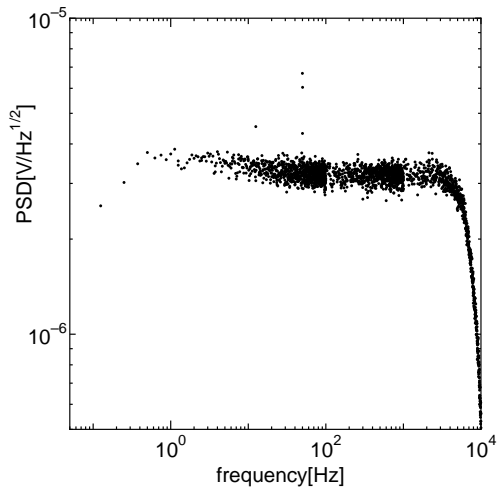
☒ 12: A0ch→B0ch(ver2.2)

☒ 13: A1ch→B1ch(ver2.2)



☒ 14: A2ch→B2ch(ver2.2)

☒ 15: A3ch→B3ch(ver2.2)



☒ 16: B0ch→A0ch(ver2.2)

☒ 17: B1ch→A1ch(ver2.2)



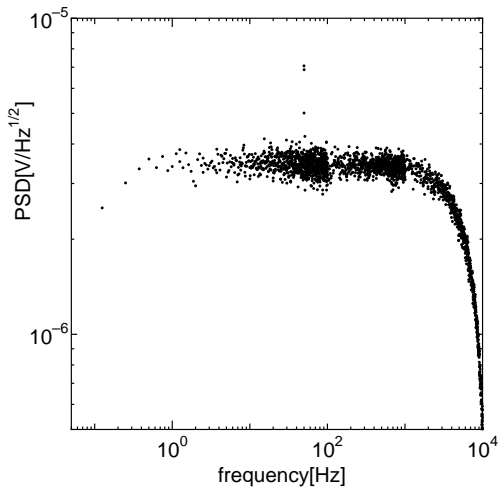


図 18: B2ch→A2ch(ver2.2)

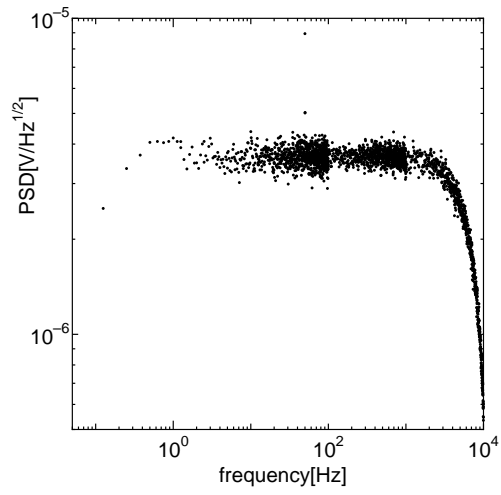


図 19: B3ch→A3ch(ver2.2)

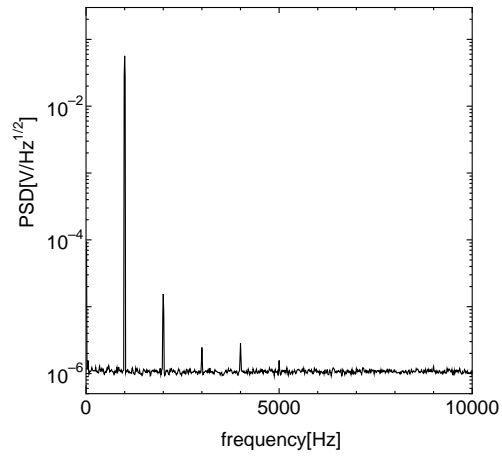


図 20:  $1V_{p-p}$  1kHz の正弦波の出力をローパスフィルターに通したものの

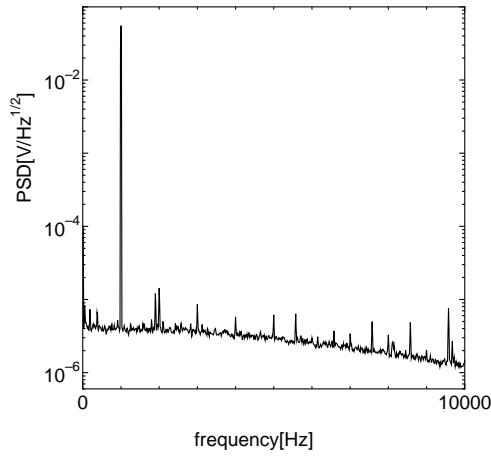


図 21: 1 V<sub>p-p</sub> 1kHz の正弦波入力時 A0ch→B0ch の出力スペクトル

4.1 節より、

$$\sigma_{\text{qua}} = 1.16[\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (52)$$

図 20 より

$$\sigma_{\text{syn}} = 2.0[\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (53)$$

である。低周波領域でのノイズが図 21 より、 $4[\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}]$  であるから、

$$\sigma_{\text{ADC}}^2 + \sigma_{\text{DAC}}^2 = 4^2 - \sigma_{\text{qua}}^2 - \sigma_{\text{tra}}^2 - \sigma_{\text{syn}}^2 \quad (54)$$

$$= 0.5[\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (55)$$

となり、その他のノイズに比べて十分小さい値となる。ここで、ADC と DAC の時間揺らぎ  $\Delta T_{\text{rms}}^{\text{ADC}}, \Delta T_{\text{rms}}^{\text{DAC}}$  が等しいと仮定すると、 $\sigma_{\text{ADC}}^2 = \sigma_{\text{DAC}}^2$  であるから。 $\sigma_{\text{ADC}}^2, \sigma_{\text{DAC}}^2$  の上限値として、

$$\sigma_{\text{ADC}}^2 = \sigma_{\text{DAC}}^2 < 0.5[\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}]^2 \quad (56)$$

程度になる。以上より式 (50) に数値を代入すると

$$G(f) = \sqrt{14.8 \left( \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \right)^2 + 1.7[\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}]} \quad (57)$$

式 (27,40) より、それぞれの時間揺らぎを計算すると、

$$\Delta T_{\text{rms}}^{\text{DAC}} = \Delta T_{\text{rms}}^{\text{ADC}} < 1.7 \times 10^{-8}[\text{sec}] \quad (58)$$

程度となる。今、サンプリング間隔が  $86\mu\text{sec}$  なので、それぞれサンプリング間隔の 0.01% 強の揺らぎがあることが分かる。

次に別の周波数の信号を入力して式 (27,40) よりノイズの大きさの推定をし実際の結果と比較してみる。

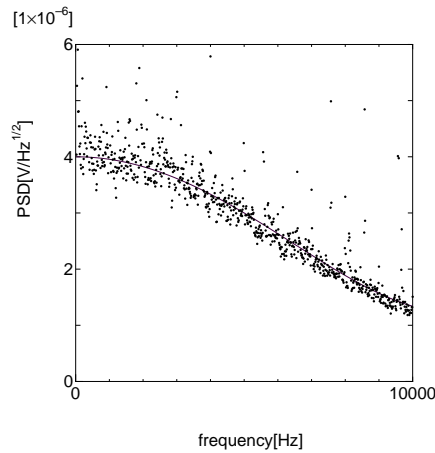


図 22: 1V<sub>p-p</sub> 1kHz の正弦波入力時のノイズの理論値と測定値の比較

1V<sub>p-p</sub>,300Hz の正弦波を入力した。この時、図 24 とかから、

$$\sigma_{\text{syn}} = 2[\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (59)$$

$$\sigma_{\text{ADC}} = \sigma_{\text{DAC}} = 0.2422 \times \left(\frac{0.3}{0.7}\right)^2 [\text{sec}] \quad (60)$$

$$(61)$$

である<sup>4</sup>。これより、

$$G(f) = \sqrt{14.35 \left(\frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0}\right)^2 + 4.04} \quad (62)$$

となる。それを実際の測定値と比較してやると図 (23) の様になり測定値と理論値が良く一致している。よって、ADC,DAC の時間揺らぎに対する見積もりは妥当であると考えられる。

次に高調波などのノイズのピークについて考察する。これは 2V<sub>p-p</sub> 1kHz の信号を入力した時について考える。

高調波などのノイズのピークについては、チャンネルによって差が見られた。

図 25 より、2k,3k,4k[Hz] に元々シンセサイザーに含まれる高調波が見られる。よって、光伝送システムからの出力スペクトルに見られる高調波は ADC の高調波歪み以外にもシンセサイザーの高調波も含む。そこで、高調波のピーク高について、ADC に高調波歪みが全くないとしてシンセサイザーの高調波から計算したものと、実際の測定値を比べてやる<sup>5</sup>。ここでは A0ch→B0ch の測定値を用いた。

<sup>4</sup> 1kHz の正弦波を入れた時はローパスフィルターを入れたが今回は入れ忘れたので 0.7 で割っている。

<sup>5</sup> ピークのパワースペクトル密度はスペクトルアナライザの測定値をそのまま用いたものであり、シンセサイザーの出力についても光伝送システムからの出力についてもバンド幅は同じく 12.5[Hz] となっている。

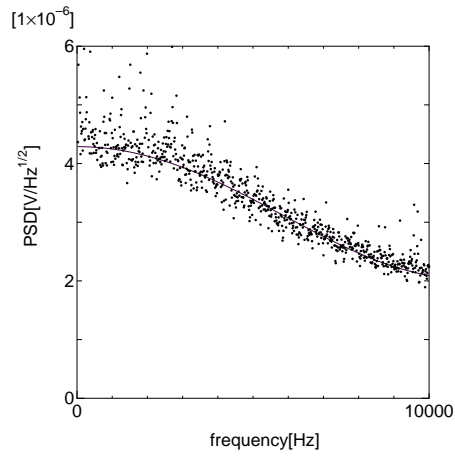


図 23: 1V<sub>p-p</sub> 300Hz の正弦波入力時のノイズの理論値と測定値の比較

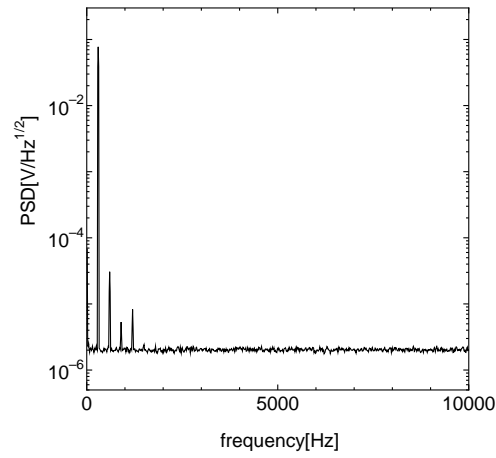


図 24: 1V<sub>p-p</sub> 300Hz の正弦波のシンセサイザからの出力

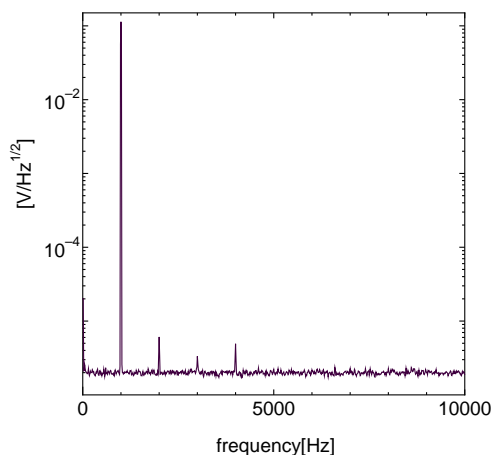


図 25:  $20V_{p-p}$  1kHz の正弦波のシンセサイザからの出力

周波数 [Hz]	計算値 [ $\mu V/\sqrt{Hz}$ ]	測定値 [ $\mu V/\sqrt{Hz}$ ]
2k	5.8	13.4
3k	3.0	6.1
4k	4.0	7.6

これから分かるようにシンセサイザに元々含まれる高調波以外にも ADC の高調波歪みによる高調波も同様に含まれていることが分かる。

また、高調波以外のピークが 6.575[kHz], 7.575[kHz] などにも見られる。これは高調波と AD/DA 変換によるピークである (4.6 節参照)。たとえば、7.575[kHz] は、

$$6.575k \cong f_0 - f_s \times 4 (f_0 = 11.58k, f_s = 1k) \quad (63)$$

$$(64)$$

となるので 4[kHz] の高調波によるものと考えられる。

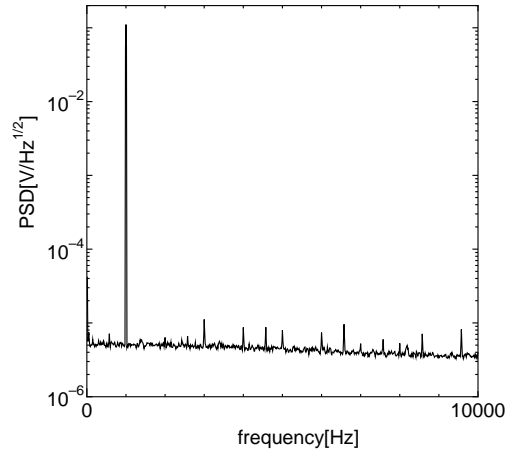
## 6 チャンネル間の干渉

今回試験したシステムは片方向 4ch ありそれらを同時に伝送するのでチャンネル間で干渉するということが考えられる。

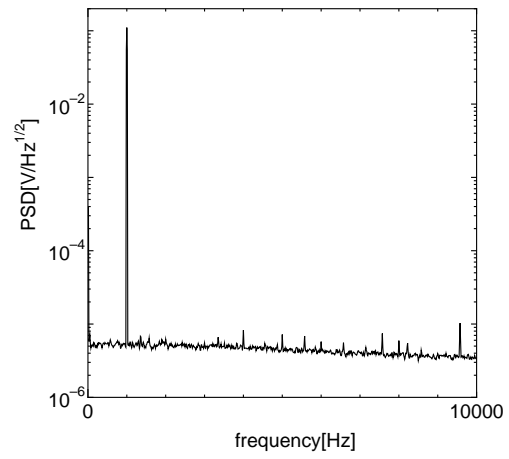
そこで、ここではチャンネル間の干渉について測定した。

A0ch に  $20V_{p-p}$  1kHz の信号を入力したとき A1~3ch, B0~3ch の出力信号について入力を GND にしたときのパワースペクトル密度を調べた。この時スペクトルを測定した時のバンド幅は 2.5[Hz] だった。

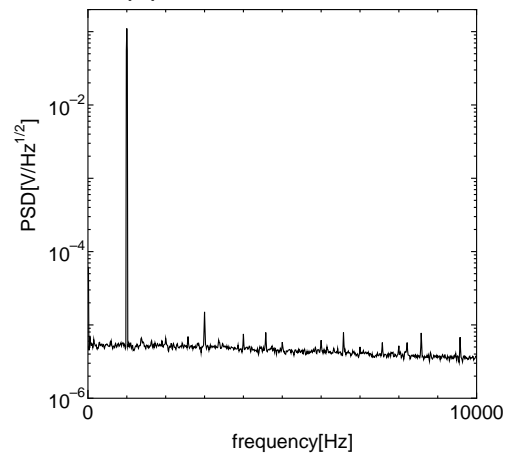
このことをすべてのチャンネル間の組み合わせに対して行ったところ、入力を GND にしたものの出力スペクトルは単独で入力を GND にした場合と同じで 1[kHz] にピークも、ノイズフロアの上昇というものも見られなかった。



☒ 26: A1ch→B1ch



☒ 27: A2ch→B2ch



☒ 28: A3ch→B3ch

これよりチャンネル間のアイソレーションが 120dB 以上であることが分かった。

## 7 まとめ

ノイズ等の起源については、デジタル回路において理論的に予測されるものであった。

しかし、ノイズの大きさについては、重力波の信号を汚さないという要請から  $2\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  以下のノイズに押さえなければいけないのだが、入力 GND 時のノイズが  $3 \sim 4\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  あるのでファクター 2 程ノイズが大きい。

よって、本番では低周波の信号を圧縮してから伝送するという方法を取る予定である。

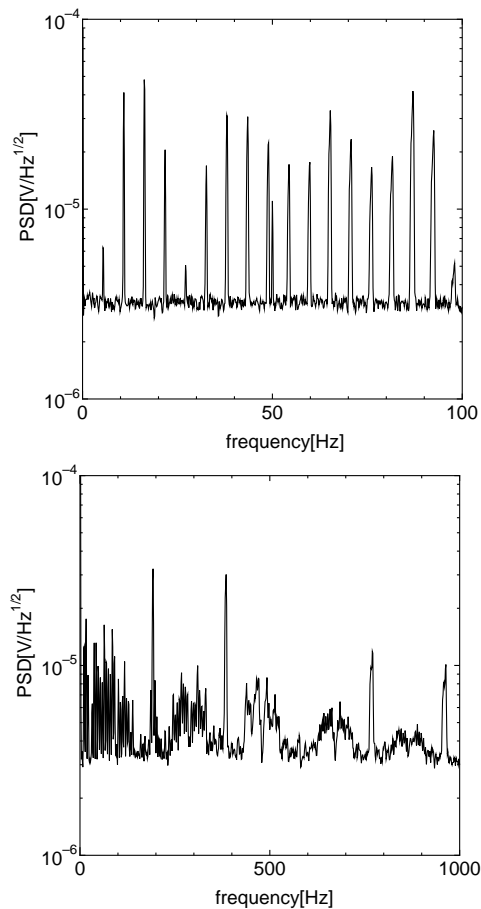


図 29: ver2.1 で双方向通信可能にした時の入力 GND 時のノイズ

## A 双方向通信時のノイズ

本文中のノイズの測定は光伝送システムを片方向しか使えない状態にして測定したが、ここで、双方向通信可能にした時のノイズについて議論する。

ver2.1 で入力 GND 時のノイズを測定すると  $5.4\text{Hz} \times N(\text{整数})$  と  $195\text{Hz} \times N(\text{整数})$  に 20dB 弱のピークが見られた (図 29)。これらのピークは本来あってはいけないノイズなのでその発生源を捜した。

ver2.1 ではモニター用の LED が点滅しており、また LED の位置が光ファイバーのコネクター部に近かったため LED を点滅させるための信号がノイズ源になってることが考えられるので、まずその可能性を探ってみた。LED の点滅周期を photo diode で測ってみたところ約 5.6Hz と測定された量子化ノイズのピークの周波数に近い値だった。しかし、ver2.1 の LED の足を切ってみても、LED の点滅しない ver2.2 を作ってみてもやはりノイズのピークがのっているので LED が原因でないことが分かった。

次に ADC , DAC でノイズがのっている可能性について調べた。A 号機 B 号機どちらも同じなので B 号機から A 号機に信号を伝達する場合について調べた。



今回試験した光伝送ユニットは光ケーブルから信号が入力されなければ DAC は働かなくなるので、まず、A 号機から B 号機に入力される光ケーブルを抜いて B 号機の DAC を止めた。すると、B 号機から A 号機に信号を送ったときは 50Hz の電源ノイズ以外ノイズのピークが見られなかった。同様に、光伝送ユニットから B 号機の DAC につながるコネクタを抜いてもノイズのピークは見られなくなった。この事から B 号機 (送信側) の ADC でノイズがのっていることが考えられる。

つぎに A 号機 (受信側) の DAC でノイズがのっているかどうかを調べた。A 号機の ADC を止めるために A 号機の ADC につながるコネクタをぬいた。この時、ノイズのピークは残ったままだった。これから A 号機 (受信側) の DAC でノイズがのっていることはないと考えられる。

この時に出るノイズのピークの周波数は同じモジュール内の DAC 信号用 clock と ADC 信号用 clock の差および、サンプリング周波数の差に等しいので。そこがノイズの発生源になっていることが考えられる。

また、ノイズのピークがある場合も無い場合もノイズフロアは変わらないので、それはやはり量子化ノイズに起因しているものと考えられる。

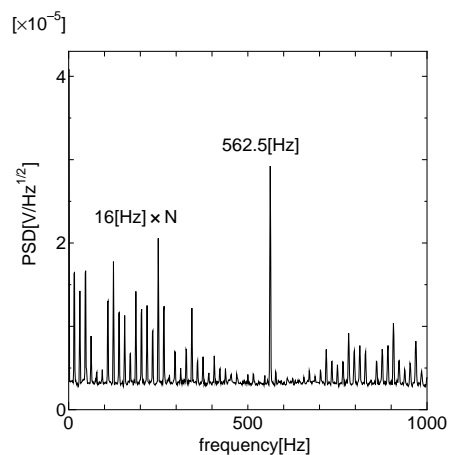


図 30: ver2.2 で双方向通信可能にした時の入力 GND 時のノイズ

サンプリング周波数や clock が ver2.1 とは異なる ver2.2 を用いて似たようなノイズが見られるかどうか同様の測定をしてみた。ノイズのピークについては ver2.2 では A 号機 B 号機、B 号機 A 号機 それぞれの場合で 約 16Hz 異なるので ver2.1 の時と同様に 16Hz×N(整数)の周波数でノイズのピークが見られることが期待される。また、clock 周波数についても 560Hz ほどの差があるのでその整数倍のノイズも期待される。

実際に測定したところ 16×N(整数)[Hz] と 562.5Hz×N[Hz] にノイズが見られた。この事からノイズのピーク原因がサンプリング周波数や clock の干渉によるものと考えられる。

この問題については現在改良が加えられて、双方向通信時のノイズのピークの高さはかなり押さえられている (図 31)。

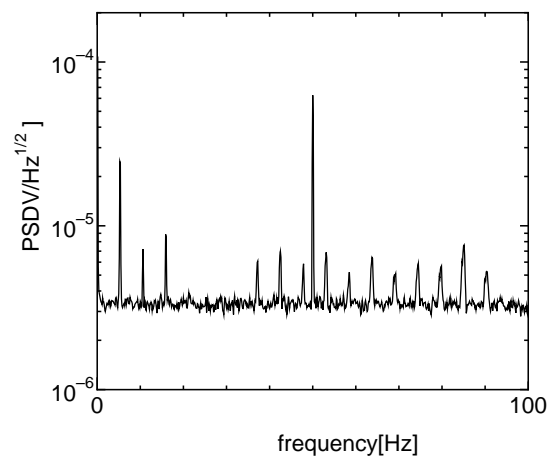


図 31: 改良後の双方向通信時のノイズ (入力 GND 時)

## B その他使用上の注意

- 光伝送ユニットはモジュールの向かって左側のふたにネジで止めてあるので、左側のふたを開ける時はネジを外さないといけない。
- 光ケーブルのソケットはモジュールには直づけになっておらず、基板で支えているので引き抜く際はモジュールの向かって右側のふたを開けてソケット部を支えながらぬく。
- 安定した動作を得るために電源は入れたままにしておく方が良い。