

# 理論家のための実験入門

国立天文台 新井 宏二

# Introduction

## ●理論家のための実験入門？

干渉計型重力波検出器入門

⇒ 既に非常によい資料がそろっている

「干渉計技術検討書」

重力波をとらえる

2004年冬の学校レクチャー資料

(安東氏「干渉計型重力波検出器入門」)

## ●干渉計実験の実情

干渉計型重力波検出器イントロダクション

レーザーの干渉

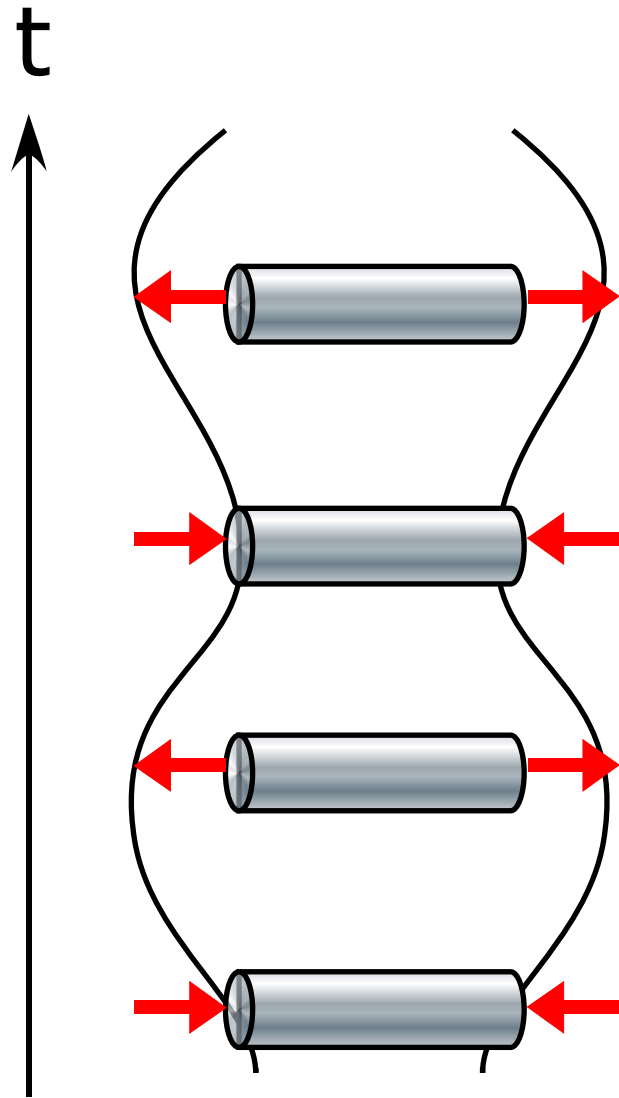
干渉計の制御

干渉計のキャリブレーション

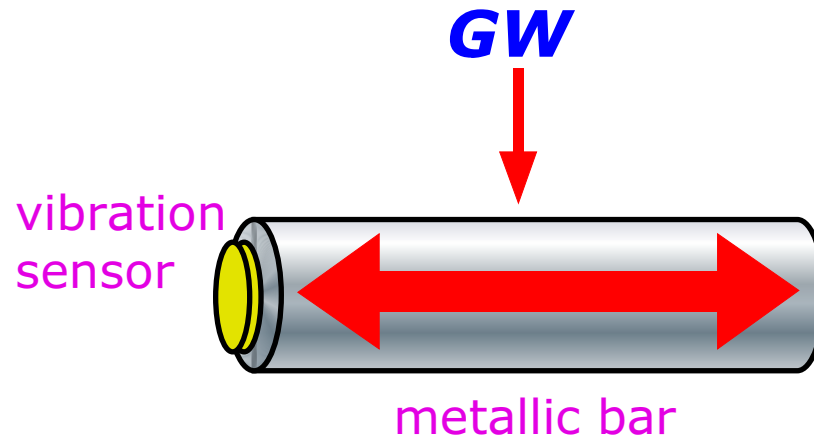
雑音低減作業の実際

# 1. 干渉計型重力波検出器イントロダクション

# 共振型検出器



測地線間の距離 $dx$

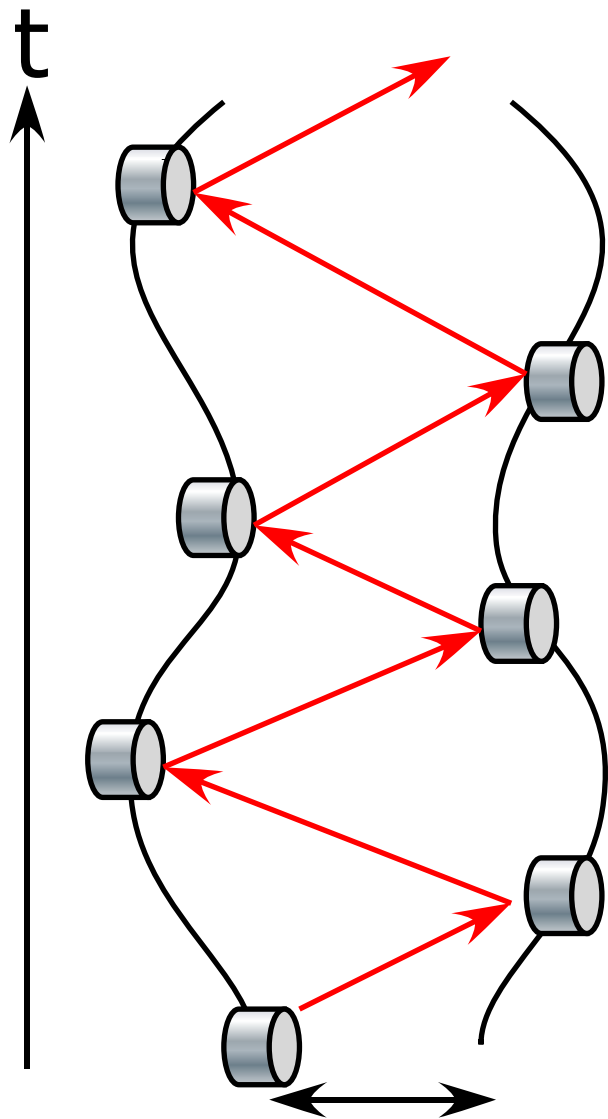


金属棒の左端と右端には  
固有距離を一定に保とうとする束縛力が働く  
⇒  
マスは測地線から引き剥がされる

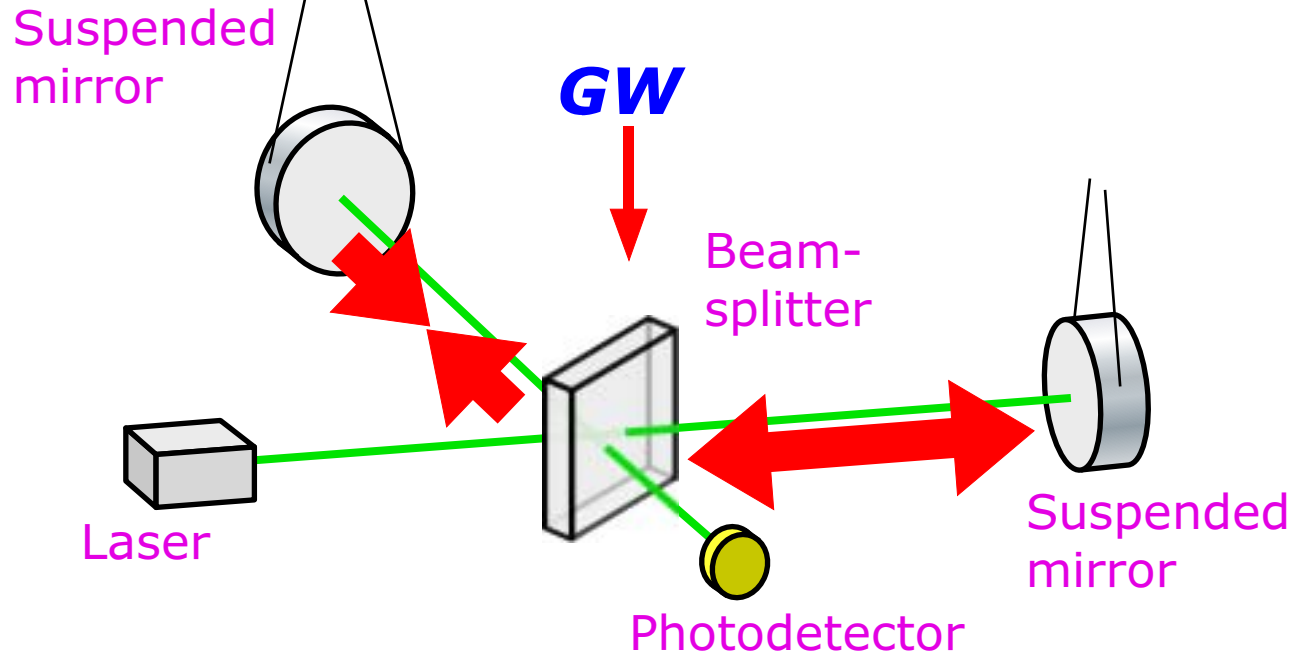
固有距離を一定に保とうとする弾性体  
⇒  
マスを測地線に沿わせようとする外力

# 干渉計型検出器

## ● 吊り下げた鏡によるマイケルソン干渉計



測地線の距離 $dx$

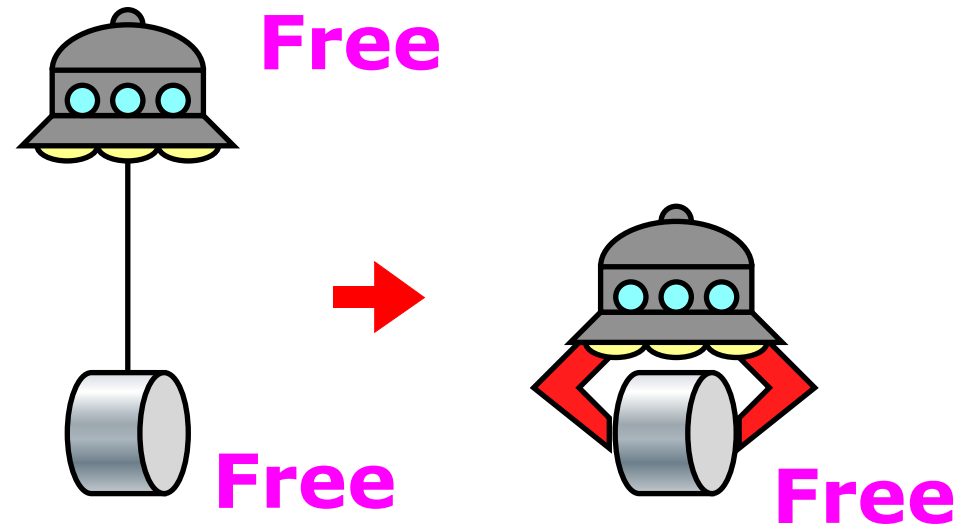


マスは自由質点 (free fall)  
⇒  
マスは測地線にそって運動

干渉計を使って  
マス間の距離を光で測定

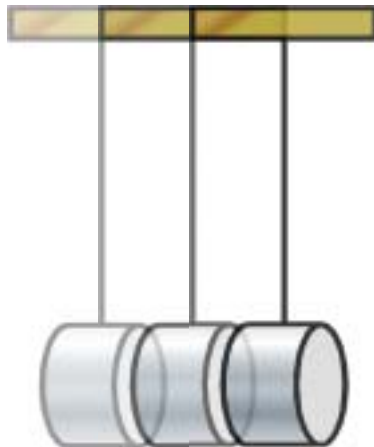
# 鏡を振り子に吊る

- 支点が測地線に沿うなら振り子にする必要はない



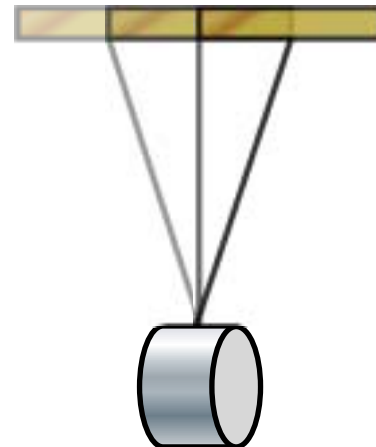
- 振り子に吊る＝外力源からisolateする

支点のゆっくりとした運動  
(振り子の共振周波数以下の運動)



支点に鏡が  
固定されているも  
同然

支点の速い運動  
(振り子の共振周波数以上の運動)



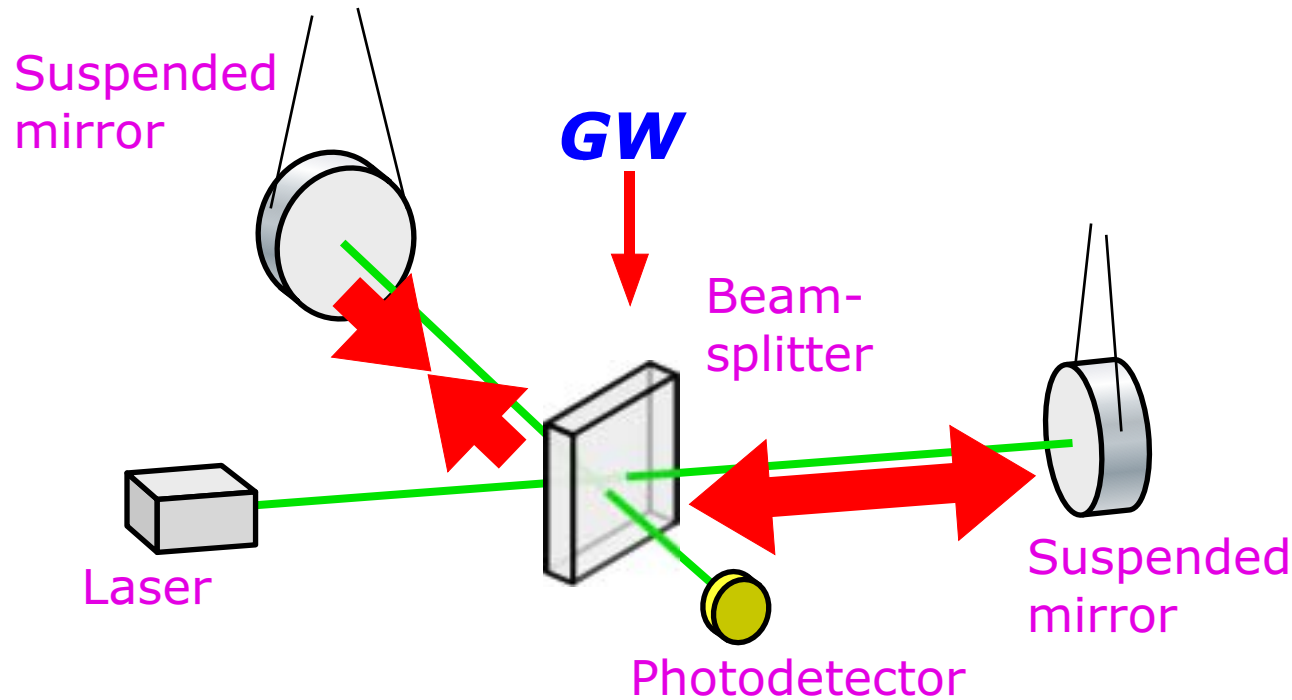
外力は減衰されて  
伝わる

$$H \sim (f_0/f)^2$$

# 干渉計型重力波検出器

## ●残留した外力はどうか？

「外力による鏡のゆれ」と「重力波による光路長変動」は原理的に区別不可能



干渉光から両腕の位相差の変動を検出

⇒ マイケルソン干渉計は「重力波」のみならず、あらゆる鏡の間の距離の変動に感度がある

# 干渉計型重力波検出器イントロダクションまとめ

- マイケルソン干渉計を利用して2点間の距離を測定  
重力波がくると距離が変動
- 鏡は完全な自由質点  
干渉計の出力信号はすべて重力波に起因している  
とみなして、信号を解析する
- 鏡を揺らすものはみな雑音  
外乱源を徹底的に除去・遮断
- 鏡が揺れてなくても、干渉計の変位検出能力が低ければ、  
重力波を見ることができない  
⇒読み取り時に混入してくる雑音



## 2. レーザーの干渉

# Introduction

## ●レーザーが干渉するとどうなるのか？

「重力波が来ると、マイケルソン干渉計の干渉縞が変化して」

⇒いったい干渉計の縞がどのように変化しているのか

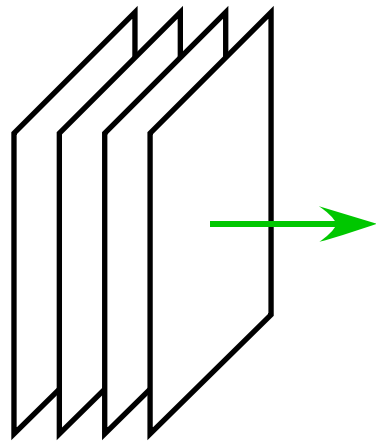
TAMAへ観測の支援に行くと干渉計の人たちは、  
いつも「アライメントがずれた」とか言っている

⇒アライメントとは？

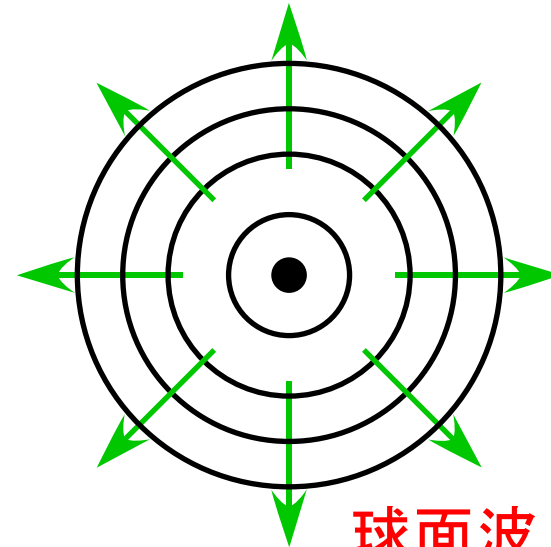
(干渉計の作業の3割から5割がアライメント作業)

# Gaussian beam

- 重力波検出器で使用しているレーザー光  
ガウシアンビームと呼ばれる光



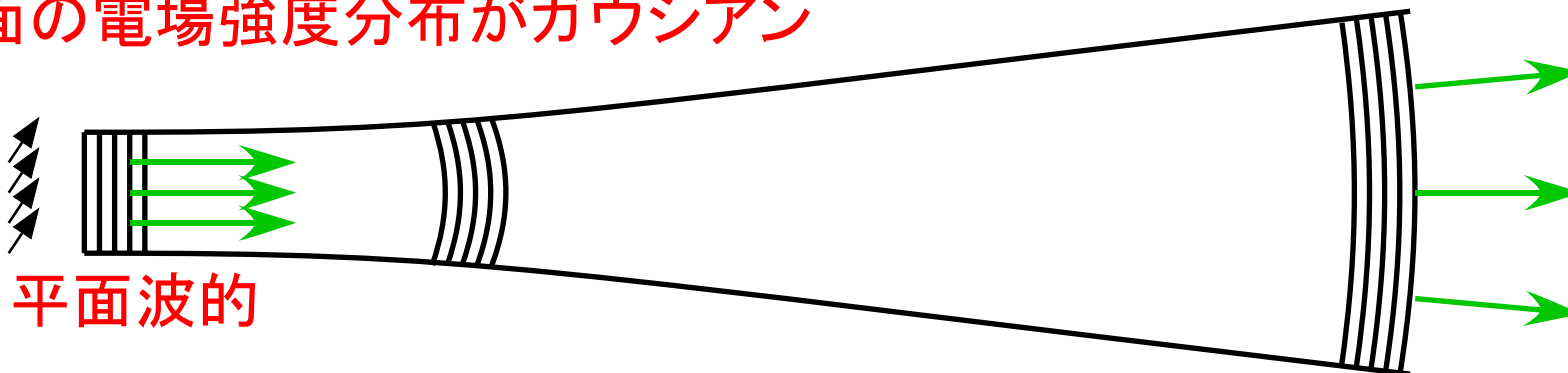
平面波



球面波

ガウシアンビームは波動方程式の近軸近似の基本解のひとつ  
ガウシアンビームは平面波と球面波の両方の性質を持つ  
断面の電場強度分布がガウシアン

位相の  
そろった  
光源



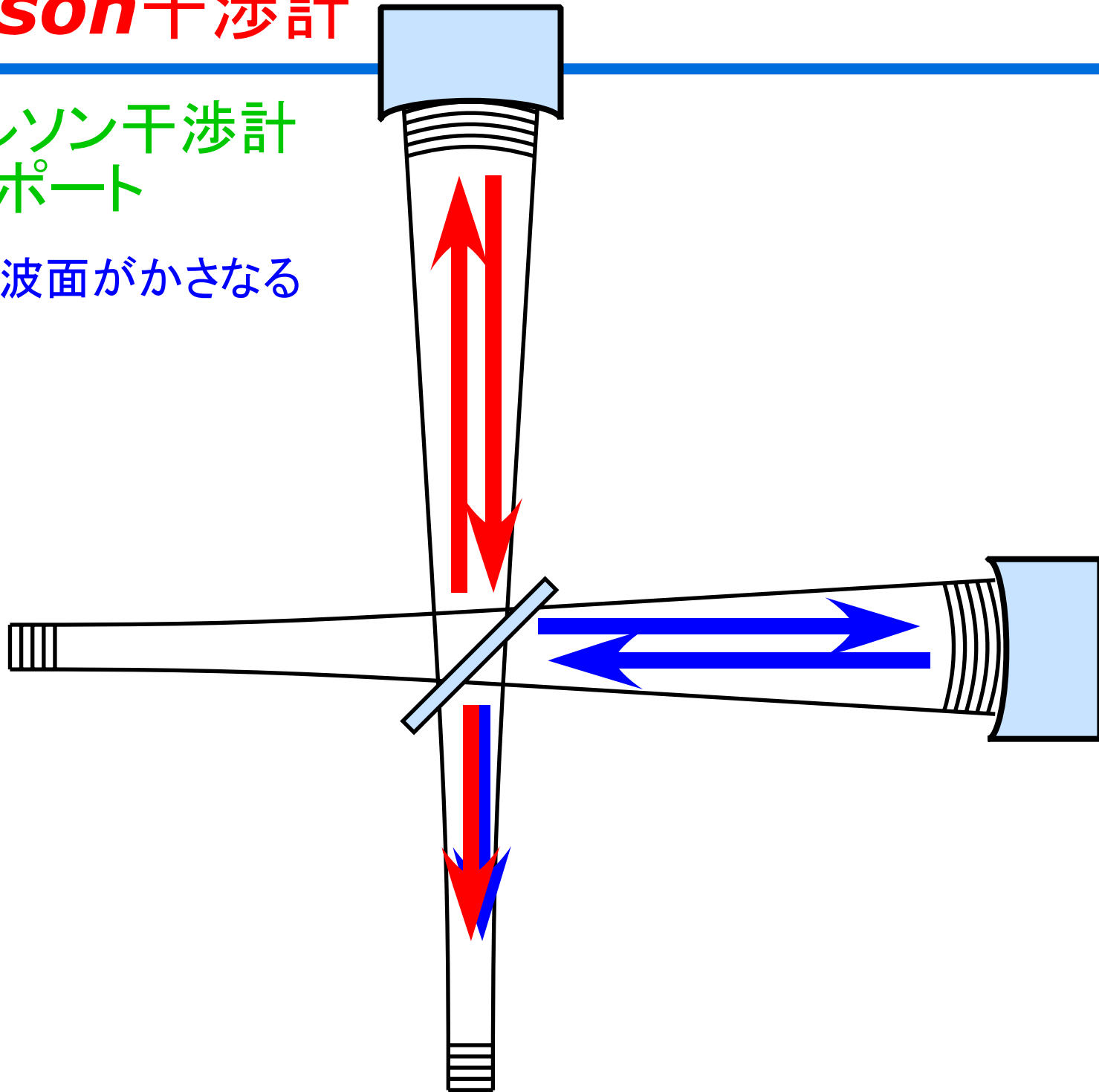
平面波的

球面波的

# Michelson干渉計

## ●マイケルソン干渉計 の出力ポート

両腕からの波面がかさなる

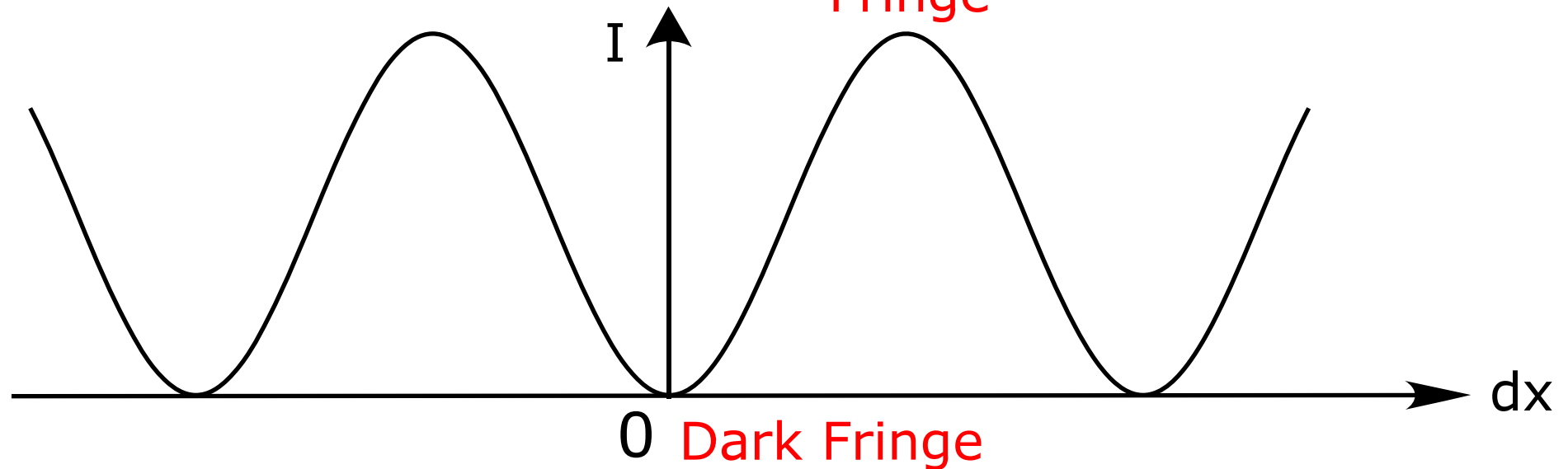


# Michelson干渉計

## ●マイケルソン干渉計の出力ポート

重力波(やそのほかの外乱)  
両腕からもどってくる光の位相の差が変動

⇒マイケルソンの干渉状態が変化



マイケルソンの出力ポートのPDのみで重力波検出をしようと思うと  
出力ポートをDark Fringeにするのが都合がよい⇒ダークポート

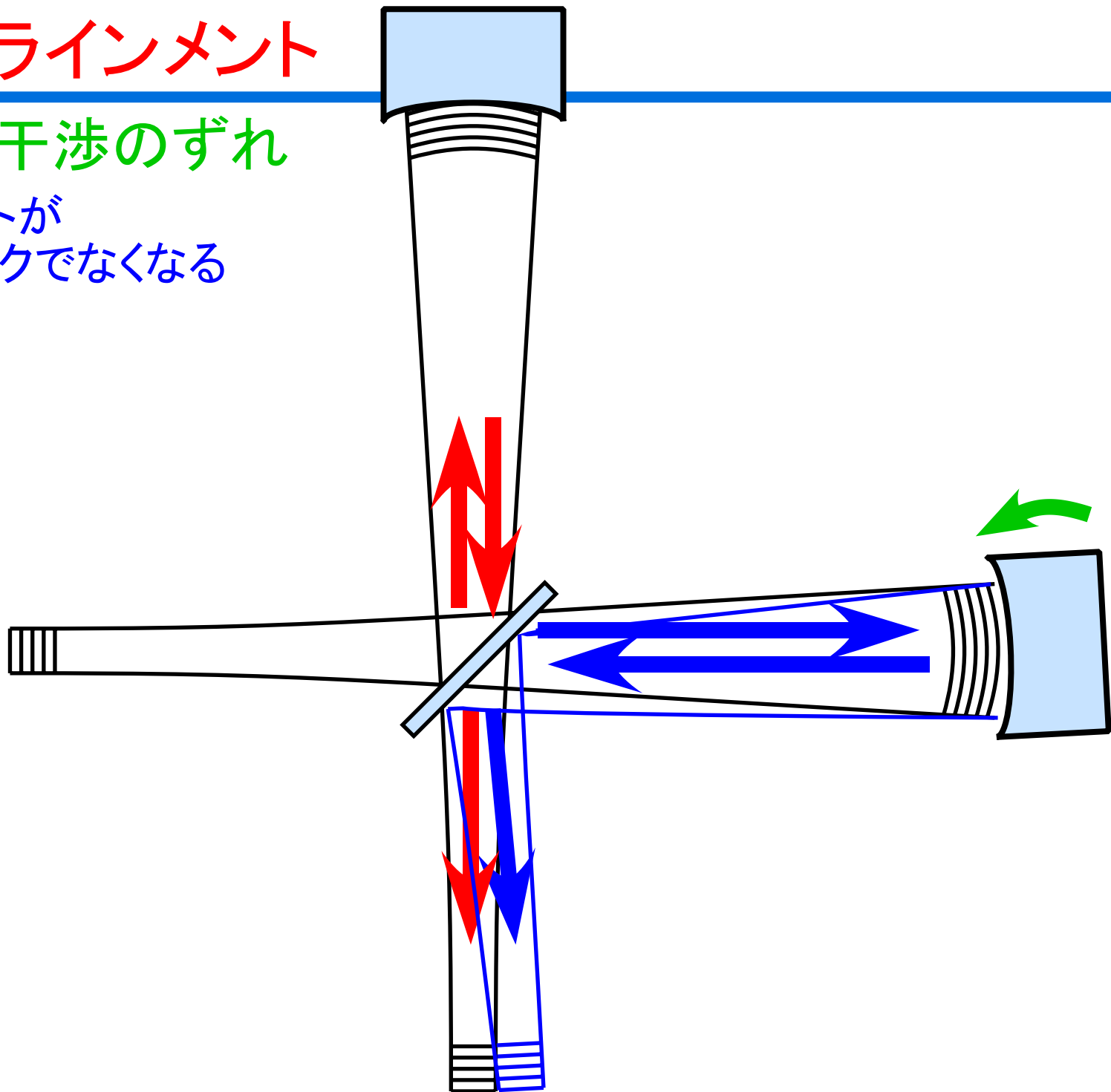
(散射雑音に対するS/N比・PD入射光量・リサイクリング技術)

重力波信号を取るのには変調を使う

# ミスアラインメント

## ● 波面の干渉のずれ

ダークポートが  
完全なダークでなくなる

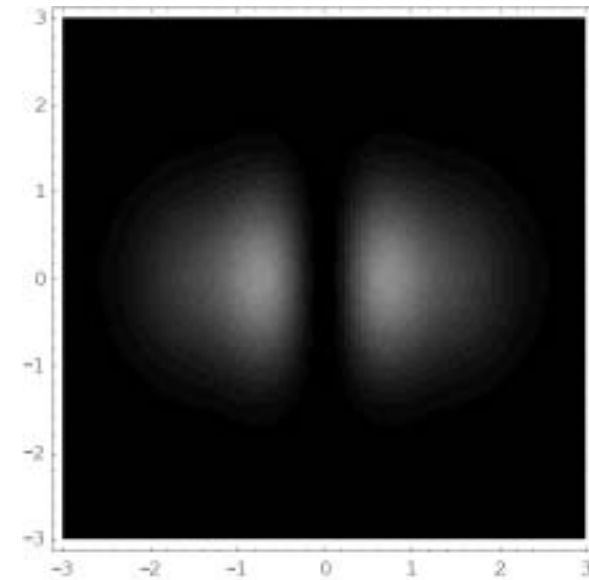
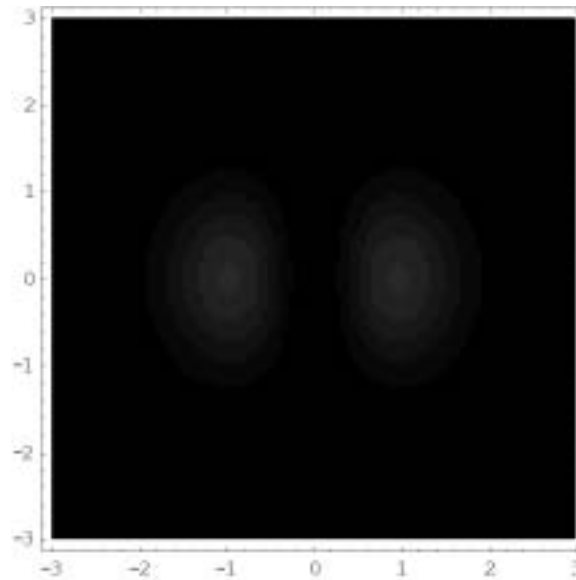
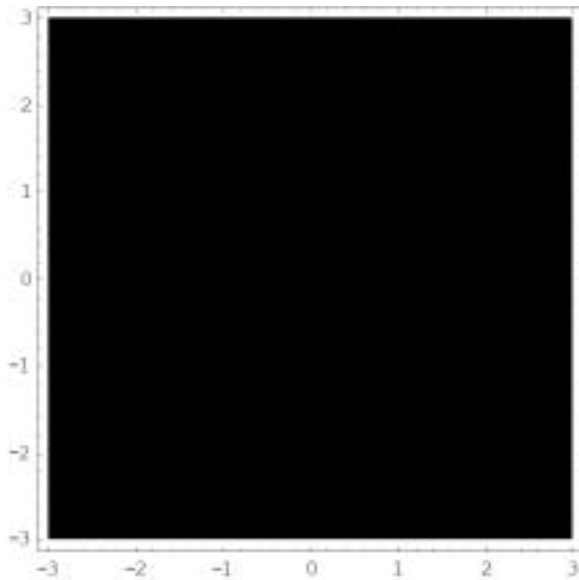


# ミスアラインメントによるコントラストの悪化

- コントラスト = 干渉の効率をあらわす指標

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

ダーク  
フリンジ



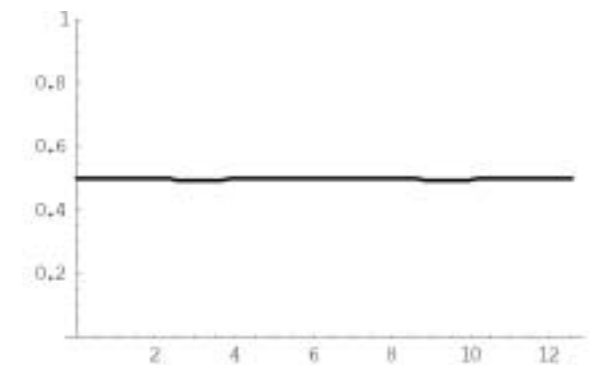
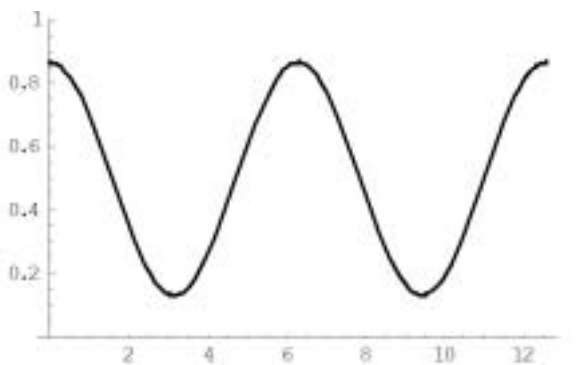
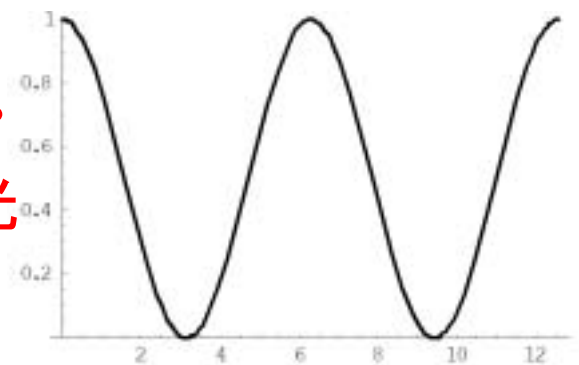
コントラスト

$C = 1$

$C \sim 0.7$

$C \sim 0$

フリンジ  
をスイープ  
した時の光  
量変化



# コントラストが悪いと

- ダークポートがダークでなくなる

  - 散射雑音レベルの悪化

  - 光源の雑音が信号に乗ってくる

- 干渉効率の低下

  - 信号レベルの悪化

    - ⇒ 制御系のゲイン変動

    - ⇒ キャリブレーションの変動

  - ブライトポートへ戻る光の減少

    - ⇒ リサイクリングゲインの減少

      - = 干渉計内光量の減少

      - = キャリブレーションの変動



# レーザーの干渉まとめ

- 重力波の信号は干渉状態の変化から読み取る
- 重力波検出器では干渉の縞が実際見えるわけではない  
縞が見えているのは状態が悪いとき
- 干渉効率の指標: コントラスト  
コントラストが下がると干渉計に悪影響  
観測に行くと干渉計の人がアラインメントで騒いでいる訳  
干渉計を稼動かしているときには、  
コントラストはアラインメント調整でしか変化させられないから

## 3. 干渉計の制御

# Introduction

## ●制御は干渉計の一大事

干渉計には多数のフィードバック制御が使用されている

TAMA300の場合50を超える制御ループ

そもそもなぜ制御が必要なのか？

両腕の長さの差動変動を延々と測定していれば  
いいではないか

⇒ 干渉計が性能を発揮できるのは、干渉計の鏡がある  
非常に限られた条件を満たしたときのみ

# Length & Alignment Control

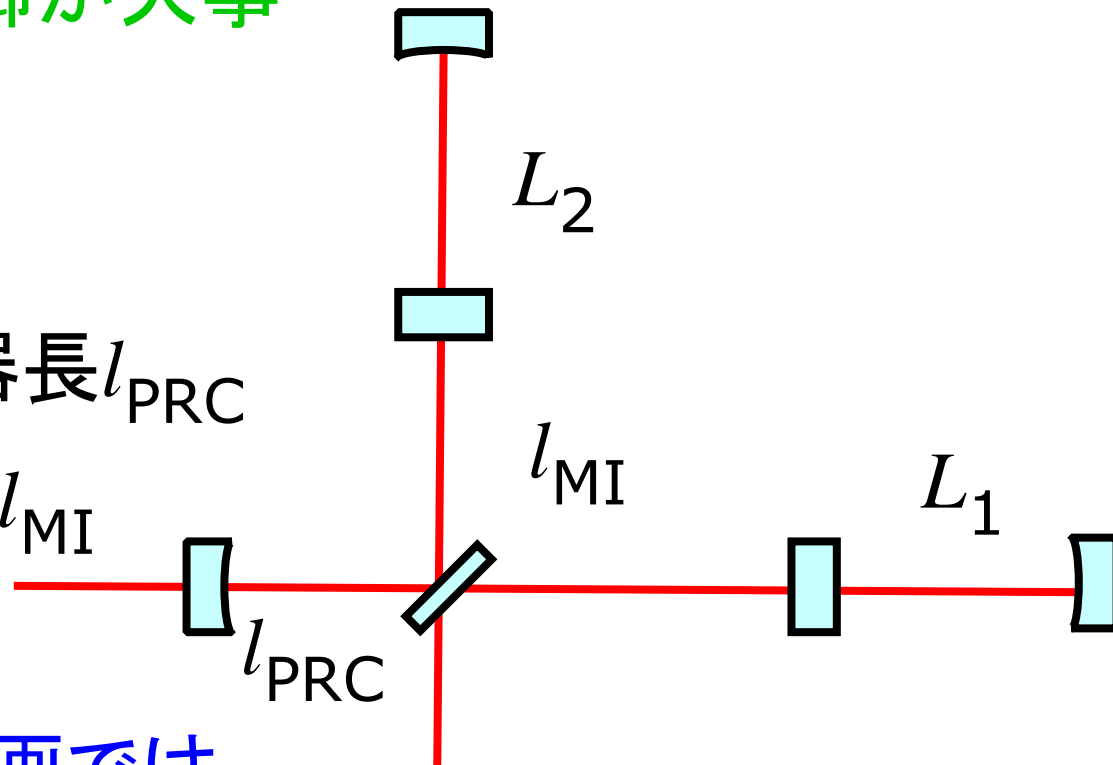
●まずは光路長制御が大事

TAMAの場合

腕共振器長 $L_1, L_2$

リサイクリング共振器長 $l_{\text{PRC}}$

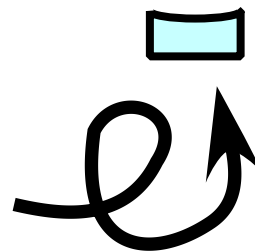
マイケルソンフリンジ $l_{\text{MI}}$



LCGTなどの将来計画では

さらにもう一枚鏡が増え、

みたすべき条件が増える

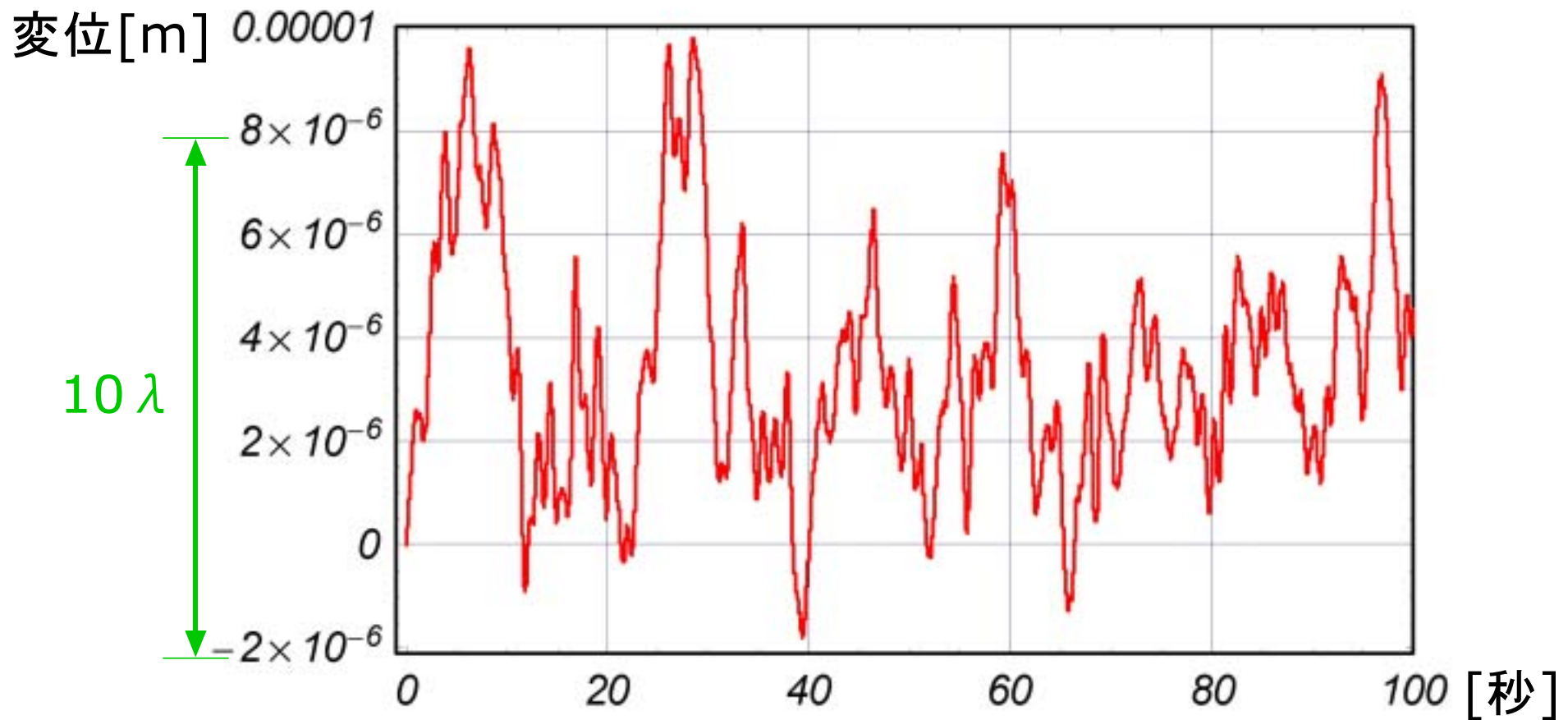


●さらにアライメント制御(ミラーの向き)の制御も大事

# フィードバック制御の必要性

## ● 干渉計の鏡は常に数～10ミクロン程度動いている

変位の大部分を占める低周波では防振はあまり有効でないため



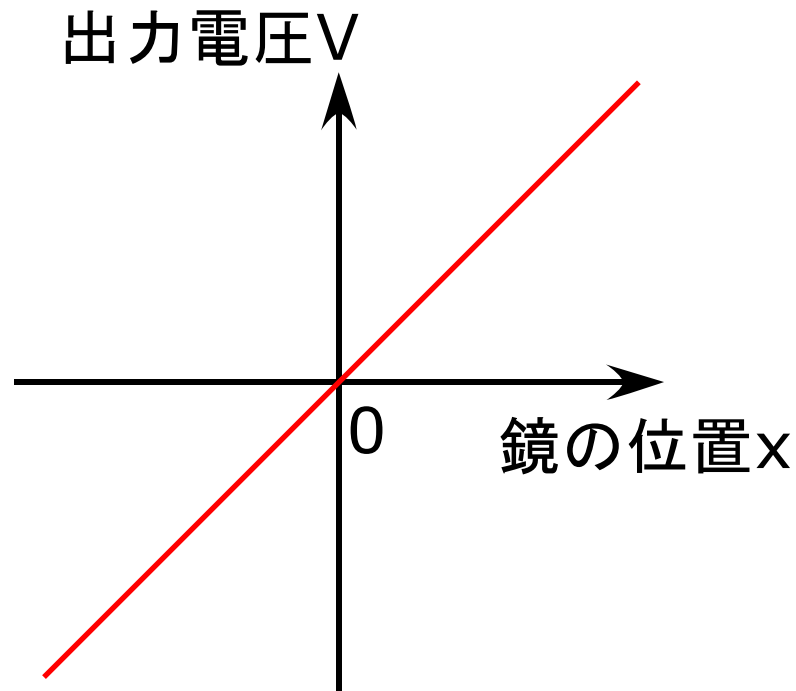
▲ マイケルソン干渉計で測定した鏡の動き  
(TAMA300・非制御時)

# フィードバック制御の必要性

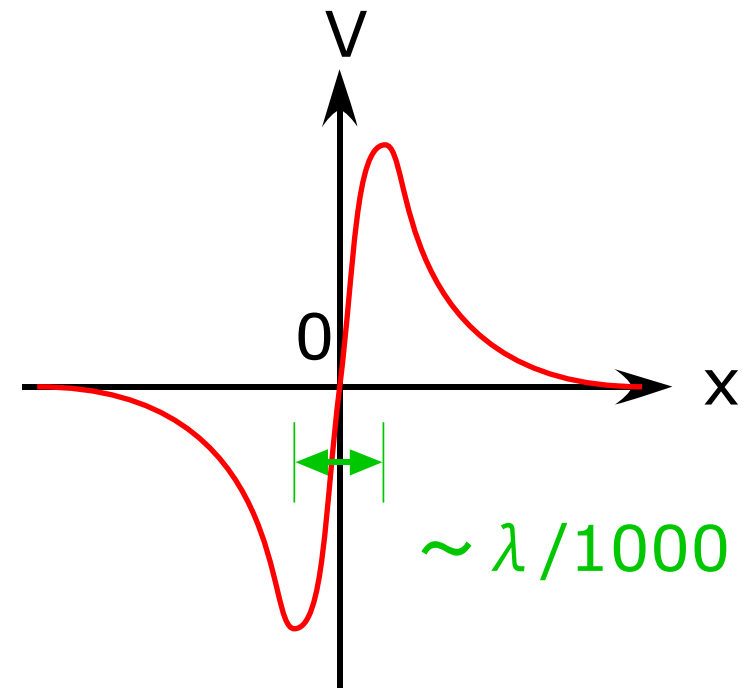
## ● 干渉計 = 非線形なセンサー

干渉計が性能を発揮できるのは

鏡が特定の動作点のまわり ( $\lambda/1000$  オーダー) にあるときだけ



線形なセンサーの出力特性



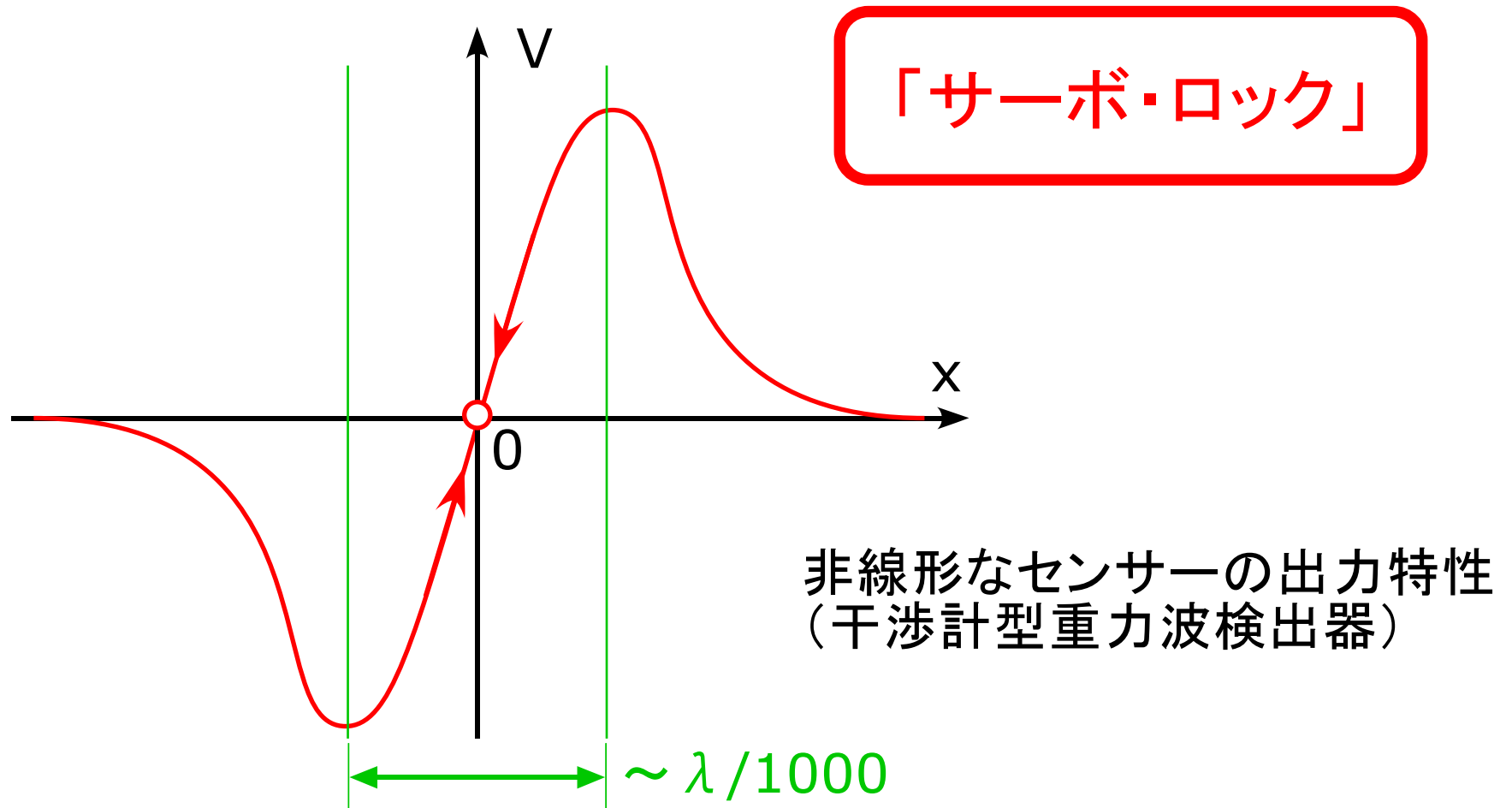
非線形なセンサーの出力特性  
(干渉計型重力波検出器)

# フィードバック制御

## ● 非線形なセンサーの線形化

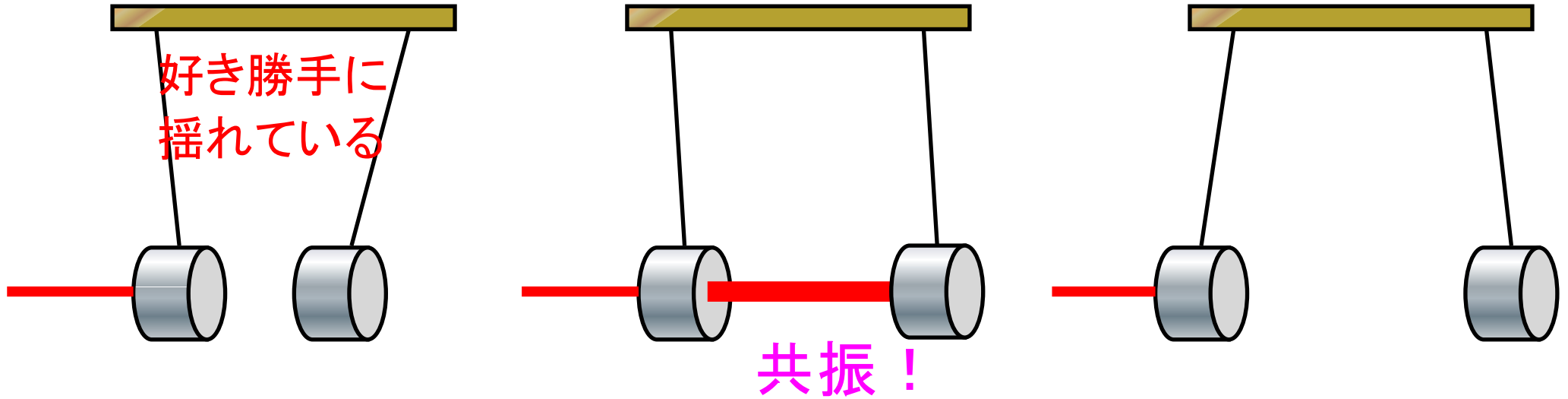
アクチュエータで鏡の位置を制御:

干渉計が性能を発揮できる「動作点」付近に固定  
常に線形に信号が取れるようにする

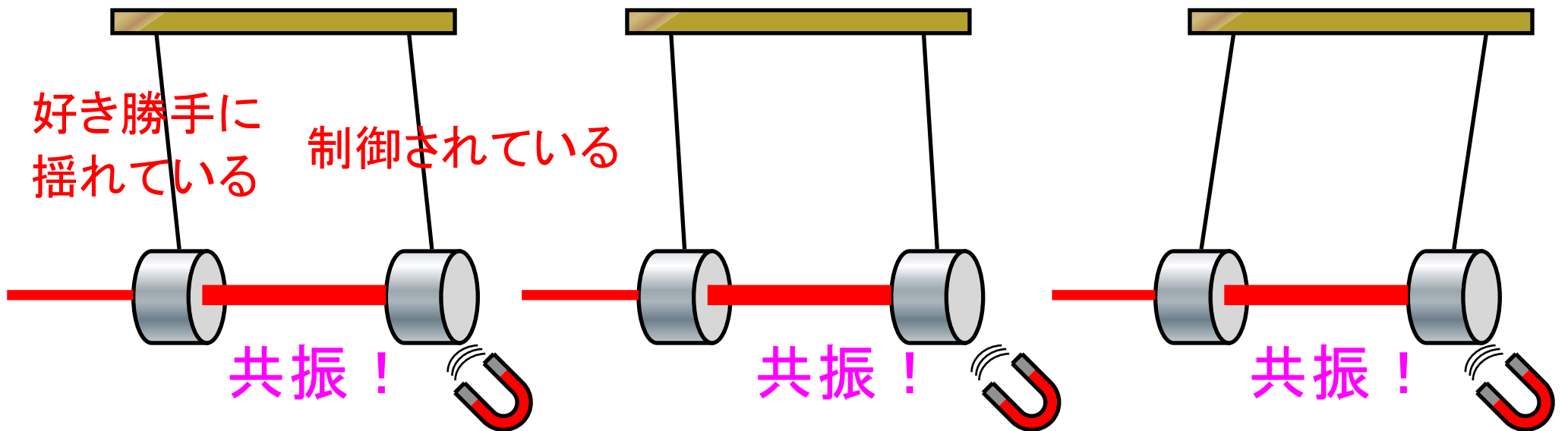


# フィードバック制御

## ● 非制御時



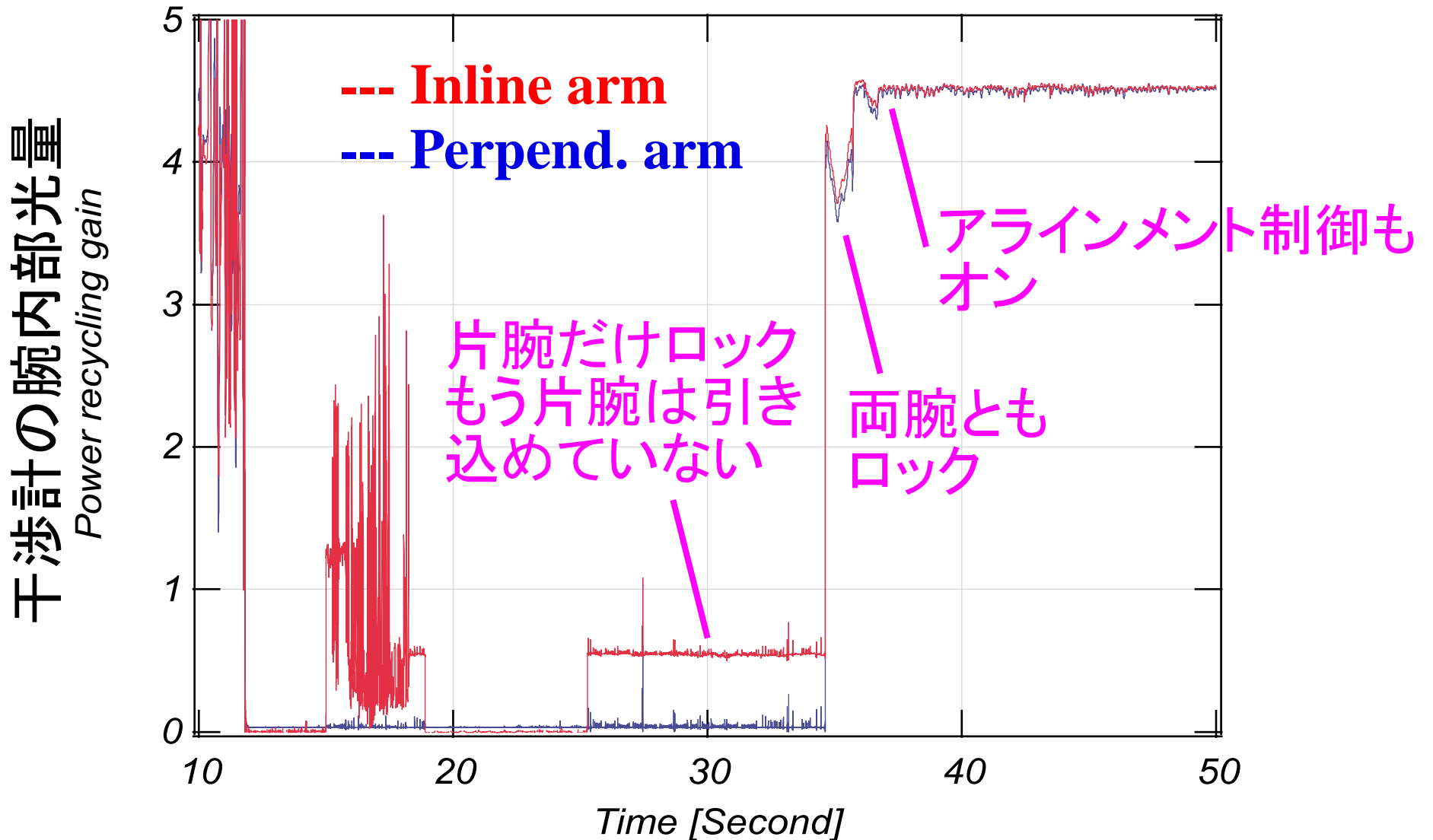
## ● 制御時





# ロック成功の瞬間

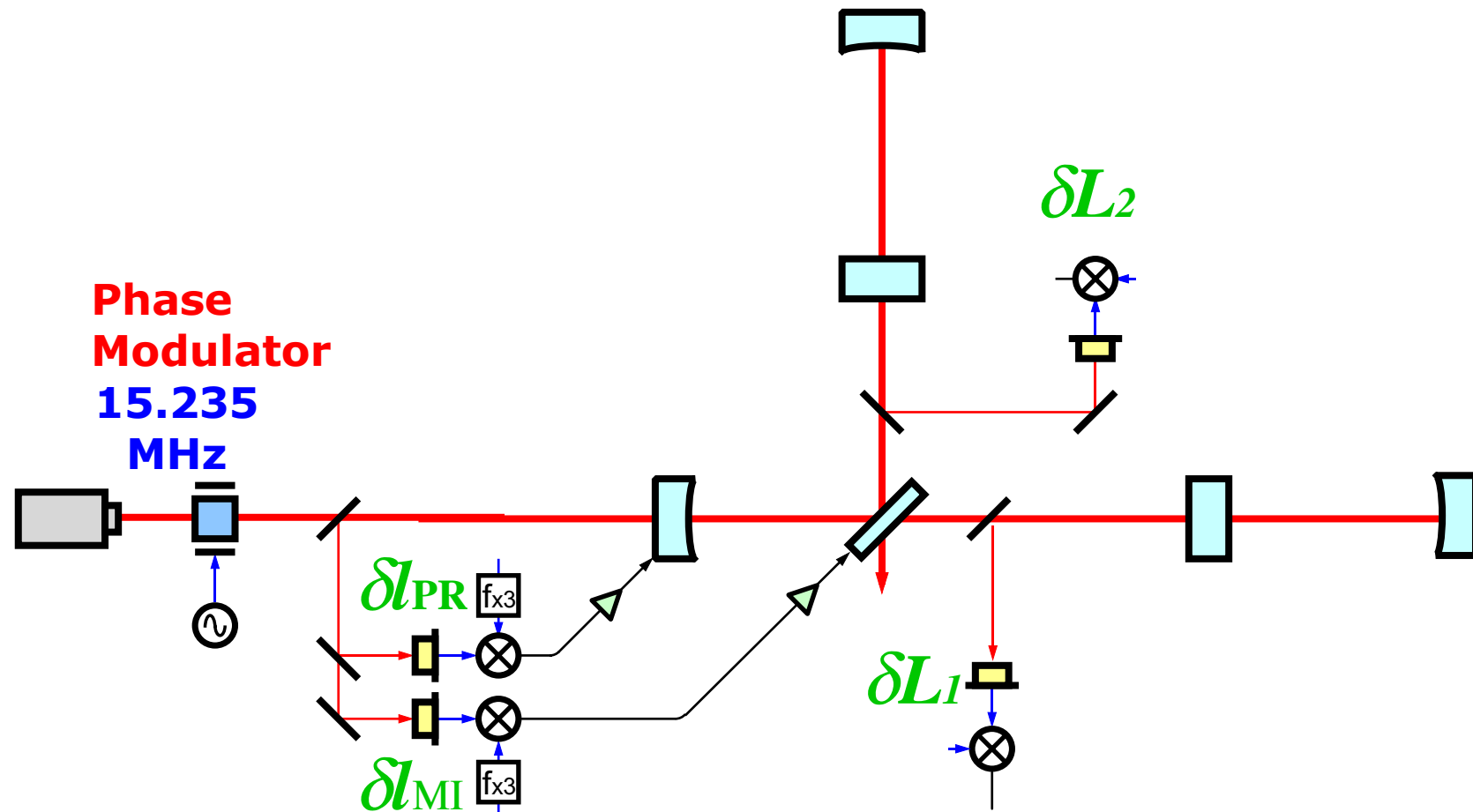
## ●線形制御への引き込み～ロックアクイジション



# 実際の干渉計: センサー = 干渉計 + 信号取得系

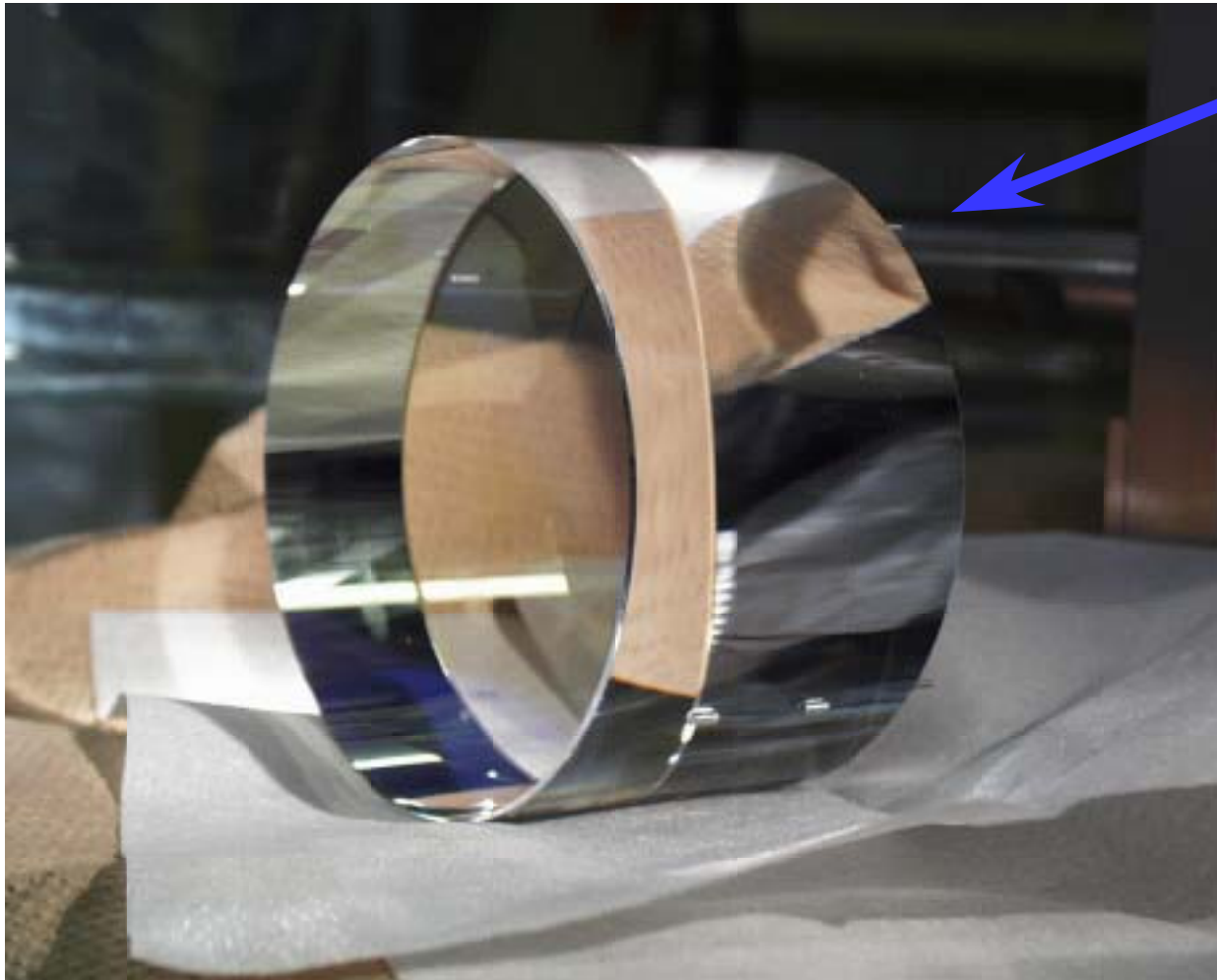
●いかにして鏡の動きに(一部でも)線形な信号を取るか

どのような変調をかけてどのような復調するか  
「信号取得」と呼ばれる分野



# 実際の干渉計：アクチュエータ

- 磁石とコイルの組で、吊った鏡の位置を非接触で制御

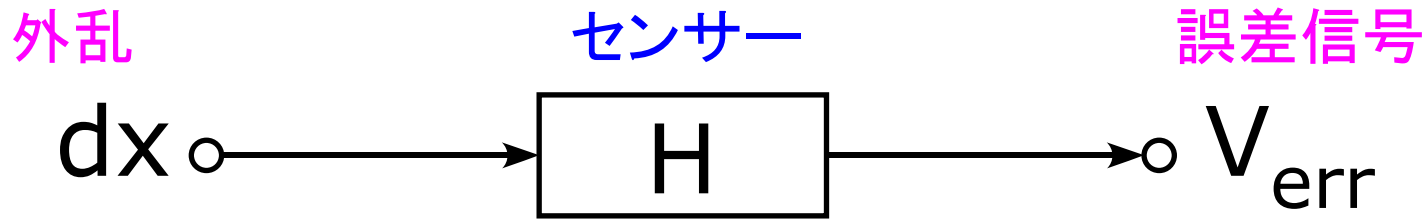


磁石



# フィードバックループ

## ●線形なセンサの誤差信号



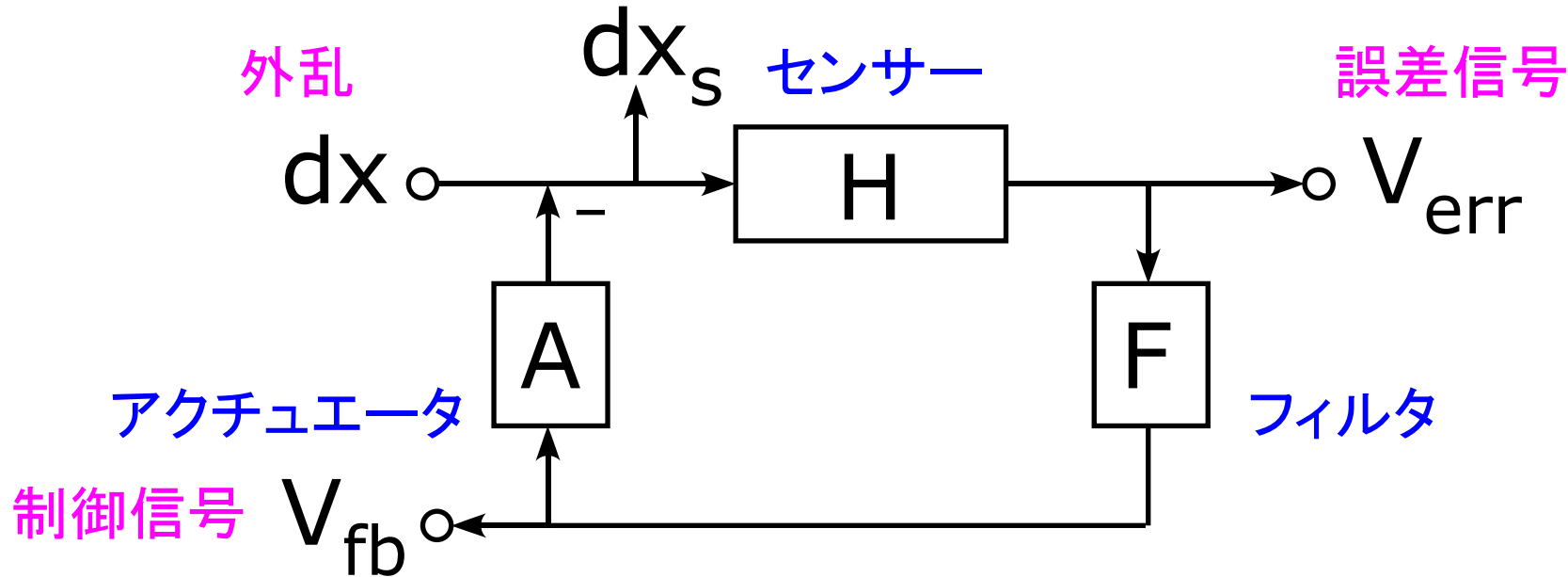
センサーが常に線形であれば制御は要らない

$$dx = V_{err} / H$$

# フィードバックループ

## ●フィードバックで線形化したときの誤差信号

安定化後の外乱



動作をセンサーの線形領域に限定する

$$dx_s = dx - G dx_s$$

$$\Rightarrow dx_s = dx / (1+G)$$

$$\Rightarrow dx = V_{err} (1+G) / H$$

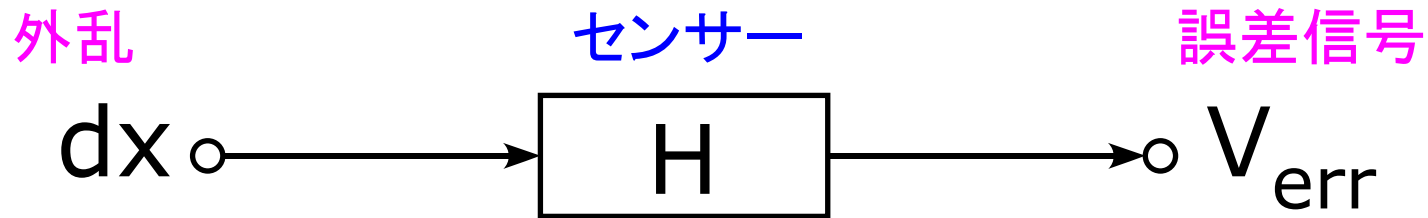
$$dx = V_{fb} A (1+G) / G$$

$$G \stackrel{\text{def}}{=} H F A$$

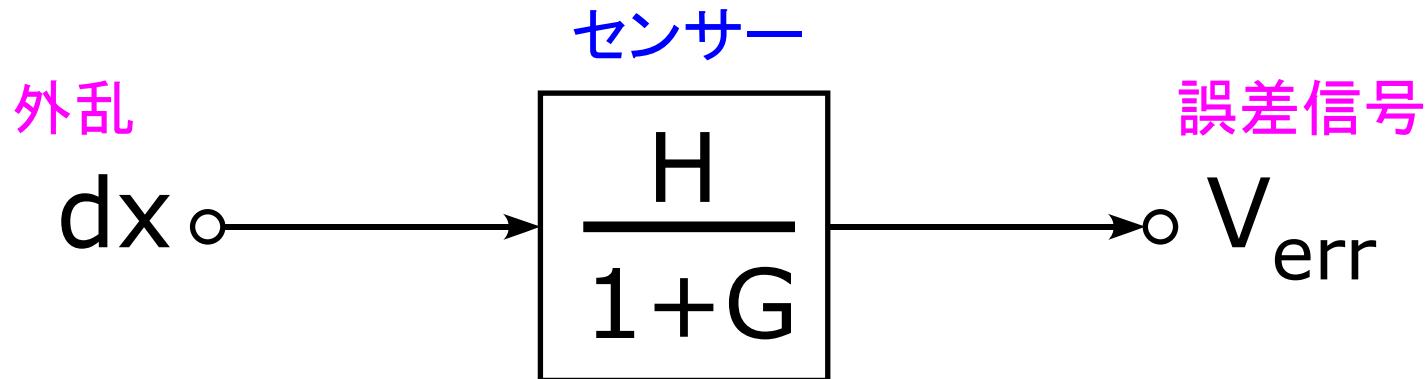
オープンループ伝達関数

# フィードバックループの影響

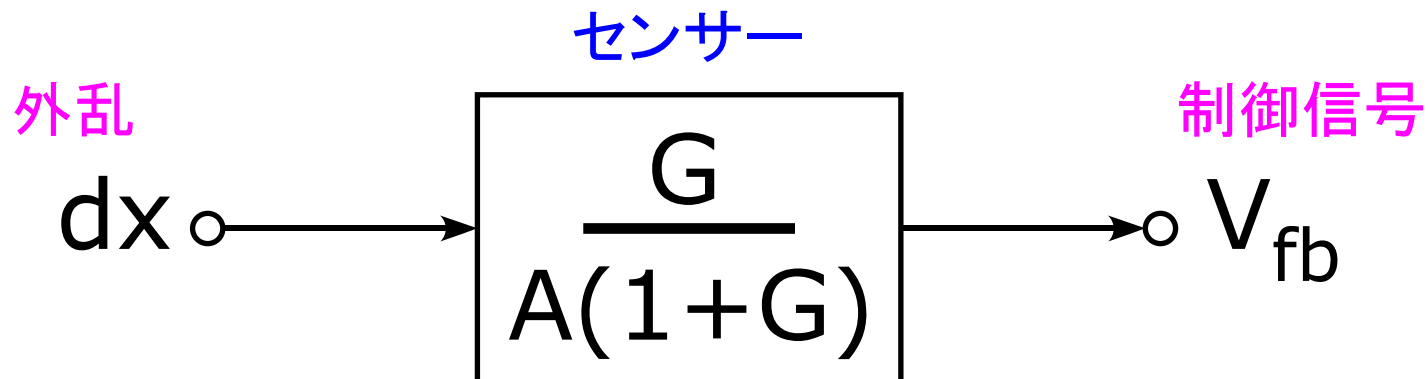
## ● 非制御のセンサーの応答



## ● 制御時の応答(誤差信号から信号を取り出すとき)

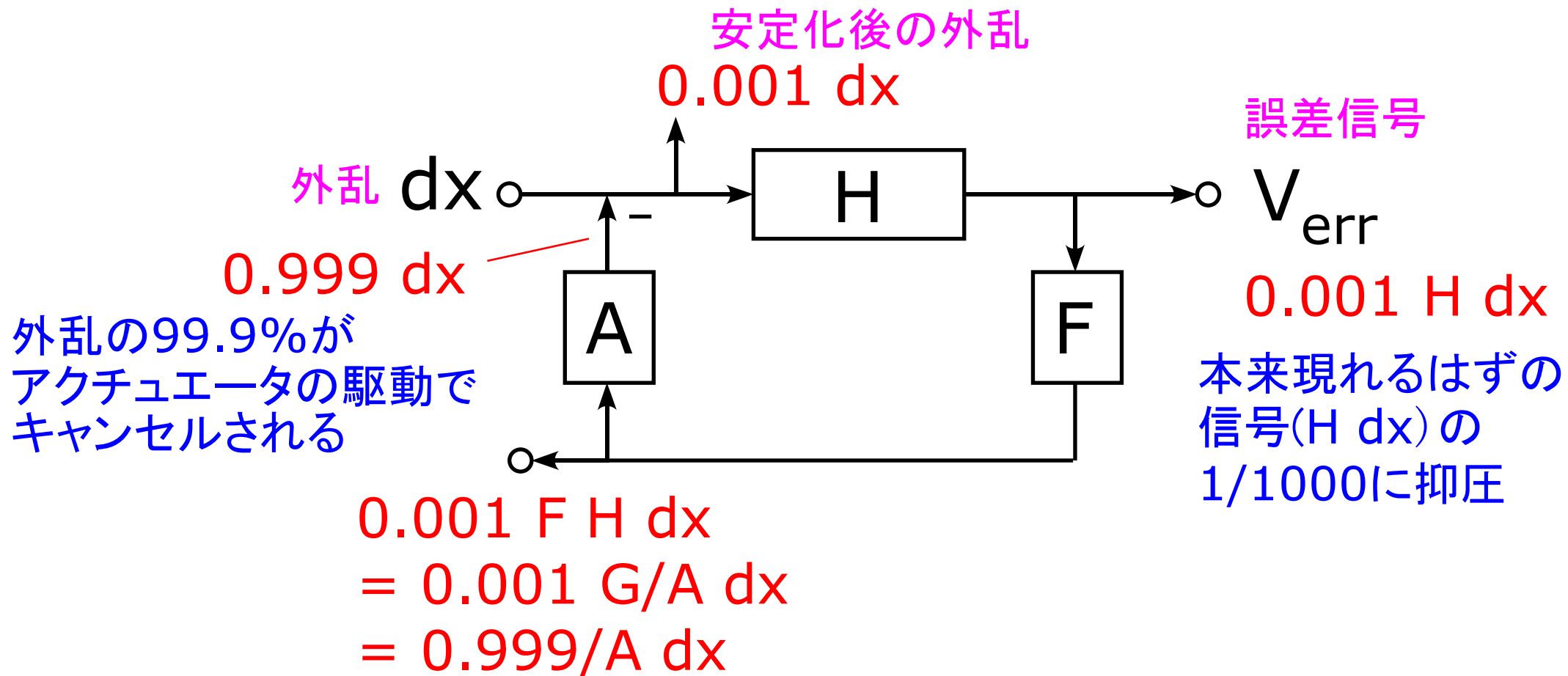


## ● 制御時の応答(制御信号から信号を取り出すとき)

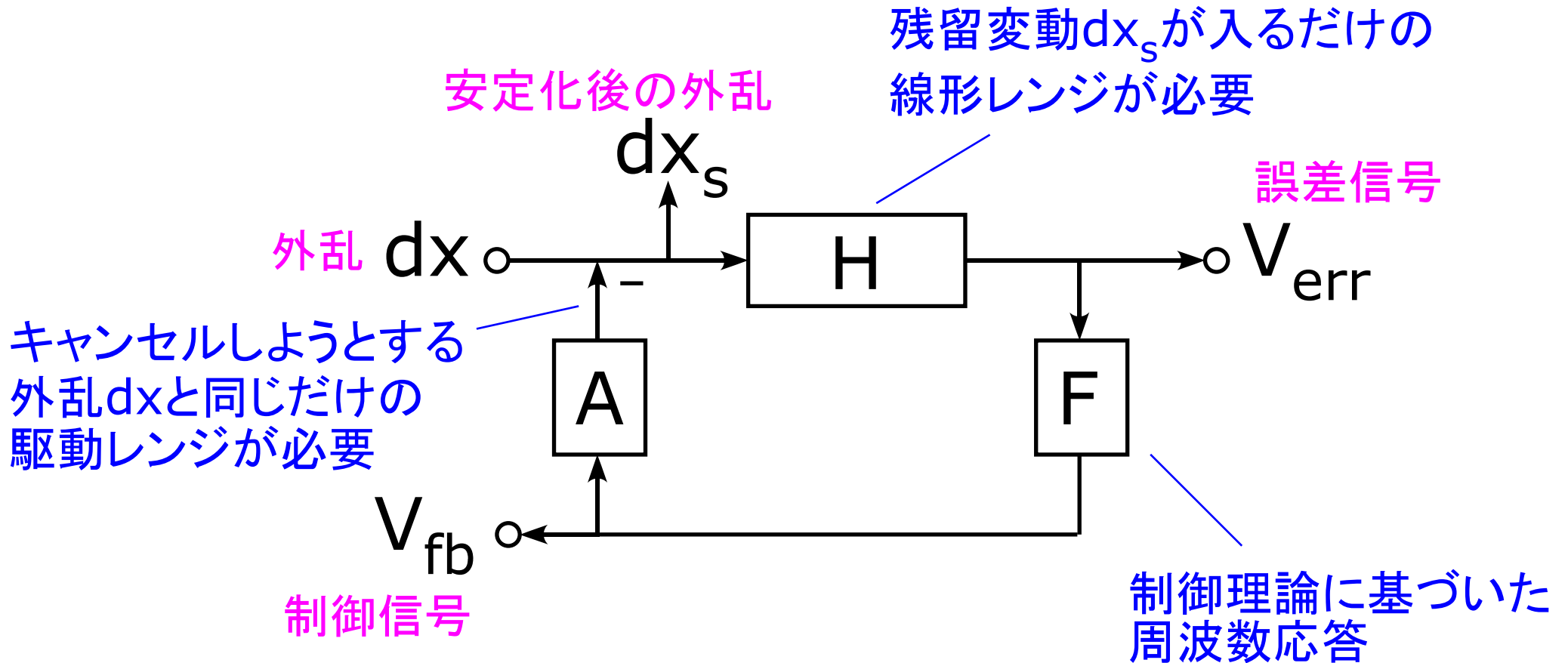


# 制御による外乱の抑圧

たとえば  $G = 999$  とすると

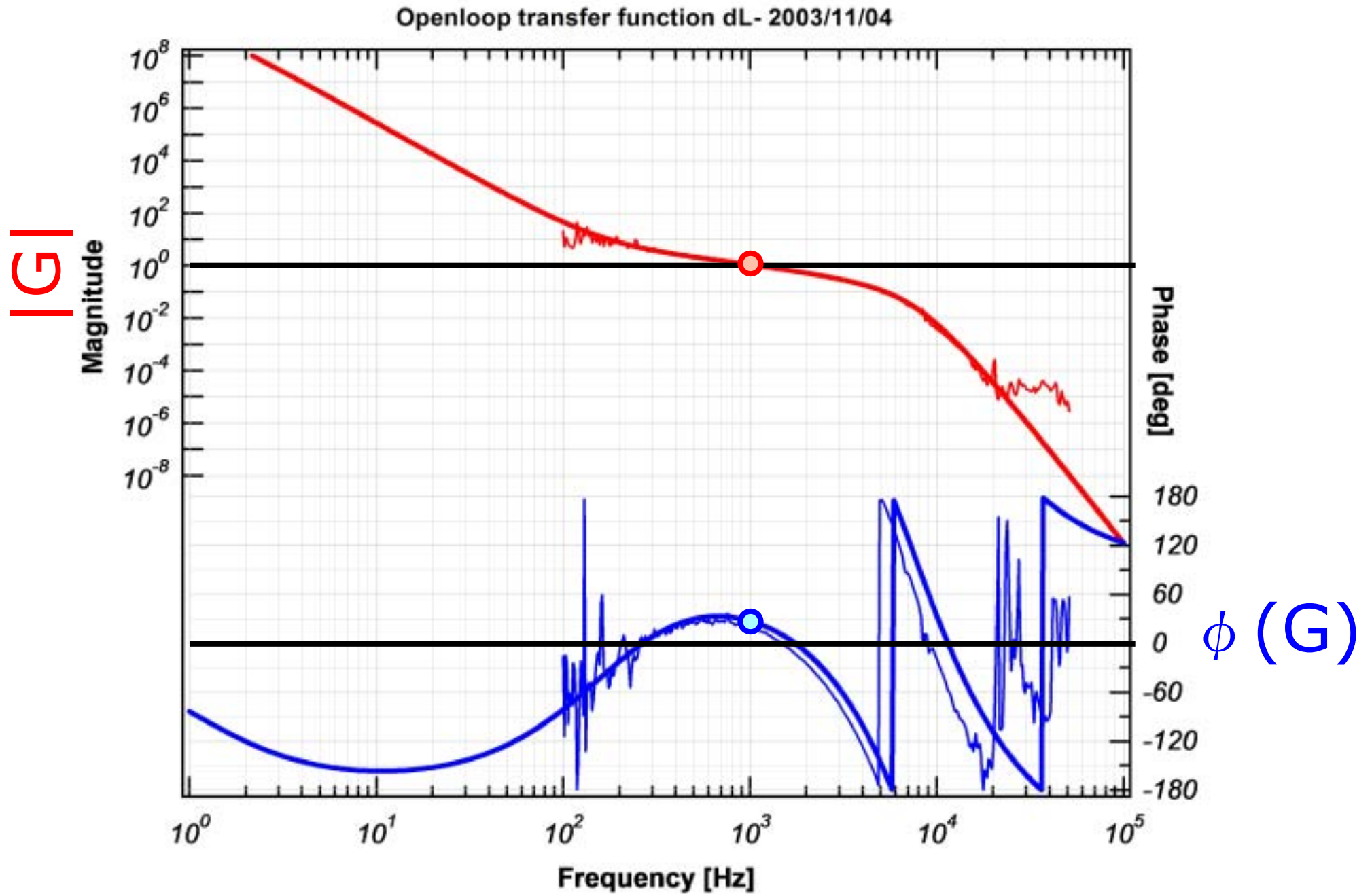


# 安定な制御を実現するには

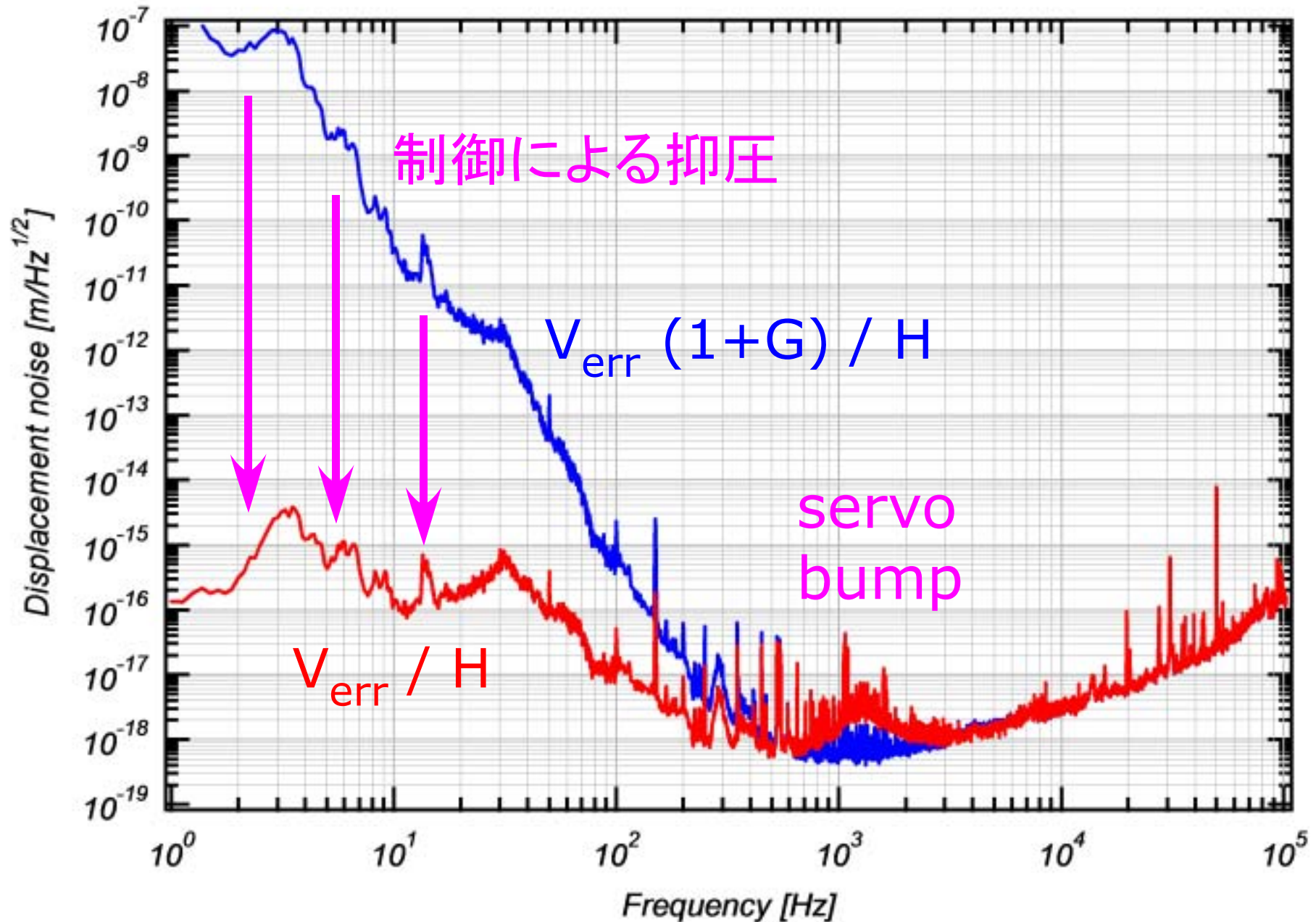




# オープンループ伝達関数Gの実例



# 重力波信号取得ポートでの制御の影響の例



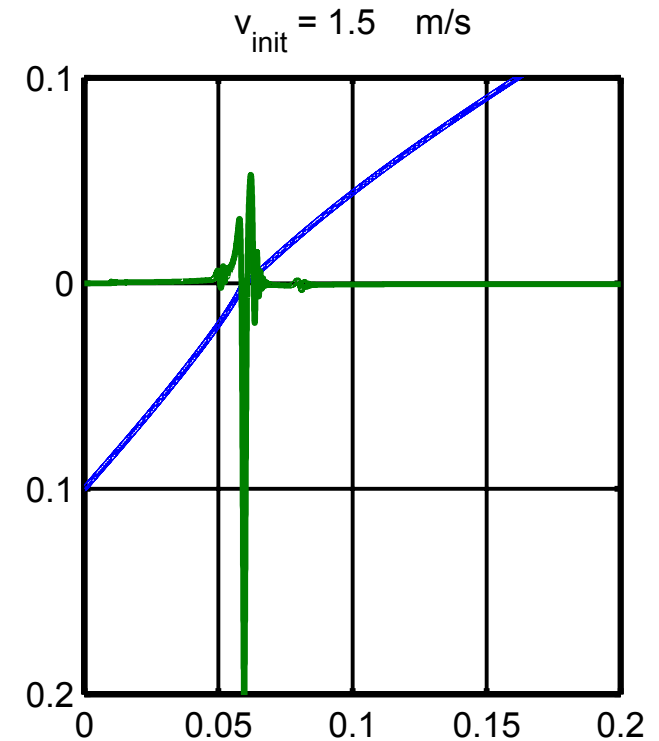
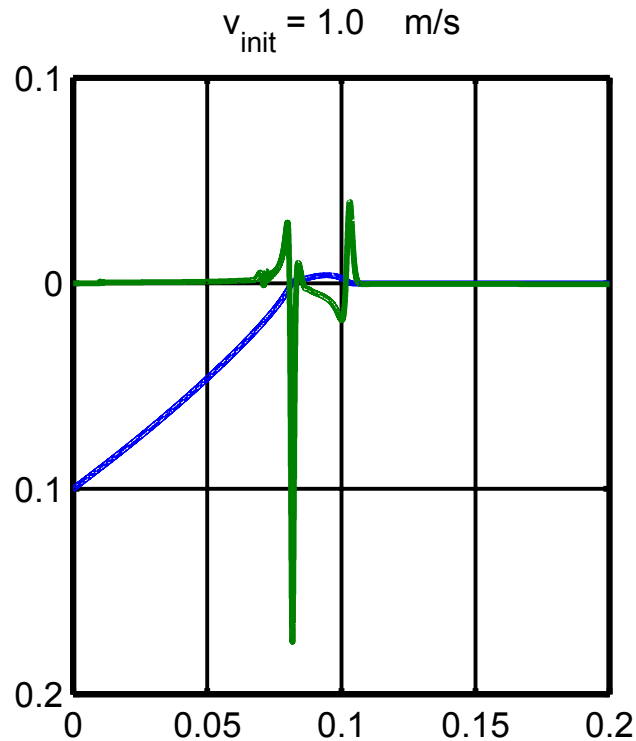
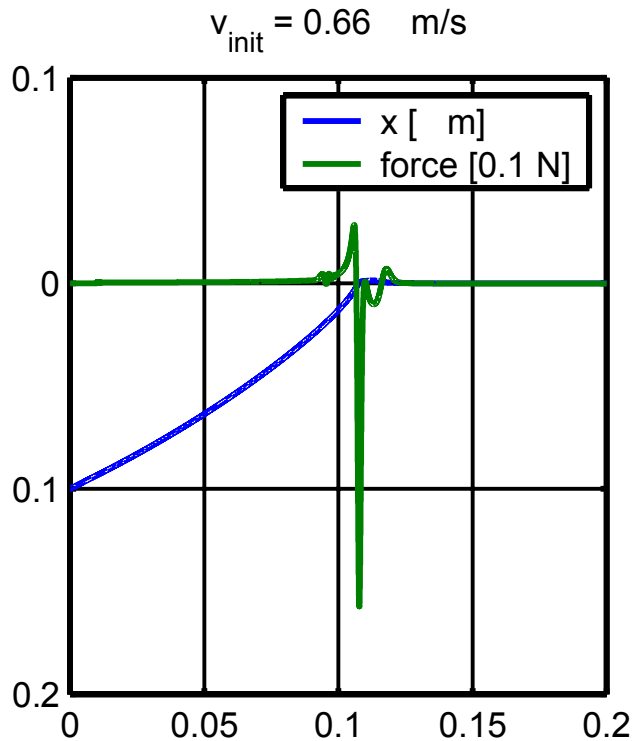
# 制御の実際

- 各制御ループが独立ならば話は単純
- 実際には複雑に絡み合っている：たとえば
  - 制御ループ間のカップリングによる不安定性
    - ～どれくらいカップリングがあるといけないか、定まった見解がまだない
  - ミラーが揺れすぎていると動作点に引き込めない
  - うまくすべてをロックするための手順がある
    - ～リサイクリング共振器をロックしないと腕共振器の信号が取れない
    - ～光路長制御がロックしないとアライメント制御がかけられない

# Threshold velocity

M.Evans  
IEEE/NSS  
Oct. 2004

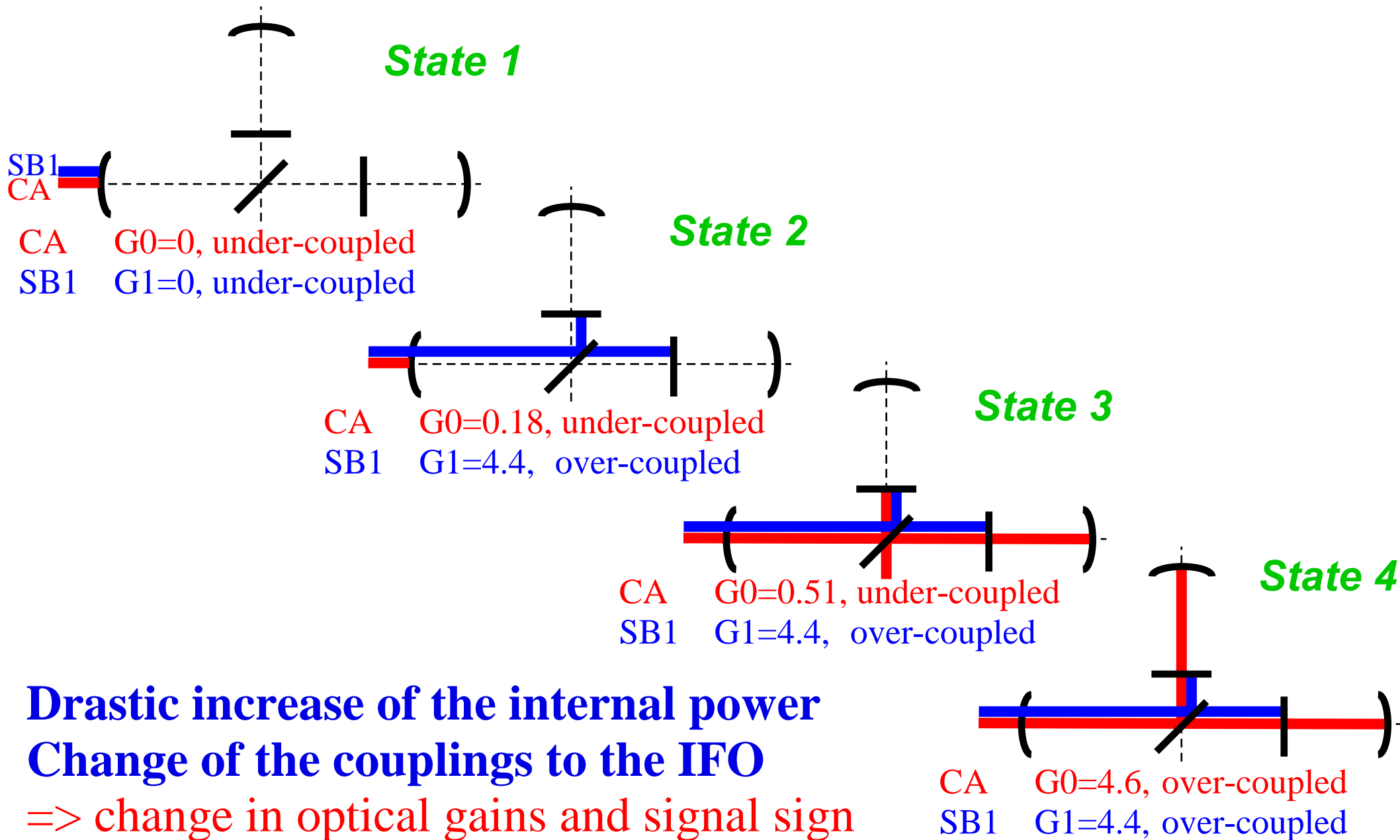
●ミラーが揺れすぎていると動作点に引き込めない



線形な制御信号が出ている時間に、鏡に与えられる力積が  
マスをとめるのに不十分だと、ロックに引き込めない

上は単純な干渉計の腕共振器のケース⇒より複雑なケースは???

# Lock acquisitionには順番がある



# 干渉計の制御まとめ

- 干渉計を稼動させるにはフィードバック制御が不可欠
  - ～干渉計は最も感度が高くなる条件にだまって止まっていない
  - ～干渉計は非線形なデバイスである
- フィードバック制御を用いて、応答が線形な領域に干渉計を「止める」
- 制御により信号は影響を受ける
- 制御が設計したようにいかない場合もままある

## 4. 干渉計のCalibration

# Introduction

- 干渉計出力を重力波信号へ変換する

干渉計から出力されるのは鏡の動きに対応した電圧の時系列

しかも制御によって信号はゆがめられている

⇒ 信号から腕光路長変動への変換が必要

## 信号のキャリブレーション

- 干渉計のキャリブレーション

Online calibration:

観測中にキャリブレーション信号を連続的に注入

干渉計の状態をモニター

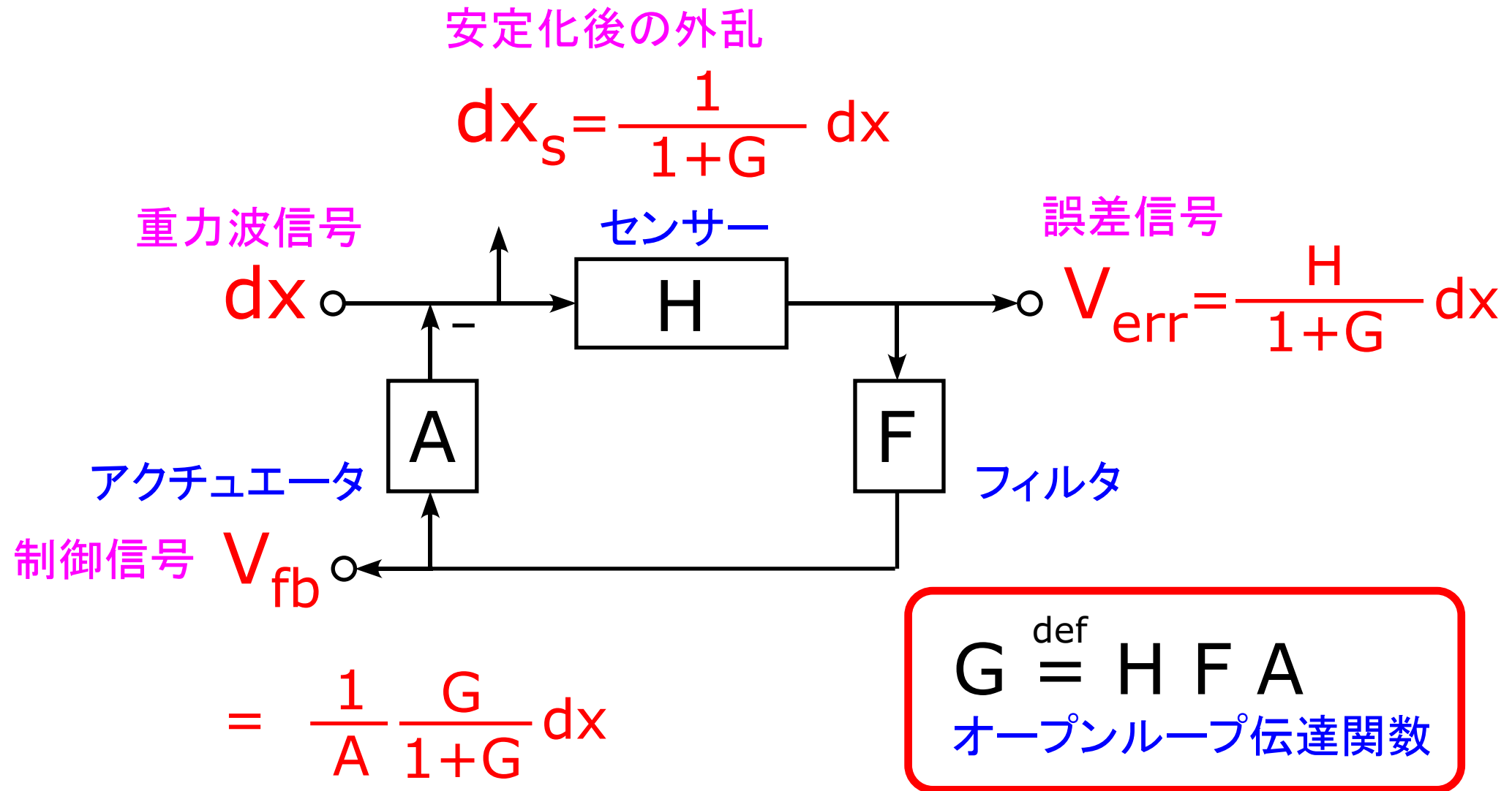
Offline calibration:

Online calibrationに必要な定数(アクチュエータの応答)の測定



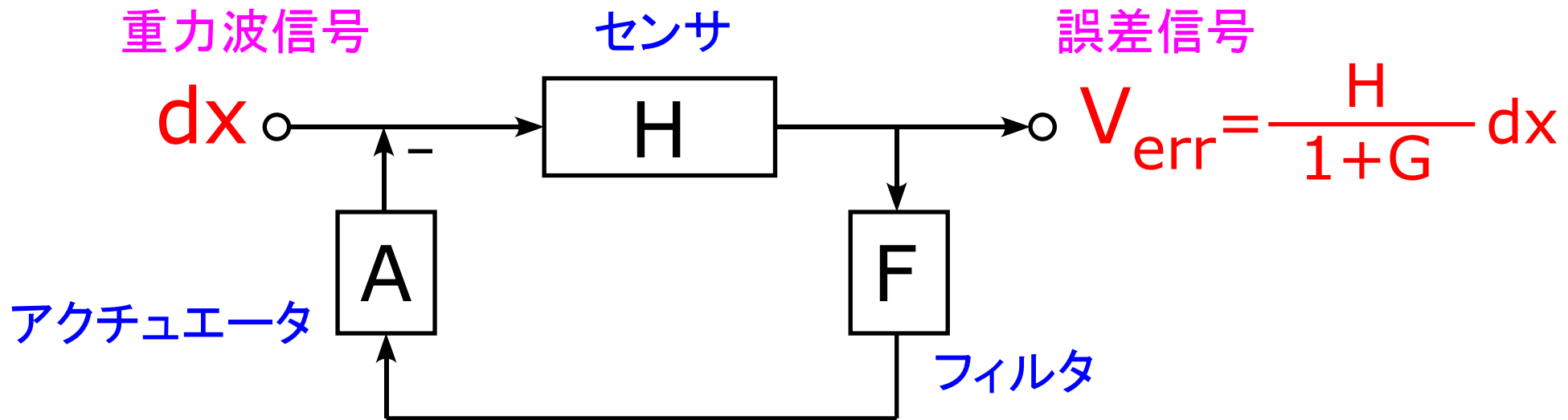
# Online calibration

## ● 制御時の誤差信号



# Online calibration based on $V_{err}$

## ● 制御時の誤差信号



$V_{err}$  から  $dx$  を得るには

オープンループ伝達関数  $G$

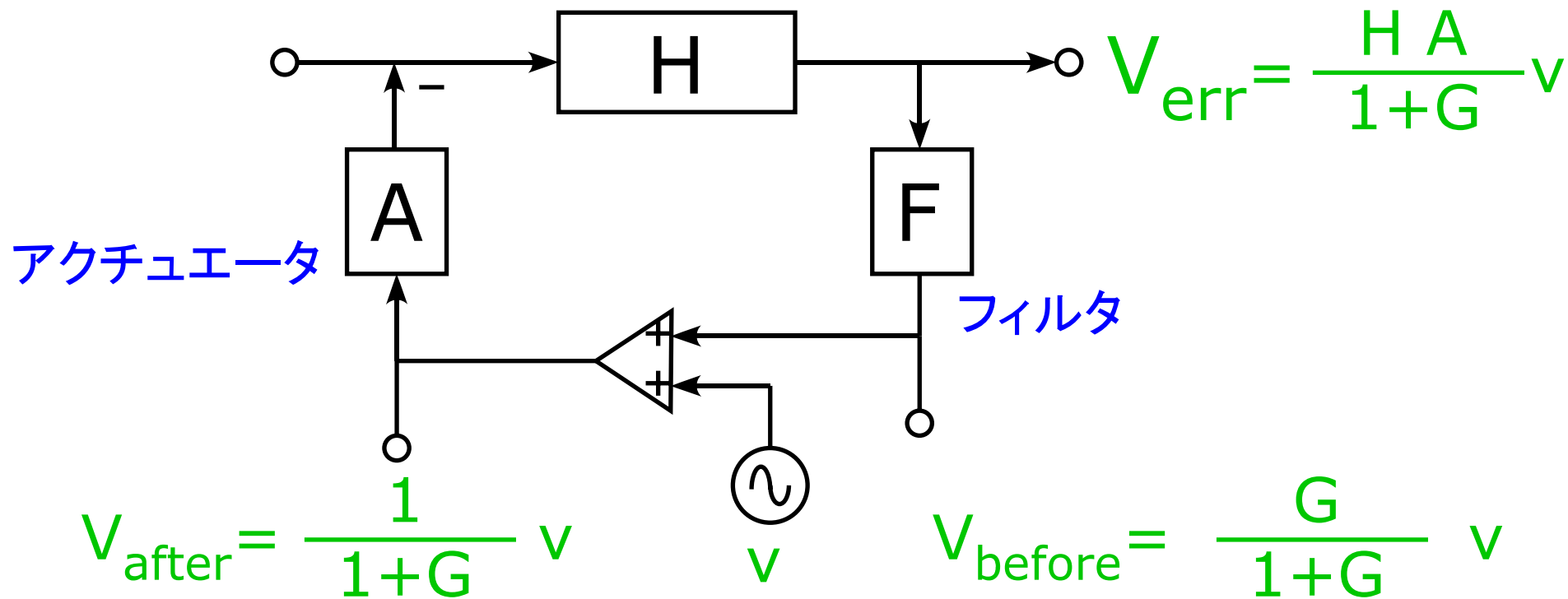
センサーの応答  $H$

$$G \stackrel{\text{def}}{=} H F A$$

オープンループ伝達関数

# Online calibration based on $V_{err}$

## ● 制御時の誤差信号



$G = V_{before} / V_{after}$  注入点前後のキャリブ信号の比

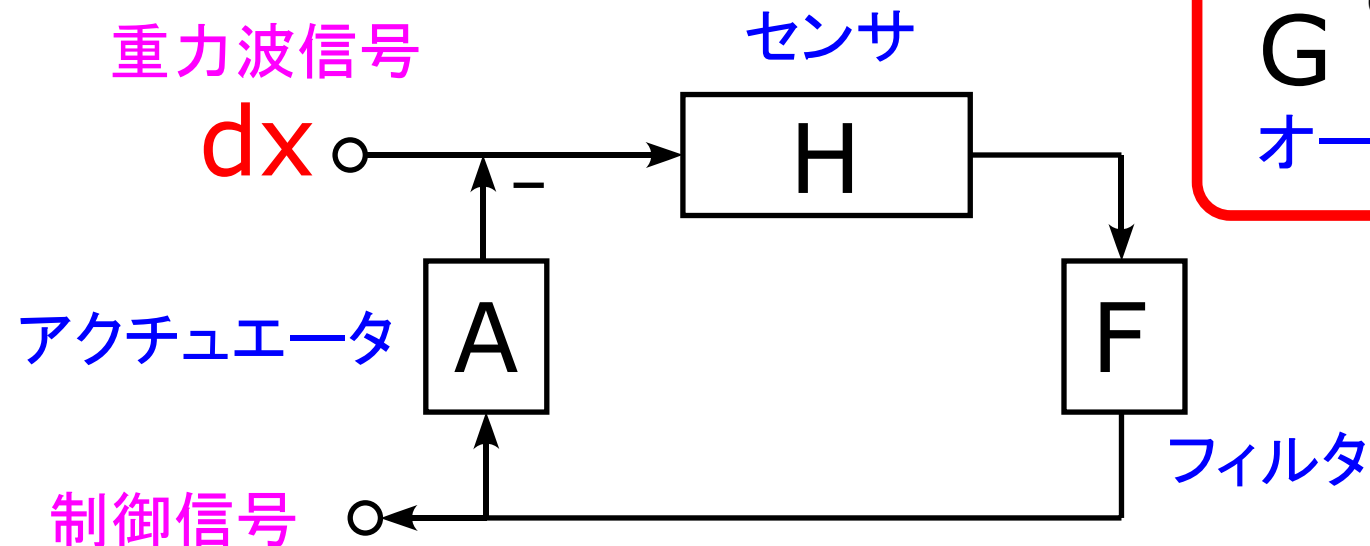
$H = V_{err} / (A V_{after})$  誤差信号と注入点後のキャリブ信号の比

ただし A given

オープンループ伝達関数  $G \stackrel{\text{def}}{=} H F A$

# Online calibration based on Vfb

## ● 制御時の制御信号



$$G \stackrel{\text{def}}{=} H F A$$

オープンループ伝達関数

$$V_{fb} = \frac{1}{A} \frac{G}{1+G} dx$$

$V_{fb}$  から  $dx$  を得るには

オープンループ伝達関数  $G$

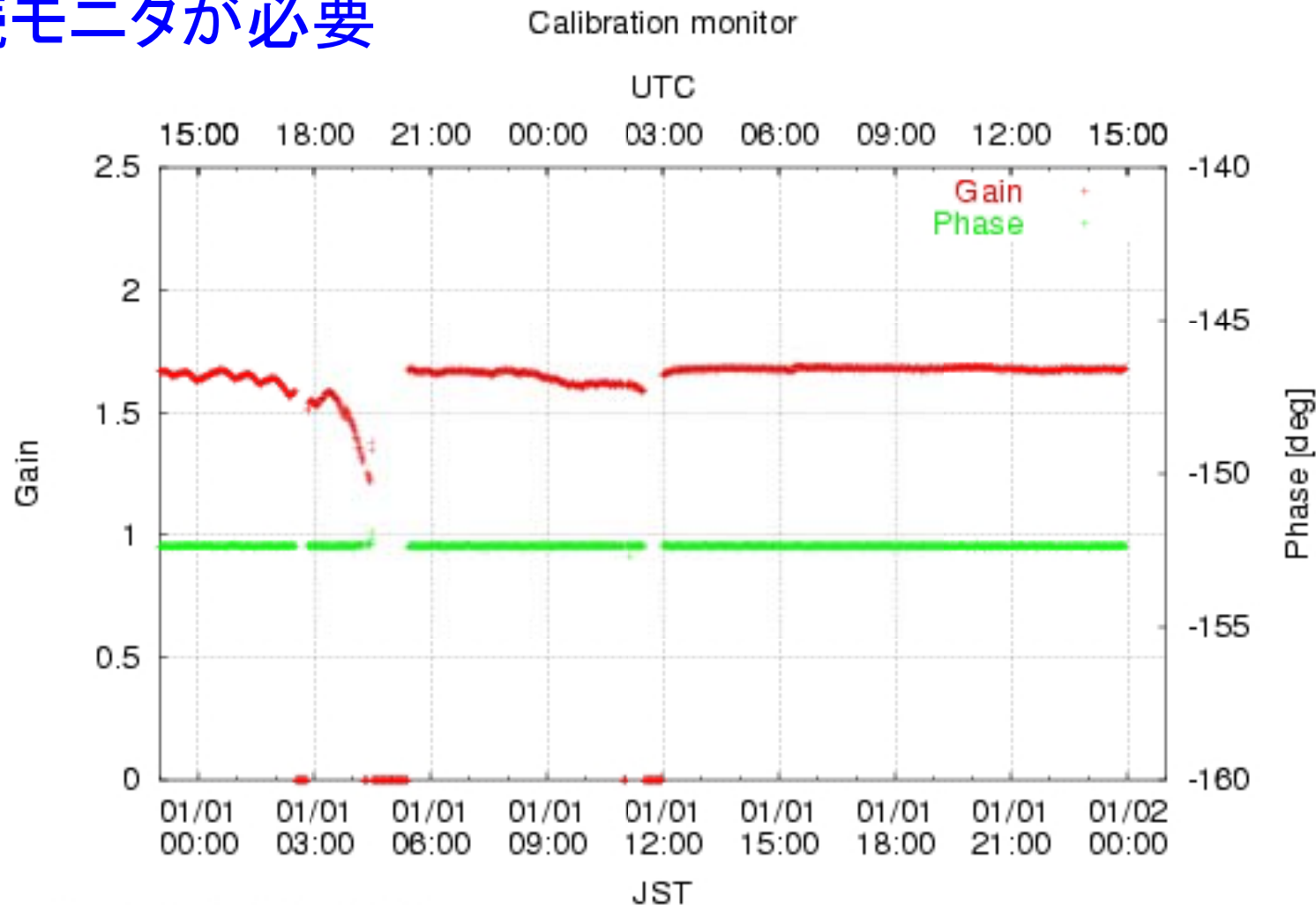
センサーの応答  $A$

# Online monitor of openloop TF (G)

## ●連続的なオープンループ伝達関数のモニタ

アライメント変動・レーザーパワーの変動の影響を受ける

⇒連続モニタが必要



Thu Jan 01 23:59:26 2004

# Online calibrationまとめ

- 制御は誤差信号を小さくするように働く
- 重力波信号は誤差信号・制御信号の  
どちらからでも取得できる  
厳密なことを言うとS/N比の差はあるが
- キャリブレーション信号を注入して必要な情報を得る  
制御の影響：  
オープンループ伝達関数  $G$   
干渉計の変位電圧換算係数：  
センサー応答  $H$
- 最終的に、アクチュエータの応答に依存している  
Offlineの測定でアクチュエータの応答を  
どれだけ精度よく測定できるかがKey

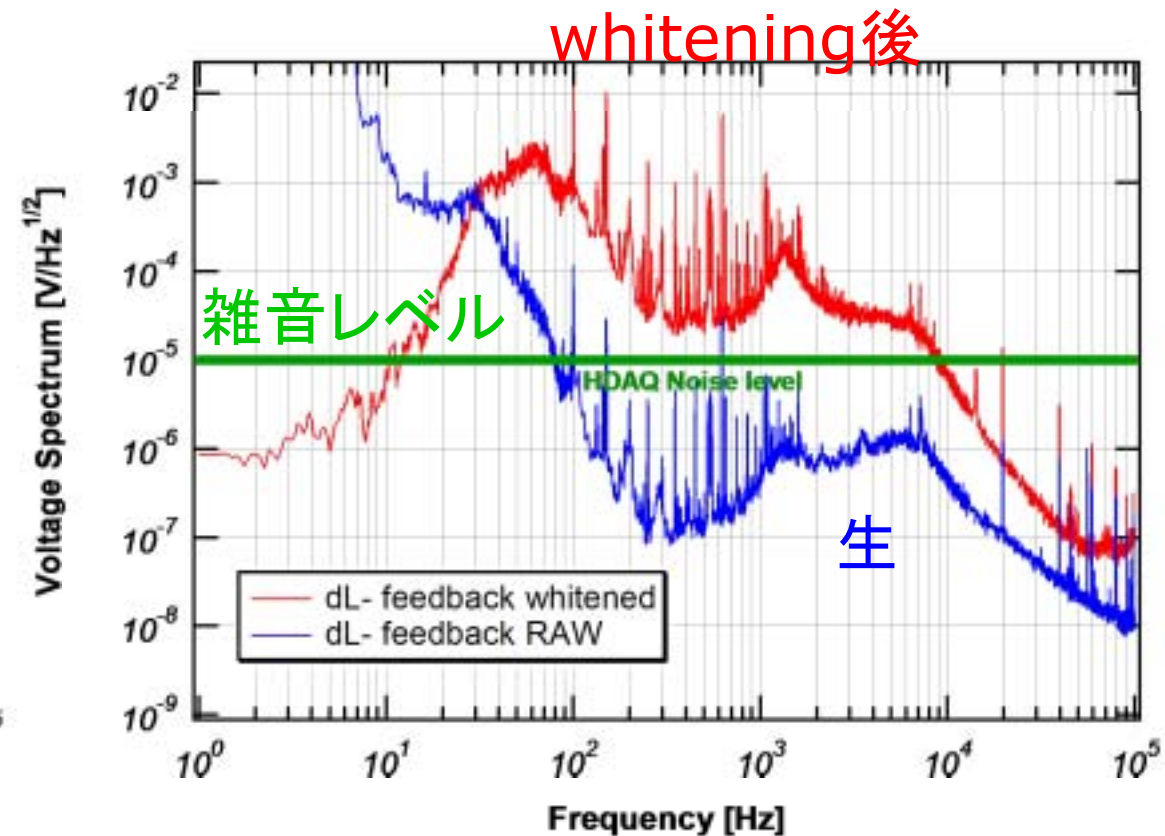
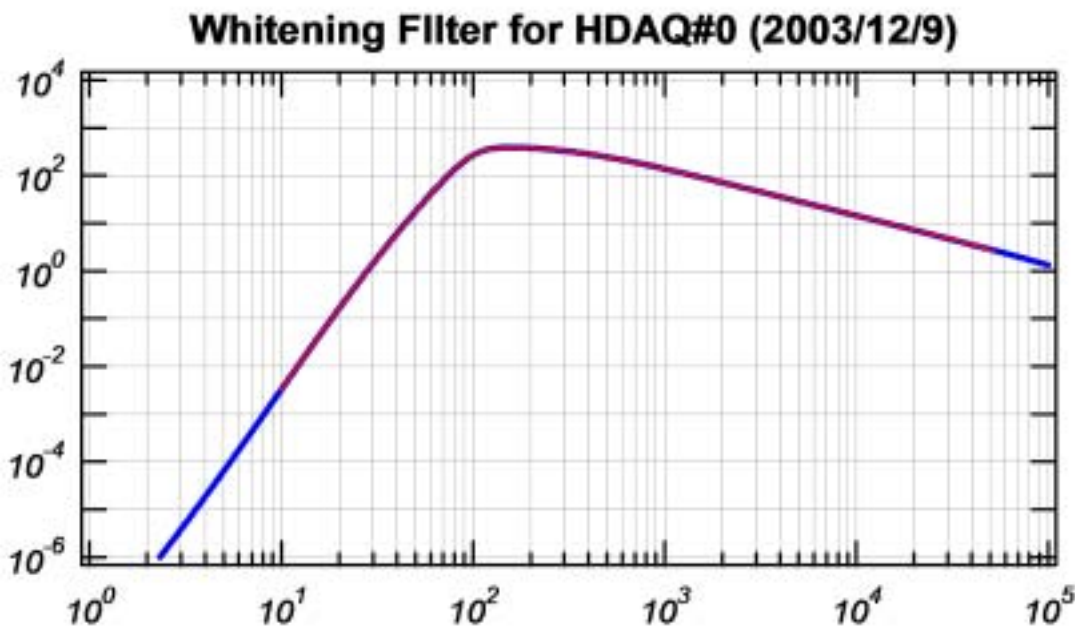
# Whitening filter

## ●ちなみに

生の誤差信号・制御信号

⇒ データ取得系の雑音レベルよりも小さすぎることがしばしばある

⇒ whitening filterを通して信号レベルを増大し、均す事が行われる。



当然whitening filterの特性は事前に知っておく必要がある。

# Offline calibration of actuators

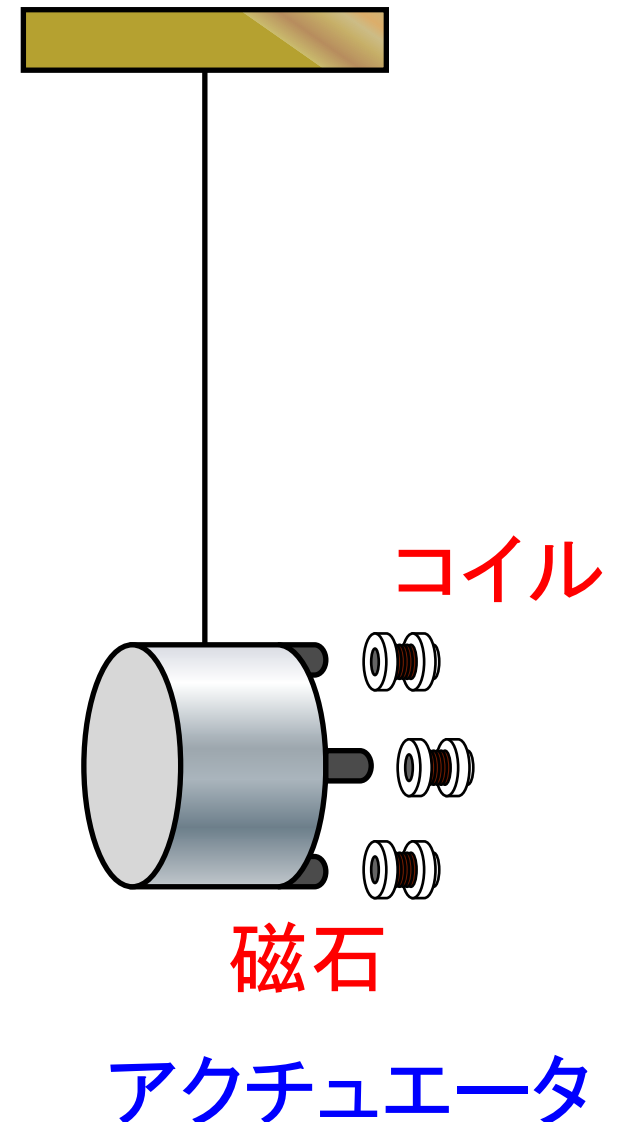
## ● アクチュエータのキャリブレーション

さまざまな方法があるが

基本的にはレーザー波長を基準とする

方法をとる

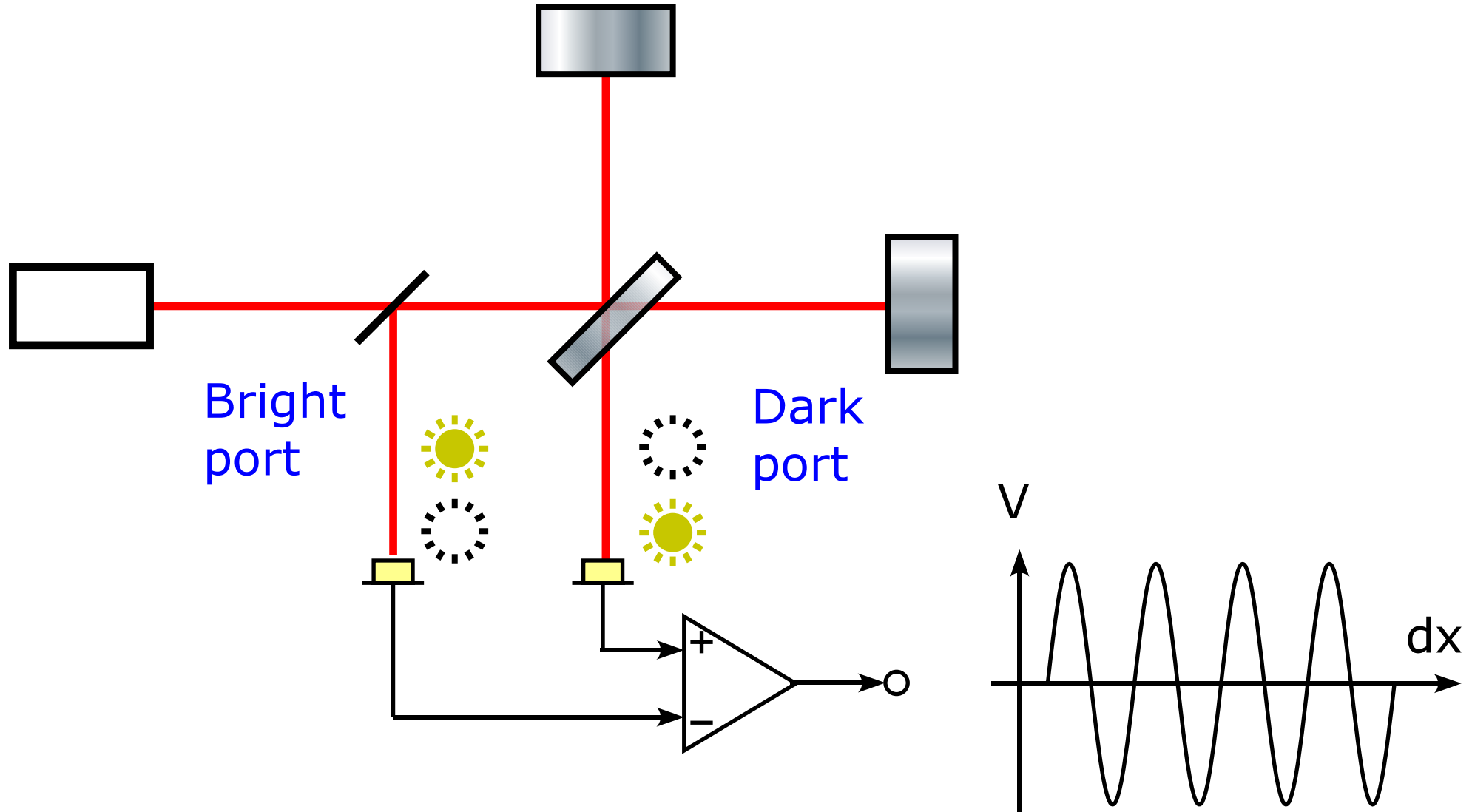
⇒ マイケルソン干渉計を用いた方法





# DC Michelson

## ● 変調や復調を使わない信号取得法



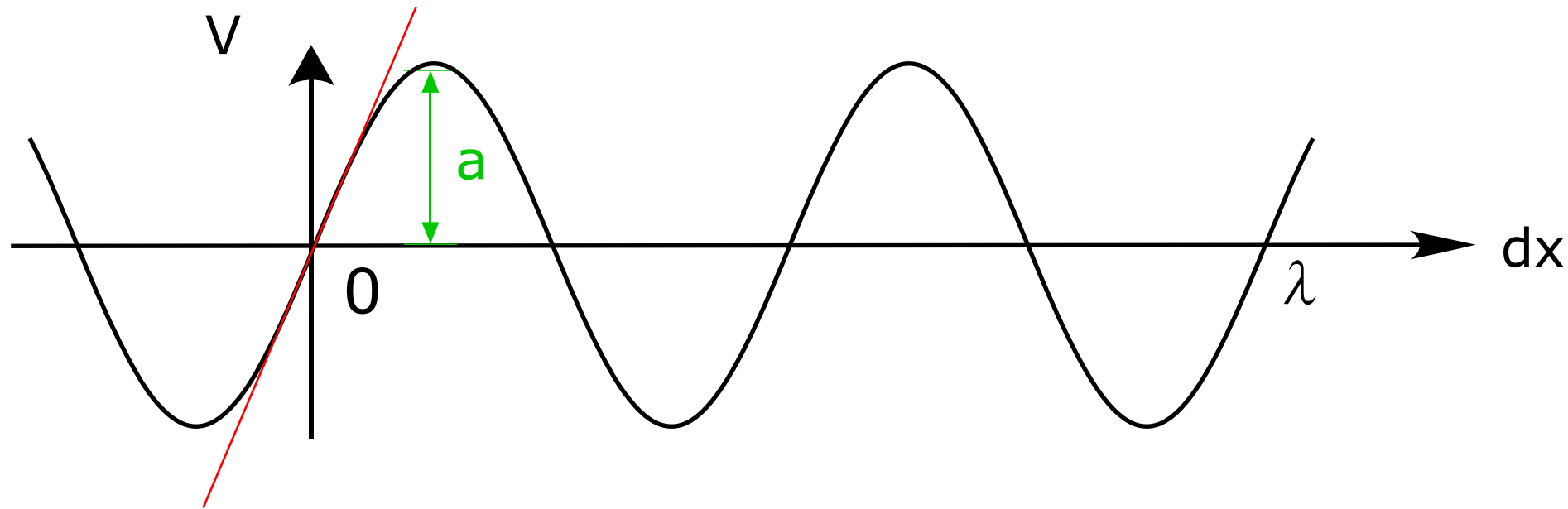
両腕の長さの差に対し、誤差信号は0を中心とした正弦波になる

# DC Michelson

## ● 波長が長さの基準

干渉計を非制御にしてフリンジ振幅 $a$ を測定

干渉計を $V=0$ にロック  $\Rightarrow$  鏡を微小に振りその変位を測定



$$V = a \sin(4\pi x / \lambda)$$

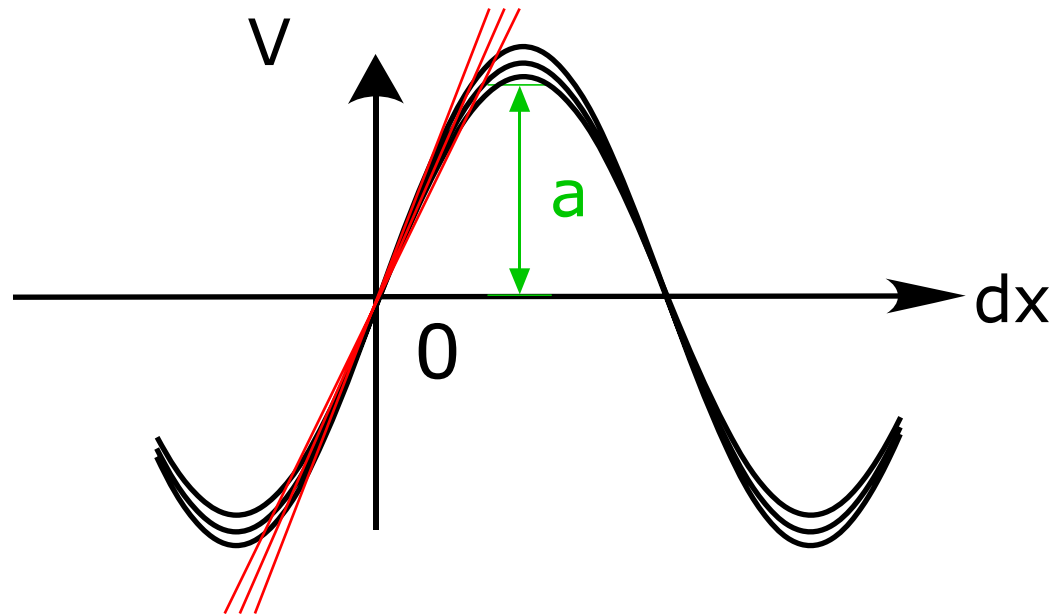
$$dV/dx|_{x=0} = 4\pi a / \lambda$$

# キャリブレーションの精度

- 短期的には1%程度の再現性
- フリンジ振幅の変動

アラインメント変動やレーザーパワー変動

⇒測定中にフリンジ振幅が変動



- アクチュエータ応答そのものの長期変動は？  
今のところ不明

# 干渉計の*Calibration*まとめ

- 干渉計出力を重力波信号へ変換するためのキャリブレーション
- 観測中は信号を注入
  - 連続的なキャリブレーション可
  - Onlineではアクチュエータ応答は既知のものとしている
- アクチュエータ応答を測定するためにDCマイケルソンを利用
  - 光の波長とフリンジ振幅を基準にとる
  - フリンジ振幅の変動
  - アクチュエータ応答の長期安定性

## 5. 雑音の低減

# Introduction

## ● 第1節のまとめ

### 雑音

⇒ 「外力による鏡のゆれ」は原理的に区別不可能

⇒ 腕光路長が実際には変動していないのに、

読み取り精度が悪くてきちんと読み取れない

## ● どう雑音同定するか

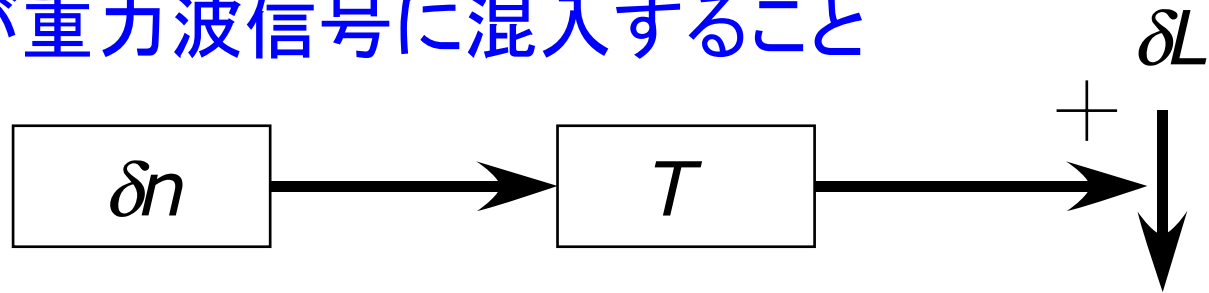
## ● どう雑音低減するか

## ● 個々の雑音をどう扱うかという話はしない

# 重力波検出器の雑音

● 重力波と区別できないような雑音となるには

1. 雑音源があること
2. それが重力波信号に混入すること



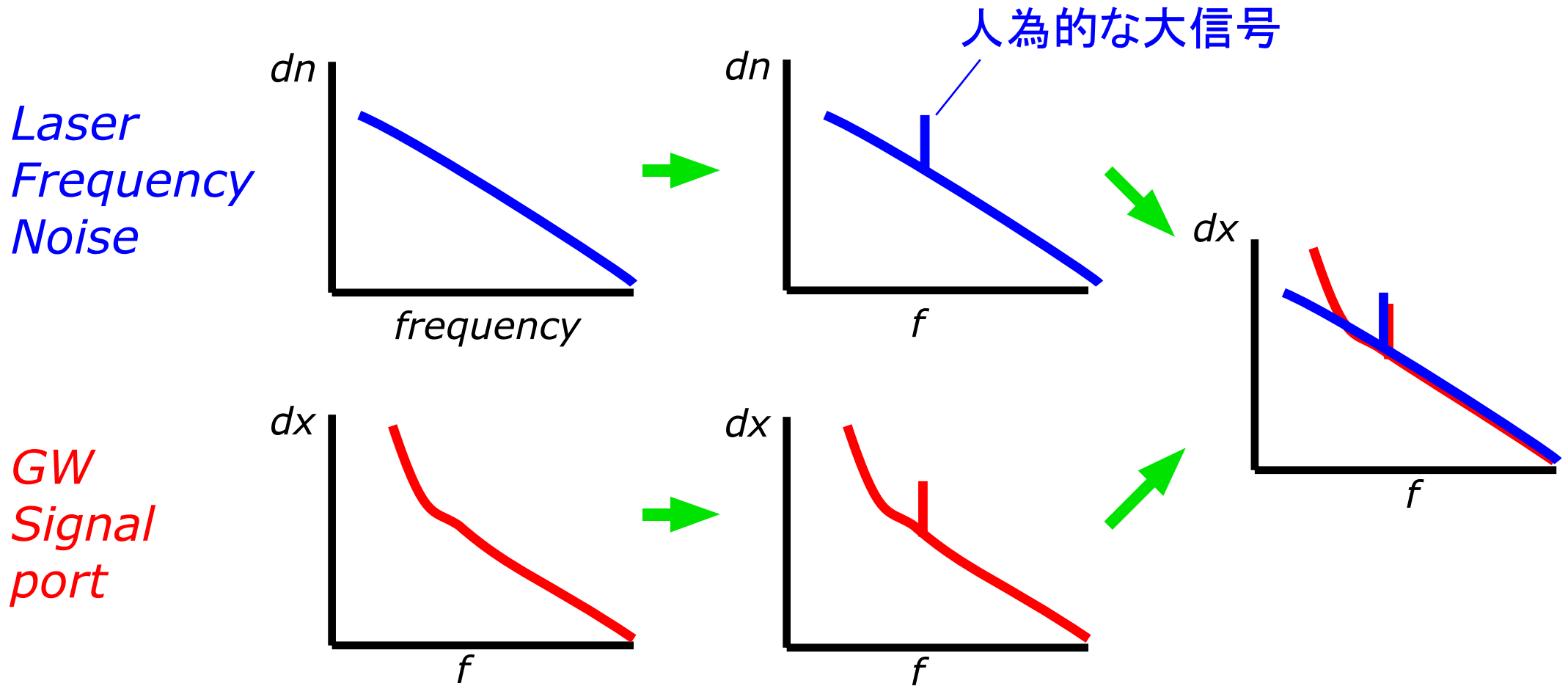
● 雑音源の低減の第一歩は雑音源の同定から

● 雑音源同定可能か？

雑音源	混入メカニズム	⇒ 重力波信号への雑音寄与
known	known	OK
known	unknown	OK
unknown	unknown	NG

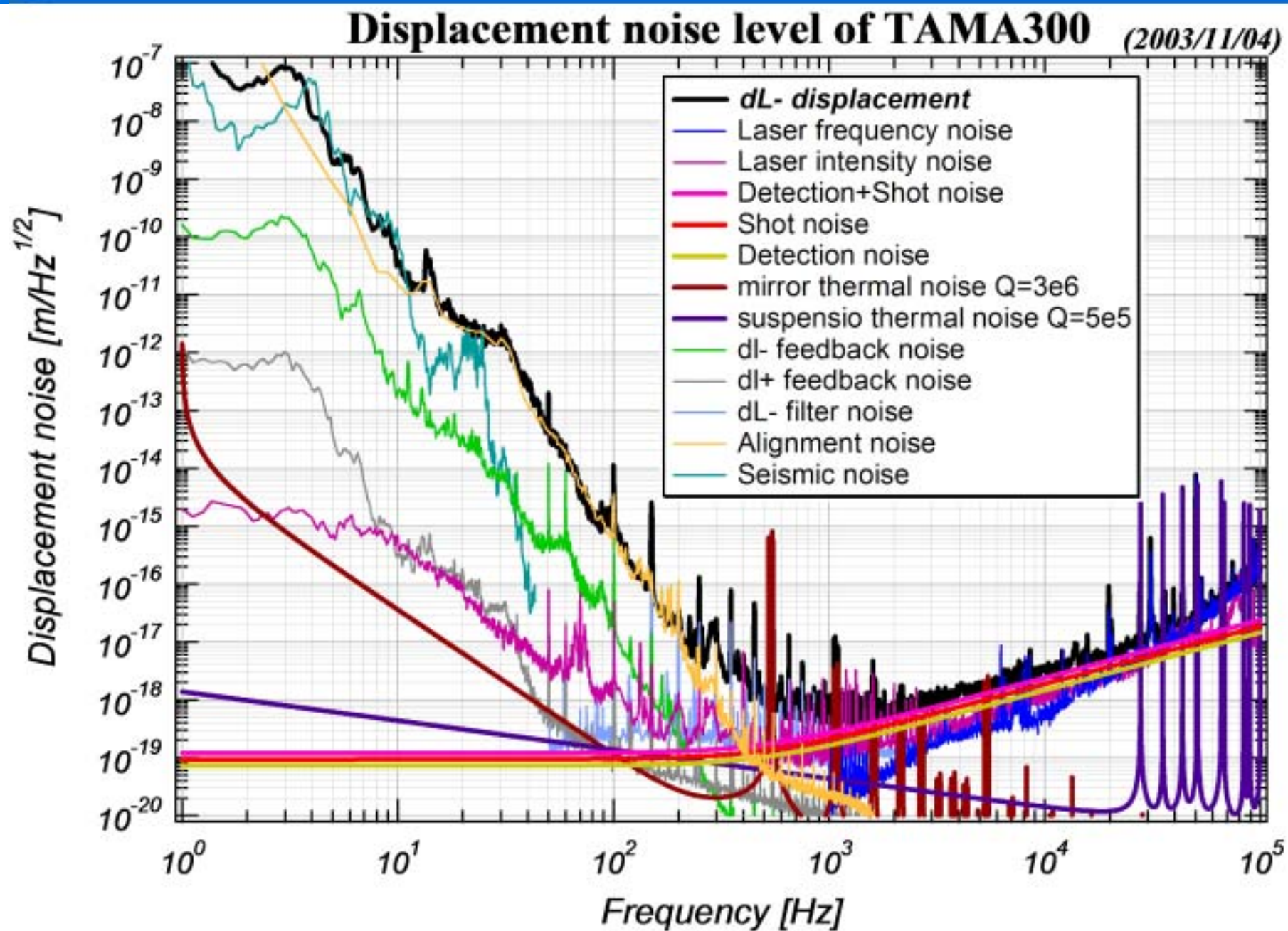
# 源が特定されている雑音

- 雑音源さえ分かっているならば重力波信号への寄与は測定できる





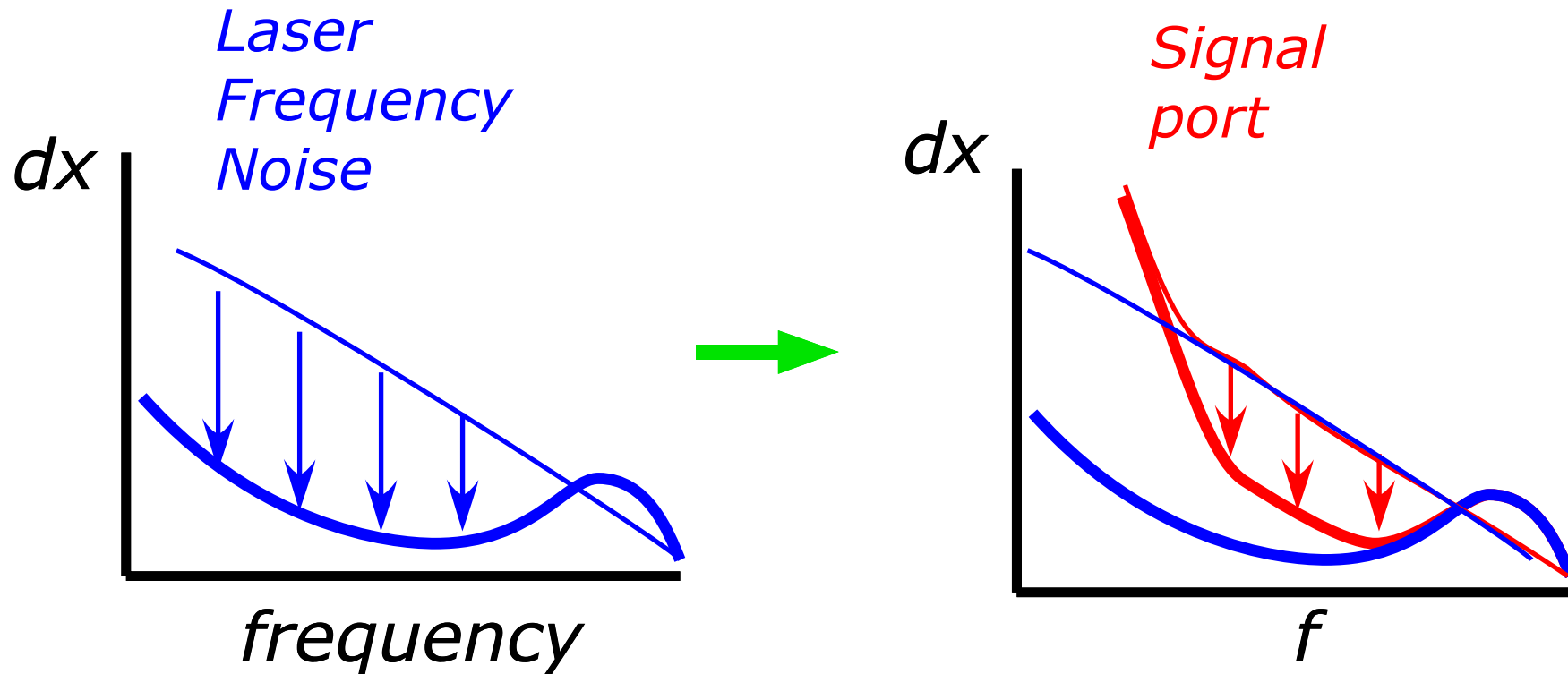
# TAMAの同定済み雑音源



# 源が特定されている雑音

- 雑音源が分かっているならば、雑音低減はかなりやりやすくなる

制御による安定化の技術を使い  
雑音源そのものを小さくする

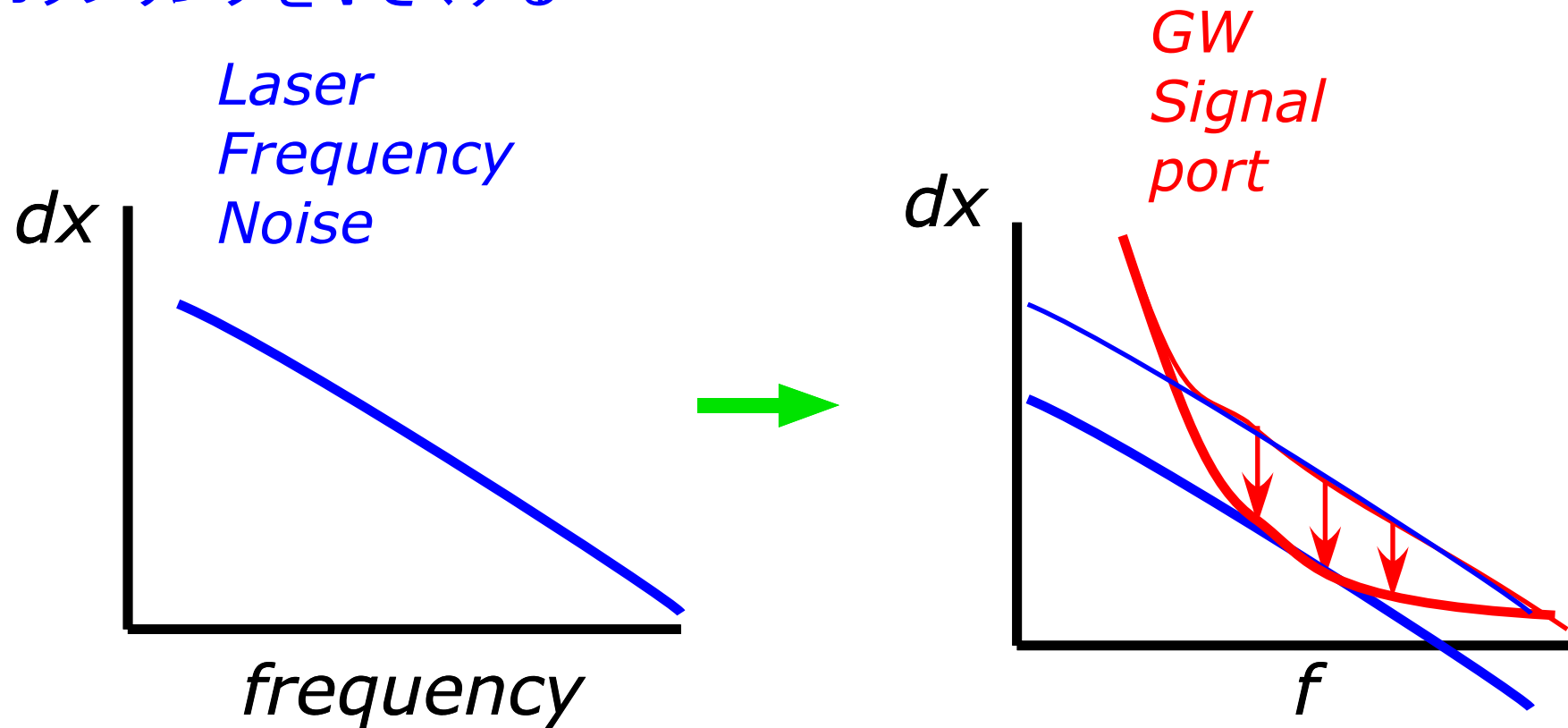


- ただし、思ったほど下がるとは限らない

# 源が特定されている雑音

- 雑音混入のメカニズムがわかっているならば、カップリングを小さくするアプローチも可能

カップリングを小さくする



- やはり、思ったほど下がるとは限らない

# 源が特定されていない雑音

- 雑音源が分かっている場合

  - 安定化制御やカップリングの低減

  - ⇒ 雑音の寄与を小さくする

- 雑音源が分からない場合

  - 新しい雑音源を考えて同定する作業の繰り返し

- 雑音低減のノウハウがあるということ

  - 雑音源・メカニズムの引き出しをどれだけ多く持っているか

# 雑音の低減まとめ

●雑音低減を続けていくと、感度(重力波信号出力)が既知の雑音では説明できないレベルに到達する

新しい雑音源を考え

同定する

(場合によっては雑音源の雑音低減もしてみる)

感度へ寄与がある物が見つかるまで、ひたすら繰り返す

⇒このプロセスを経していないものは、あまり信じられない

まとめ

# 全体のまとめ

## ● 干渉計実験の実情

- 干渉計型重力波検出器で見えるもの
  - ⇒ すべて重力波とみなさなければならない
- レーザーの干渉
- 干渉計の制御
- 干渉計のキャリブレーション
  - ⇒ 制御の影響
  - ⇒ アクチュエータ応答の測定がkey
- 雑音低減作業の実際
  - ⇒ 雑音源の同定