

リサイクリング時のレーザーのFM雑音の抑制に関して

レーザーの安定化に関しては、結合光共振器を利用したレーザー安定化を考えないといけない。また、キャリアとサイドバンドで応答を分けて考えないといけない。

ピックアップされたキャリアの電場の振幅は

$$E_{\text{out}}^c/E_{\text{in}} = -\frac{t_0 r_p t_p \Gamma(x, y)}{1 + r_0 t_p^2 \Gamma(x, y)} \quad (1)$$

で表される。ここで、

$$\Gamma(x, y) = e^{-2iy} \left[r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-2ix}}{1 + r_1 r_2 e^{-2ix}} \right] \left(x = \frac{L\omega}{c}, y = \frac{\ell\omega}{c} \right) \quad (2)$$

である。最適の動作点では $x = \pi$ 、 $y = 0$ となる。サイドバンドに対しては、主共振器での位相の変化は無視する代わりに、干渉計の非対称性に依存した反射率 r_s を持つと仮定すると、

$$E_{\text{out}}^s/E_{\text{in}} = -\frac{t_0 r_p t_p r_s e^{-2i(y \pm y_m)}}{1 + r_0 t_p^2 r_s e^{-2i(y \pm y_m)}} \quad (y_m = \frac{\ell\omega_m}{c}) \quad (3)$$

ここで、 $y = 0$ に対して、 $y_m = \pi$ という条件で、サイドバンドがリサイクリング共振器に共振する。安東条件は $r_0 = t_p^2 r_s$ という形式で表現できる。

入射光が FM 雑音と位相変調を持つ場合に、

$$E_{\text{in}} = \exp[i(\Omega t + \phi(t) + m \sin \omega_m t)] = \exp(i\Omega t)[1 + i\phi(t)](1 + im \sin \omega_m t - m^2/4) \quad (4)$$

と表す。そして、 $\phi(t)$ をフーリエ分解すると、4つの成分、 Ω 、 $\Omega + \omega$ 、 $\Omega \pm \omega_m$ 、 $\Omega \pm \omega_m + \omega$ を考える必要があり、前の2つは、主共振器の影響を受け、残りは受けない。今、共振器長、変調周波数は最適な条件を満たしているとする、ピックアップされた光電場は

$$E_{\text{out}} = t_0 t_p r_p e^{i\Omega t} \left\{ (1 - m^2/4) [A(0) + i \int \phi(\omega) A(\omega) e^{i\omega t} d\omega] \right. \\ \left. + im \sin \omega_m t [B(0) + i \int \phi(\omega) B(\omega) e^{i\omega t} d\omega] \right\} \quad (5)$$

である。ここで、

$$A(\omega) = \frac{r_{\text{FP}}(\omega) e^{-2i\omega\ell/c}}{1 - r_0 t_p^2 r_{\text{FP}}(\omega) e^{-2i\omega\ell/c}} \quad (6)$$

$$r_{\text{FP}}(\omega) = \left(\frac{t_1^2 r_2 e^{-2i\omega L/c}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\omega L/c}} - r_1 \right) \quad (7)$$

$$B(\omega) = \frac{r_s e^{-2i\omega\ell/c}}{1 - r_0 t_p^2 r_s e^{-2i\omega\ell/c}} \quad (8)$$

この信号を取り出すと、直流成分は

$$I_{\text{dc}} = I_0 t_0^2 t_p^2 r_p^2 [|A(0)|^2 (1 - m^2/2) + |B(0)|^2 m^2/2] \quad (9)$$

ω_m の信号成分は

$$I_{\text{signal}} = 2I_0 t_0^2 t_p^2 r_p^2 (1 - m^2/4) m \int \phi(\omega) H_{\text{FMd}}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (10)$$

$$H_{\text{FMd}}(\omega) = A(\omega)B(0) - A(0)B(\omega) \quad (11)$$

よって、安定化によるショット雑音は

$$\begin{aligned} \delta\nu_{\text{shot}} &= \frac{\omega}{2\pi} \delta\phi_{\text{shot}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2eI_{\text{dc}}}\omega}{4\pi I_0 t_0^2 t_p^2 r_p^2 (1 - m^2/4)m |H_{\text{FMd}}(\omega)|} \\ &= \frac{1}{2\pi t_0 t_p r_p} \sqrt{\frac{h\nu \omega \sqrt{|A(0)|^2 (1 - m^2/2) + |B(0)|^2 m^2/2}}{P m(1 - m^2/4) |A(\omega)B(0) - A(0)B(\omega)|}} \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $P = 3\text{W}$ 、 $r_1^2 = 0.988$ 、 $t_1^2 = 1 - r_1^2 - A_1$ 、 $A_1 = 10^{-4}$ 、 $r_2^2 = 0.9999$ 、 $L = 300\text{m}$ 、 $\ell = 5\text{m}$ 、 $r_0^2 = 0.9$ 、 $t_0^2 = 1 - r_0^2$ 、 $r_p^2 = 0.01$ 、 $t_p^2 = 1 - r_p^2$ 、 $m = 0.6$ を代入して、グラフを書くと図 1 になる。縦軸は周波数雑音のスペクトル (単位は $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$)、横軸は周波数である。しかし、これは共振器の外の FM 雑音である。共振器内では、これに共振器の伝達関数 $t_0 t_p A(\omega)$ を掛けたものが、周波数雑音の影響を与える。しかし、同時に、重力波の信号もリサイクリングで持ち上げるため、リサイクリングゲインに相当する、 $t_0 t_p A(0)$ で規格化すると

$$\delta\nu_{\text{inside}} = \left| \frac{A(\omega)}{A(0)} \right| \delta\nu_{\text{input}} \quad (13)$$

でグラフ化すると図 2 になる。

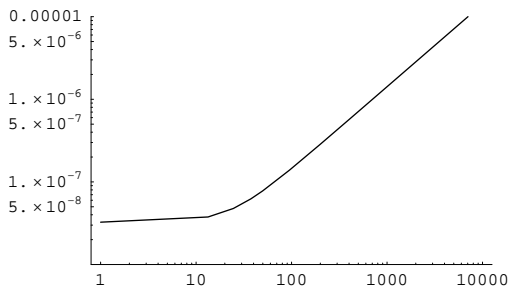


図 1: 入力の周波数雑音の分散雑音限界

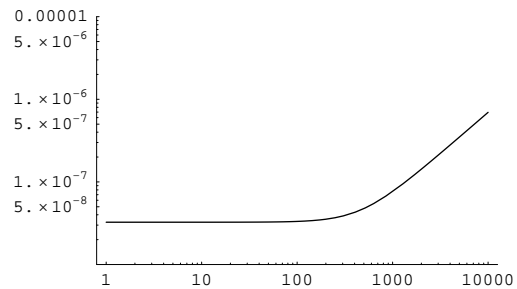


図 2: 共振器内部の周波数雑音の分散雑音限界

同じグラフに重ねると、図 3 のようになる。

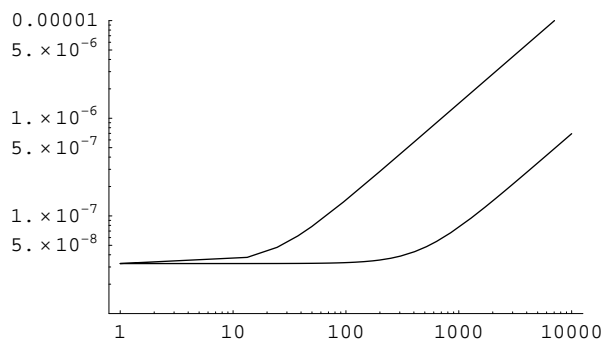


図 3: 入射側と共振器内部の周波数雑音の分散雑音限界

これを見ると、1%のピックアップで十分であることがわかる。なお、この計算には、CMRRが入っていない。また、位相変調によるサイドバンドの周りの周波数雑音の成分は、ダークポートにはキャリア成分が残っていないので、復調されないので無視した。