

新アナログ信号光伝達システムの性能評価 2

東京大学理学部坪野研究室 修士 2 年 沼田健司

第三版 : 1999 年 7 月 31 日

目次

1	アナログ信号光伝達システムについて	2
2	システムの概要	2
2.1	過去の評価	2
2.2	モジュールの使われ方	3
3	今回のシステム	3
3.1	モジュールの番号	3
3.2	モジュールの仕様	3
3.3	ADC の仕様	4
3.4	DAC の仕様	4
3.5	デジタルコード	4
4	理論背景	4
4.1	AD/DA 変換の伝達関数	5
4.2	ノイズ特性	5
4.2.1	量子化ノイズ	5
4.2.2	トランジションノイズ	5
4.2.3	ADC のサンプリング時間のずれによるノイズ	5
4.2.4	DAC の出力タイミングのずれによるノイズ	6
4.2.5	高調波歪み	6
4.2.6	AD/DA 変換によるノイズ	6
4.2.7	全ノイズ	6
5	実際の評価	6
5.1	ADC/DAC の Offset, Gain の調整	6
5.2	クロック	8
5.3	伝送波形と伝達関数	8
5.4	入力 GND 時のノイズの測定	10
5.5	信号入力時のノイズの測定	14
5.5.1	測定の準備	14
5.5.2	理論的なノイズ	15

5.5.3	結果	15
5.6	CH間の干渉の測定	17
5.7	長期安定性の測定	17
6	評価のまとめ	18
7	ノイズに関する制限	19
7.1	アラインメント制御に必要な要求	19
7.1.1	準備	19
7.1.2	非対称性	20
7.1.3	ダイナミックレンジ	21
7.1.4	ビームセンタリング	21
7.1.5	コントラストに対する要求	22
7.1.6	要求値に関するまとめ	22

1 アナログ信号光伝達システムについて

現在、国立天文台三鷹キャンパスでは干渉計型重力波検出器 TAMA300 の建設が進んでいる。干渉計を動作させるためには各ミラーの制御が不可欠である。各ミラーに関する情報は主にセンタールームで取得される。そして、300m 離れたエンドミラーへ制御信号を返さなければならない。将来計画ではこの距離がさらに増大するため、信号の伝送は大きな課題となる¹。そこで、アナログ信号をデジタルの光信号に一度変換し、伝送してから、通常のアナログ信号に戻す、アナログ信号光伝達システムを導入している²。

このシステムは既に、両アームに導入済みである。今回評価したモジュールは、東西のアームのペアのモジュールの代替となるべく用意された。現在の東西のアームのモジュールは谷口氏により評価されたもので、信頼性が低いことが知られていた³。南北のアームのモジュールは沼田により昨年評価されたもので、東西アームのモジュールよりも特性がよいことが知られていた。

今回のモジュールは、現在南北アームに入っている、ノイズの静かなモジュールと製作メーカーや内部構造も同じである⁴。ここではこのモジュールのノイズ評価と、ミラー制御という観点から見た、アナログ信号光伝達システムの影響について考察する。

2 システムの概要

2.1 過去の評価

過去、このようなモジュールが評価されている。

現在⁵の東西アームに導入されているモジュールは谷口氏によりレポートされた。

- <ftp://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/pub/shinsuke/AD-DA/HOUKOKU.ps>

¹ また、光伝送を使うことでセンターとエンドを電氣的に分離することも可能になる。巨大なグラウンドループを生み出さない。

² ピコモータ駆動には、LAN/光変換機が導入されている。

³ ノイズの増減がある、コードをつながないときにオフセットが乗る、プリント基板でない、などの問題がある。

⁴ 不具合は修正されている。

⁵ 本文中で、「現在」というのは 1999 年 6 月のことを指す。

現在の南北アームに導入されているモジュールは沼田が評価した。

- <ftp://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/pub/numata/AD-DA/analog.pdf>

AD/DA の理論的な準備はこれらの報告で準備されており、特に今回のシステムはこの沼田の評価したモジュールとほぼ同一であるため、ここでの報告は測定結果のみを重視して行うことにする。

2.2 モジュールの使い方

モジュールは2対一組のNIMモジュールである。一つのモジュールは4入力、4出力端子を持っている。両モジュールは2本の光ファイバで接続され、同時に双方向4chの伝送が可能である。

今回のモジュールはこれから東西アームに導入される予定である。現在、エンドミラーにはアライメント制御信号が返されている。センタールームのWave Front Senserから検出された角度揺れの情報は、処理後フィルタに入れられ、このモジュールで光信号に変換される。この信号は光ファイバを通して、エンドルームに伝送され、アナログ信号に戻される。そして、マトリックス回路で処理を行い⁶、エンドミラー用のコイルドライバに入り電流に変換され、コイルマグネットによりミラーを動かす。

モジュールは、エンドからセンターへの信号の伝送も行うことが出来るが、現在は、透過光強度のモニターや透過光を利用したBSの制御信号伝達に使われている。

3 今回のシステム

3.1 モジュールの番号

ANALOG LINK という名のついた、二つのNIMモジュールである。電源部に、[991009],[991010]の番号がある。前者、後者にそれぞれ、[A号機],[B号機]の名前をつけた。

また、[A号機]の1chから[B号機]の1chへの伝送を”A1-B1伝送”、等と呼ぶことにする⁷。

3.2 モジュールの仕様

モジュールの仕様や特性を簡単にまとめる。

- CLEAR PULSE 社製 NIM モジュール
- 16bit ADC(BURR-BROWN ADS7807P)、DAC(BURR-BROWN DAC714)
- ADC,DAC の offset,gain 調節が前面パネルから可能
- 入出力レンジ⁸、±10V
- 4ch 入出力
- 入力信号の ADC による変換出力の下位 8bit の直視が LED により可能

⁶ AD/DA で転送後に、急峻なローパスフィルタで観測帯域のノイズを落とす、という話がある。

⁷ ある ch に入れた入力信号は、同じ番号の対応する ch から出力される。

⁸ ADC の最大入力値は ±25V

1LSB	305 μ V
変換時間	最大 20 μ sec
完全サイクル ¹¹	最大 35 μ sec
トランジションノイズ ¹²	0.8LSB
全高調波歪み ¹³	100dB

図 1: ADS7807 のカタログ値

直線性誤差	最大 ± 4 LSB
微分直線性誤差	最大 ± 4 LSB
ゲイン誤差	$\pm 0.1\%$
単調性	14bit
出力雑音電圧	120nV/rtHz

図 2: DAC714 のカタログ値

- 入力、出力段にバッファとして AD743⁹ を使用
- 出力段にローパスフィルタ (CutOff ~ 169 kHz)

3.3 ADC の仕様

BURR-BROWN ADS7807P のカタログ値¹⁰ の主要なものを図 1 にまとめる。

3.4 DAC の仕様

BURR-BROWN DAC714P のカタログ値¹⁴ の主要なものを図 2 にまとめる。

3.5 デジタルコード

ADC/DAC の入出力コードは 2'S コンプリメントコード (CTC) を用いている。図 3 に CTC のデジタル、アナログの対応関係を示す。

バイポーラモードで用いる今回の場合、ゼロ出力を表わすところで、MSB が変化する。

4 理論背景

AD/DA 変換に関する理論的な背景を列挙する。詳しい説明は谷口氏の報告書にある。

⁹ BiFET 入力。2.9nV/rtHz @10kHz。

¹⁰ <http://www.burr-brown.com/download/DataSheets/ADS7807.pdf>

¹⁴ <http://www.burr-brown.com/download/DataSheets/DAC714.pdf>

Digital Code	Analog
0111 1111 1111 1111	+FS-1LSB
0000 0000 0000 0001	+1LSB
0000 0000 0000 0000	ゼロ
1111 1111 1111 1111	-1LSB
1000 0000 0000 0001	-FS+1LSB
1000 0000 0000 0000	-FS

図 3: デジタル入出力コード
CTC。FS はフルスケールを表す。

4.1 AD/DA 変換の伝達関数

理想的な D/A 変換の伝達関数 $H(f)$ は、サンプリングタイムを T_0 としたとき¹⁵、

$$H(f) = \exp(-i\pi f T_0) \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \quad (1)$$

4.2 ノイズ特性

4.2.1 量子化ノイズ

量子化誤差の RMS 振幅を $\sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}}$ とすると、量子化ノイズの出力のパワースペクトル密度 $G_{\text{qua}}(f)$ は¹⁶、

$$G_{\text{qua}}(f) = 2\sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}2} T_0 \left(\frac{\sin(\pi f T_0/2)}{\pi f T_0/2} \right)^2 \quad (2)$$

$\sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}}$ は、 Δ を 1LSB とすると、常に $\pm 1/2$ LSB 幅で量子化誤差が生じるとした理想の場合、

$$\sigma_{\text{rms}}^{\text{qua}} = \frac{\Delta}{12} \quad (3)$$

4.2.2 トランジションノイズ

ADC のデジタル出力が ADC の内部雑音によって変動することによるノイズ。

$$G_{\text{tra}}(f) = 2\sigma_{\text{rms}}^{\text{tra}2} T_0 \left(\frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \right)^2 \quad (4)$$

$\sigma_{\text{rms}}^{\text{tra}}$ は、トランジションノイズによる誤差の RMS 振幅。以下も同様に文字を定義した。

4.2.3 ADC のサンプリング時間のずれによるノイズ

入力信号を振幅 V 、周波数 f_s の正弦波としたとき、

¹⁵ 実際のサンプリングタイム T_0 を用いて計算すると Cut Off 周波数は 5.1 kHz となる。

¹⁶ 量子化誤差そのものは白色雑音であるが、以下も含めて伝送後のスペクトルを考えている。

$$G_{\text{ADC}}(f) = T_0(2\pi f_s V \Delta T_{\text{rms}}^{\text{ADC}})^2 \left(\frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \right)^2 \quad (5)$$

4.2.4 DAC の出力タイミングのずれによるノイズ

時間ずれが充分小さければ、測定帯域で¹⁷、

$$G_{\text{DAC}}(f) \simeq T_0(2\pi f_s V \Delta T_{\text{rms}}^{\text{DAC}})^2 \quad (6)$$

4.2.5 高調波歪み

全高調波歪み率 (THD) は、 n 次の高調波のレベルを E_n とし、基本波レベルを E_{sig} としたとき、

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{E_2^2 + E_3^2 + \dots + E_n^2}}{E_{\text{sig}}} (\%) \quad (7)$$

と定義される。これによる出力のノイズを $G_{\text{THD}}(f)$ と書く事にする。

4.2.6 AD/DA 変換によるノイズ

$$G_{\text{ADDA}}(f) = \pi V^2 T_0 \left(\frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \right)^2 \sum_n [\delta(f - (f_s + n f_0)) + \delta(f - (-f_s + n f_0))] \quad (8)$$

4.2.7 全ノイズ

各ノイズが独立に寄与するとすると、出力のノイズスペクトルはこれらの和になる。これを図 4 に示す。

トランジションノイズが量子化ノイズよりも大きいことに注意すべきである。12bit 程度では量子化ノイズの方が大きいですが、16bit 程度になると素子自体の雑音の方が効いてしまって、結局、有効な bit はそれよりも数 bit 小さくなっている。

5 実際の評価

5.1 ADC/DAC の Offset, Gain の調整

モジュールを使用するために、おのおのの ch の ADC/DAC の Offset, Gain の調整を行う必要がある。用いている ADC は Offset, Gain を独立に調節することが出来ないが、DAC は可能である。

前回、前面パネルに取り付けられている BIT 直視用の LED を用いて、ADC の調整を行った。入力をショートし、0V を表わす BIT が表示されるように Offset の可変抵抗を動かす方法である。しかし、図 3 で見たように、0V 付近では、下位 BIT は激しく変化する。また、トランジションノイズにより、出力は常に揺らいでいる。その振幅は、カタログのトランジションノイズ (RMS

¹⁷ 正確には、 $\frac{\sin \pi f \Delta T}{\pi f \Delta T}$ の項がかかっているが、無視してよい。

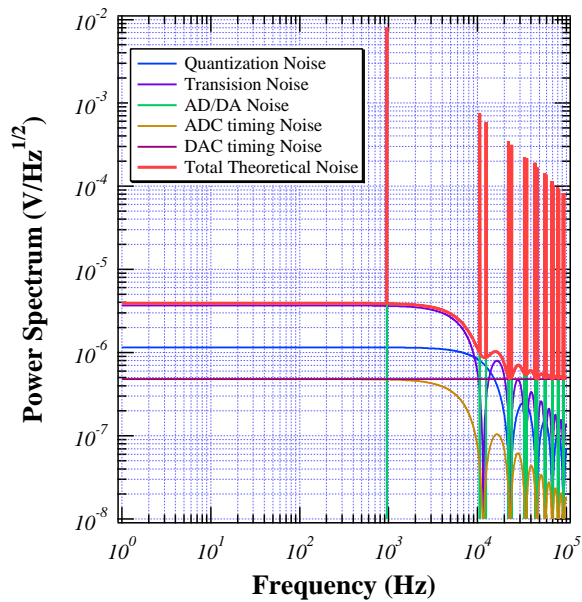


図 4: ノイズの理論値

入力には 960Hz, 1V_{p-p} の正弦波, 時間ずれはサンプリングタイムの 0.01%と仮定した。

値, 1σ) 0.8LSB を 5 倍程度したものとなり¹⁸、下位の BIT 列を表わす LED は常に点滅してしまう。この中心に目視で合わせることは困難であり、結果の信頼性も低い。

そこで、今回は DAC の Offset, Gain を合わせ、その直線性を信頼した上で、実際に信号の伝送状態にし、ADC の Offset, Gain を合わせることにした。

その手順をまとめる。

DAC の調節をまず行う。

1. 両モジュールを伝送状態にする。
2. -10.1V 付近 (DC) を入力する。
3. 出力電圧が正確に -10V になるように DAC の Offset を調節する。
4. +10.1V 付近を入力する。
5. 出力電圧が正確に 10V になるように DAC の Gain を調節する。
6. 双方向 8ch について繰り返す。

次に ADC の調節を行う。

1. 入力をショートし、出力が 0V を中心に揺らぐよう、ADC の Offset を調節する。
2. 小電圧を入力する。その電圧と、出力電圧が一致するように ADC の Gain を調節する。
3. 最初と同じく、Offset を調節する。
4. 先ほどよりも絶対値の大きく、符号の反転した DC 電圧を加えて Gain を調節する。
5. この手順を何度か繰り返し、最後にはフルスケール付近の電圧で調節する。
6. 双方向 8ch について繰り返す。

この方法では、前面の LED を使わない。入力電圧と正確に一致する出力を得るように調節し

¹⁸ <http://www.burr-brown.com/download/ABs/AB-095.pdf> を参照のこと。

	A号機	B号機
ADC clock	417.1290 kHz	416.7443 kHz
DAC clock	416.7407 kHz	417.1387 kHz
Sampling Frequency	11.58713 kHz	11.57626 kHz

図 5: 各周波数

ADC clock は ADS7807 18pin で測定。DAC clock は DAC714 1pin で測定。Sampling Frequency は ADS7807 22pin で測定した

ているので、実際的であろう。しかし、DAC の直線性誤差を無視しているなど問題点もある。なお、前回逆に取り付けられていた DAC の Offset, Gain の可変抵抗は今回のモジュールでは正しく取り付けられている。

また、内部で、入力、出力段のバッファの Offset 調節も可能である。しかし、これらの Offset は、ADC/DAC の Offset 調節が吸収しうるものと考えて、今回は調節を行わなかった。

なお、設定した Offset, Gain は長期的に変動している。特に、電源投入直後はドリフトが大きいようなので、十分時間が経過してから調整する方が良い。長期安定性については後程触れる。

5.2 クロック

ADC, DAC のクロックは、光伝送ユニット WN104A から供給される。このユニットは、4 つの ADC から送られてくるシリアル信号を光信号に変換して出力し、また、それを受信して DAC に振り分けることも行う OEM 品である。

クロックは約 417kHz で、サンプリング周波数はその 1/36 の約 11.6kHz である。実測した結果を図 5 に示す。ここで、本来は、受信側 ADC と送信側 DADC のクロックは常に等しくなっている。しかし同時にこれらの周波数を測定したのではなく、順に測っていったため、クロック自身の揺らぎを反映して異なる数値になっている。

5.3 伝送波形と伝達関数

いままで見てきたように、このモジュールは 11.6kHz サンプリングであり、伝達関数は、時間遅れ要素とローパス特性 (Cut Off: ~5kHz) を持つ。

これを具体的に見てみる。

図 6, 7 はそれぞれ、1kHz, 5Hz の正弦波を入力したときの出力波形を示す。5Hz の時には、位相遅れの影響は小さいが、1kHz ともなると位相遅れの影響は大きいことが分かる¹⁹。

また、伝達関数も測定した。その絶対値について、図 8 に示した。式 (1) による理論値も同時に示した。

また、その位相について、図 9 に示した。

理想的には、式 (1) に表れている、サンプリングによる時間遅れによる位相のずれ

$$-\pi T_0 f \quad (9)$$

だけが表れるはずであるが、これは実際の変換、伝送時間 (Δt とおく) を含んでいない。これを

¹⁹ ノイズレベルの観点から言うと、1kHz, 5Hz でトランジションノイズも量子化ノイズも変わらない。

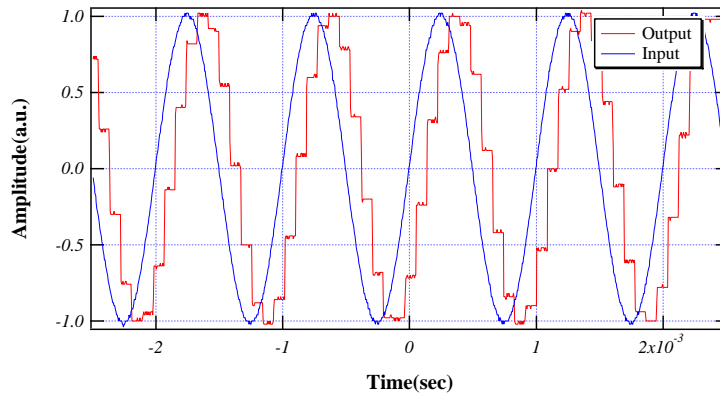


図 6: 1KHz の正弦波を入力したときの波形

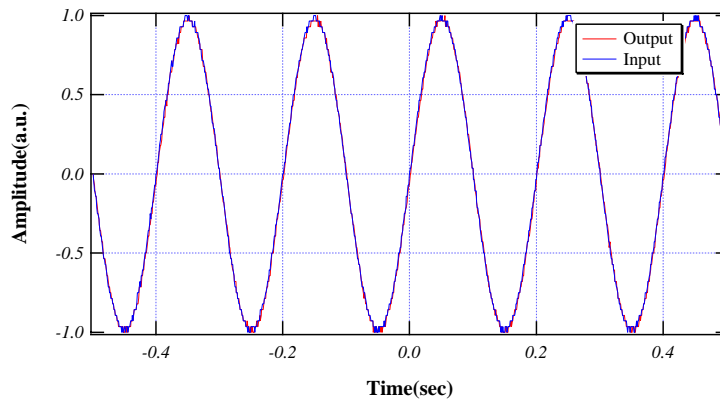


図 7: 5Hz の正弦波を入力したときの波形

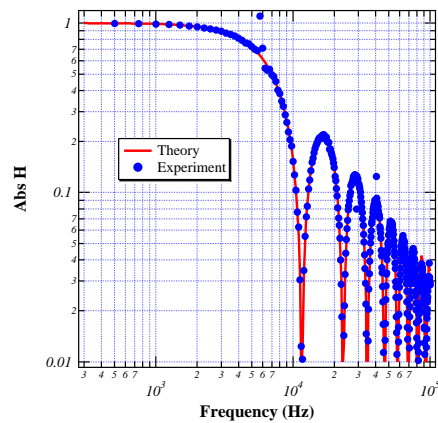


図 8: 伝達関数

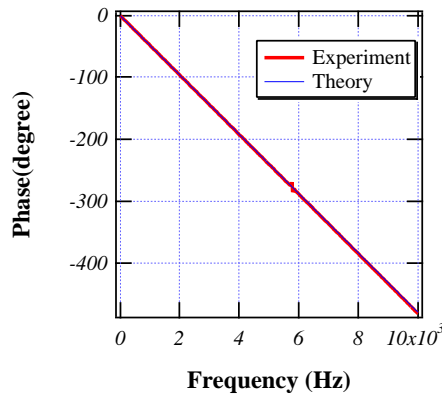


図 9: 出力信号の位相の遅れ

実測するために矩形波を入力し、その立ち上がり出力で最短どれだけ遅れるかを測定した。測定結果は、

$$\Delta t = 90.0 \pm 0.2(\mu\text{sec}) \quad (10)$$

であった²⁰。これにより、周波数 $f(\text{Hz})$ の信号について、

$$-2\pi f \Delta t \quad (11)$$

だけ余計に位相が遅れることになる²¹。これら二つの効果による理論的な位相遅れを図 9 に示してある。

伝達関数の絶対値と位相の、実験結果と理論値はよく一致していることが分かる。

前回までと同じ手法で DC における伝達関数を実測し、実際の測定値と比較し、よく一致していることも確認した。

5.4 入力 GND 時のノイズの測定

伝送システムの入力にショートピンを刺し、出力のパワースペクトルを見た。

この場合、支配的なノイズとしては、低周波ではトランジションノイズ、高周波では DAC のタイミングずれのノイズである。測定結果にはカタログ値から計算されるトランジションノイズのみを考慮して、重ねて描いた。

伝送を片方向、両方向で行ったときにスペクトルが変わった、という現象²²が最初のモジュールで見られたため、今回も二つの場合について測定を行った。

片方通信時のノイズを、図 10,11、両方向通信時のノイズを図 12,13 に示す。

同じ ch で比べた場合、両方向にした時、いくつかピークが増えている ch もある。しかし、現在東西アームに導入されているものよりも圧倒的に静かであり、それほど問題ではなからうと考えられる。

²⁰ カタログ値より変換時間は $20\mu\text{sec}$ 程度である。4ch がシリアルに送られることを考えると妥当な値である。

²¹ Δt の周波数依存性はないものとしている。

²² Analog, Digital が混在しているので、基盤のパターンに十分気を使わなければ余計なノイズが乗ることは十分考えられる。

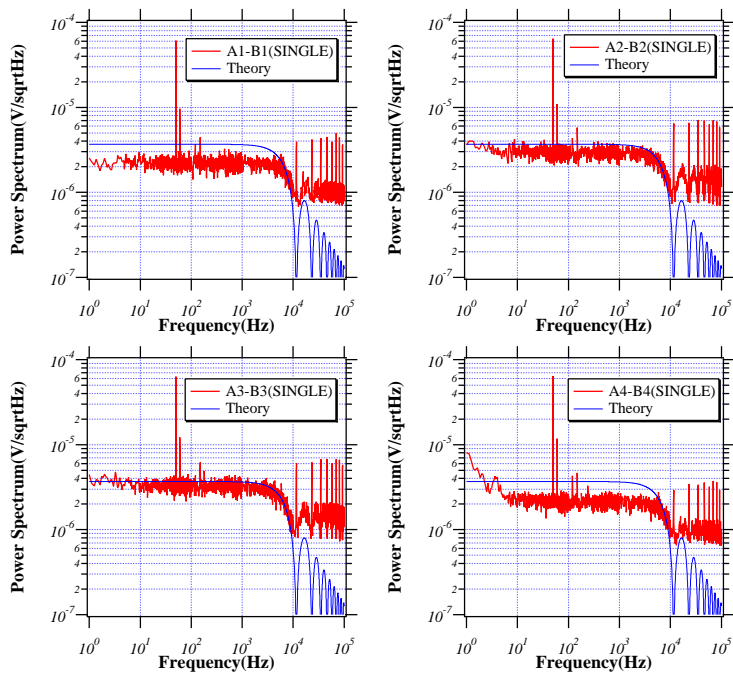


図 10: 片方向通信時のノイズ (A 号機)

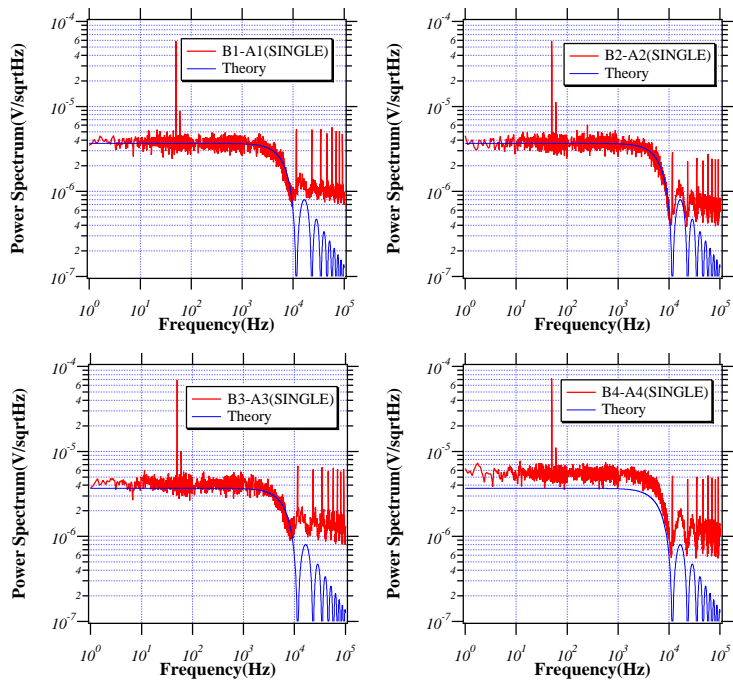


図 11: 片方向通信時のノイズ (B 号機)

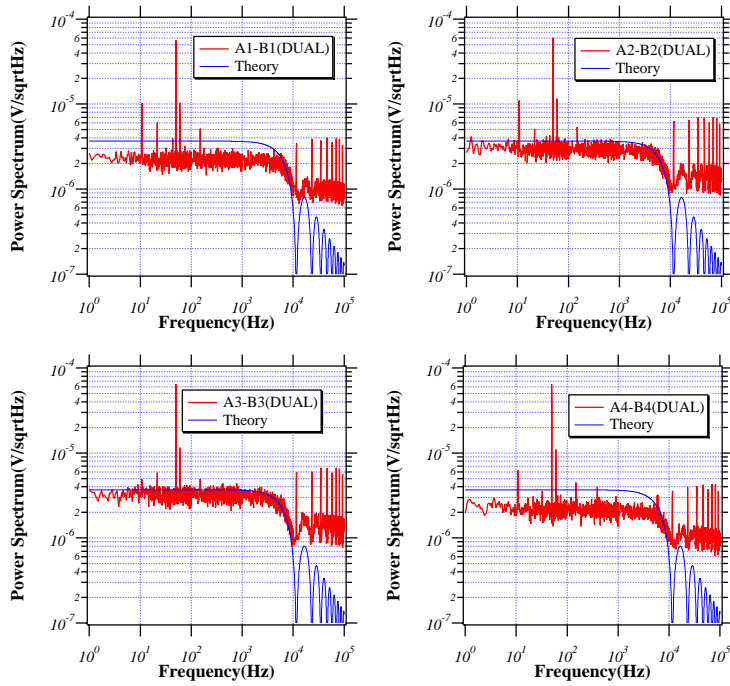


図 12: 双方向通信時のノイズ (A 号機)

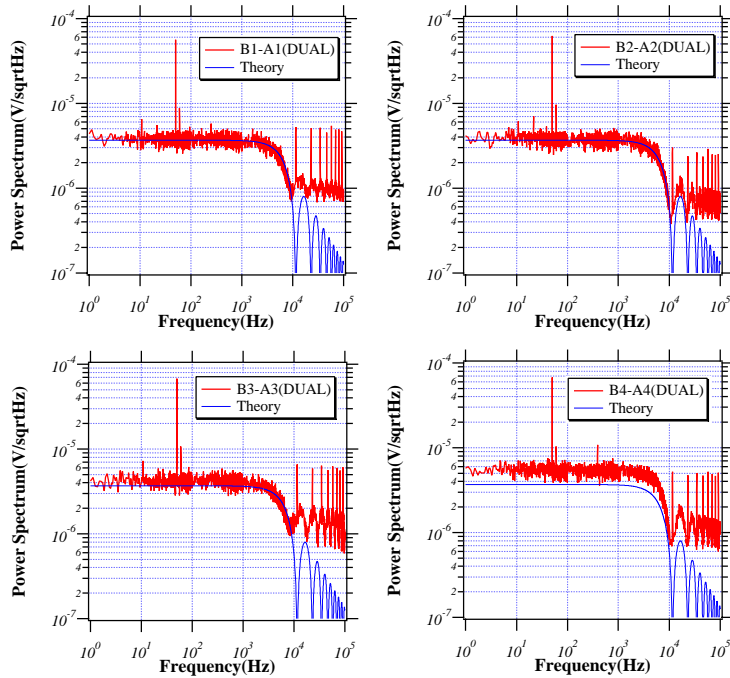


図 13: 双方向通信時のノイズ (B 号機)

ノイズの大きさについて考察する。まず、伝送間にノイズフロアの大きさの差があることが分かる。カタログ値から計算されるフロアのトランジションノイズは、

$$3.7(\mu\text{V}/\text{rtHz}) \quad (12)$$

である²³。しかし、測定結果ではこの値を境に、数倍程度 ch 間で異なる結果となっている。

1Hz から 1kHz までの値を平均した結果、もっとも低いのは A4-B4 伝送で、

$$2.3(\mu\text{V}/\text{rtHz}) \quad (13)$$

もっとも高いのは B4-A4 伝送で、

$$5.5(\mu\text{V}/\text{rtHz}) \quad (14)$$

であった。 1σ は $1.7\mu\text{V}$ 程度で、この測定の再現性もあった。二つの伝送で Offset, Gain を調整してそろえてもこの程度の差を縮めることはできなかった。試みに、A4, B4 の入力 of ADC を交換してみた。すると、共に

$$3.1(\mu\text{V}/\text{rtHz}) \quad (15)$$

となった。(試した後、元に戻しておいた。)

DAC の交換は試さなかったが、この結果から、これら ch 間のずれは用いている石の個性が効いている事が分かる。

一方、「信号入力時のノイズの測定」で分かるが、理論値を超えている ch も、信号入力時にはノイズが下がって理論値とほぼ一致した結果を得ている。

このような現象の原因としては、カタログ値の問題と、ADC, DAC の特性によるものが考えられる。

まず、カタログ値に示されているトランジションノイズ、0.8LSB は、「ワーストケースにおける典型的な RMS 値」である。カタログ値はサンプルをいくつか取って、測定を繰り返し、トランジションノイズの平均を取っているため、その値を中心に各 ch がばらついたノイズを示しても不思議ではない。しかし、信号入力時には全 ch でほぼ同じノイズフロアになっており、これはほぼ全てがトランジションノイズと考えられるの(後述)で、この影響はそれほど大きくないと思われる。

次に、ADC, DAC の特性が効いていると考える。ADC/DAC は、MSB が切り替わるゼロ出力(これをワーストケースという)のところで様々な誤差が最大になる。ここでは、MSB に含まれるわずかな誤差について考えてみる。 n bit の ADC/DAC では、MSB は LSB に比して 2^n 乗大きい重みを持っている。すなわち、各 bit を LSB から D_0, D_1, \dots, D_n とおけば、

$$D_0 2^0 + D_1 2^1 + \dots + D_n 2^n \quad (16)$$

に定数をかけたものがすべての表現される出力である。今、MSB が α の誤差 $2(1+\alpha)$ を持っているとする、

$$D_0 2^0 + D_1 2^1 + \dots + D_n (1+n\alpha) 2^n \quad (17)$$

となって、非常にわずかな誤差が LSB 付近に影響を及ぼす可能性がある。

MSB の切り替わらない入出力範囲では、全帯域に対してほぼ等しいノイズフロアである。これは、変動が LSB 付近でしか起こらず、上位 bit の影響を受けないためである。しかし、MSB が切

²³ 他のアナログ素子のノイズが一般に nV の単位で表せることを考えるとデジタル系のノイズは非常に高いといわざるを得ない。

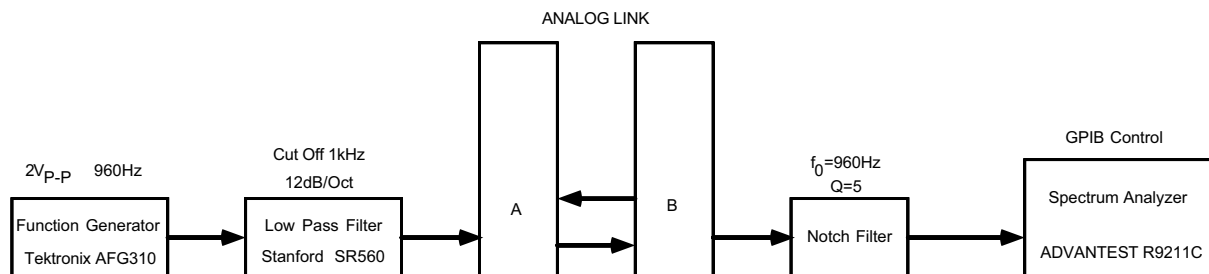


図 14: 信号入力時のノイズの測定のセットアップ

り替わる範囲では、実際には数 LSB 程度で変動している成分が (わずかな誤差を含む) MSB も変動させて LSB の変化に匹敵する出力を生み出す可能性がある。(α が正であれば実際の入力換算雑音より大きい出力となり、負であれば逆にフロアが下がる。)

このように、デジタル回路の場合、必ずしも入力をショートした時の雑音が信号を入力したときに乗る雑音とレベルも²⁴ 一致していないことに注意が必要であろう。そもそも、レンジをフルに使っていない、という点でも、ADC,DAC において 0V 付近で使用することは避けねばならないことである。

5.5 信号入力時のノイズの測定

実際に信号を入力したときのノイズを測定した。双方向通信状態で測定した。

5.5.1 測定の準備

信号を入力して、その出力をスペクトラムアナライザに直接入れると、入力信号のパワーが大きいため、スペクトラムアナライザの感度が下がり、他の周波数でのノイズが見えなくなる、ということがおこる。そこで、前回と同じく、入力信号の周波数を効果的にカットするノッチフィルタをスペクトラムアナライザの前に入れて測定を行った。ファンクションジェネレータからの出力²⁵ をその高調波をカットするためにローノイズローパスフィルタに通したのち、伝送システムに入力する。その出力からとられる信号をノッチフィルタに入れてから、スペクトラムアナライザにいれて信号を観察する。

このときのセットアップを図 14 に示す。

また、別にノッチフィルタ、伝送システムの伝達関数、ファンクションジェネレータ+ローパスフィルタ+ノッチフィルタのスペクトル、ノッチフィルタのノイズ、などもとっておき、実際に得られたスペクトルを補正する、という作業を測定後に行った²⁶。

²⁴ 実際に信号を入力すると、量子化や、ADC のタイミングなどの雑音がさらに乗ってくる。

²⁵ ファンクションジェネレータの出力インピーダンスは通常 50Ω に設定されていることに注意が必要である。

²⁶ 具体的には、非常に小さかったノッチフィルタのノイズを無視し、ノッチフィルタ、伝送システムの伝達関数を用いて得られたスペクトルを割る、というような作業を行う。

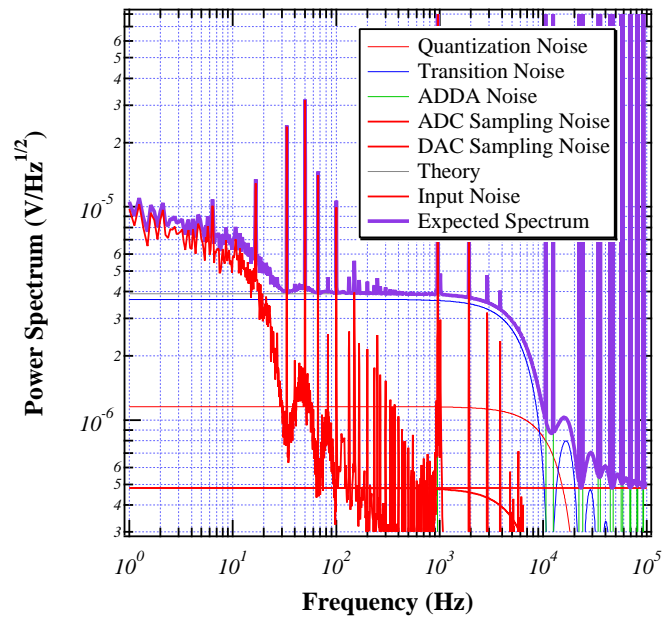


図 15: 理論から予測されるスペクトル

入力している信号のスペクトルを考慮して、理論から出力のスペクトルを予想したもの。Input Noise は、入力している信号のスペクトルを考慮したとき、それが出力に寄与するはずの大きさを示している。

5.5.2 理論的なノイズ

入力信号が完全なデルタ関数的なスペクトルではないため、図 4 に示した理論的なノイズとは得られる出力が異なってくる可能性がある。

実測した入力信号のスペクトルと、伝送システムの伝達関数を用いて、今の評価の場合に得られると考えられる理論的なスペクトルを描くと、図 15 のようになる。

5.5.3 結果

得られたスペクトル (A1-B1 伝送の場合) を図 16 に示す。予測されるスペクトルとレベルもよく一致している。

観測帯域付近のノイズを拡大し、理論値も示したものが、図 17 である。これは、入力 GND 時にノイズの小さかった、A4-B4 伝送のものである。また、ノイズの大きかった、B4-A4 伝送についても同じ部分を図 18 に示した。

このように、どの伝送でも、ノイズレベルは互いに一致し、またその値は理論値から予測される値ともよく合っていた。スパイク状のノイズも、そのほとんどは入力信号がもともと持っていたことによるものであるので、問題ないであろう。

実際には数 Hz の信号が主に伝達されるが、この帯域での測定は都合上行っていない。しかし、ノイズレベル、伝達関数の大きさに差はないと考えてよからう²⁷。従って、どの ch でも、信号入力時に低い周波数では、

$$4(\mu\text{V}/\text{rtHz}) \quad (18)$$

²⁷ 1Hz 以下の低周波では素子のノイズの振る舞いも変化する (1/f 雑音なども考慮しなければならない) ので、この限りではない。

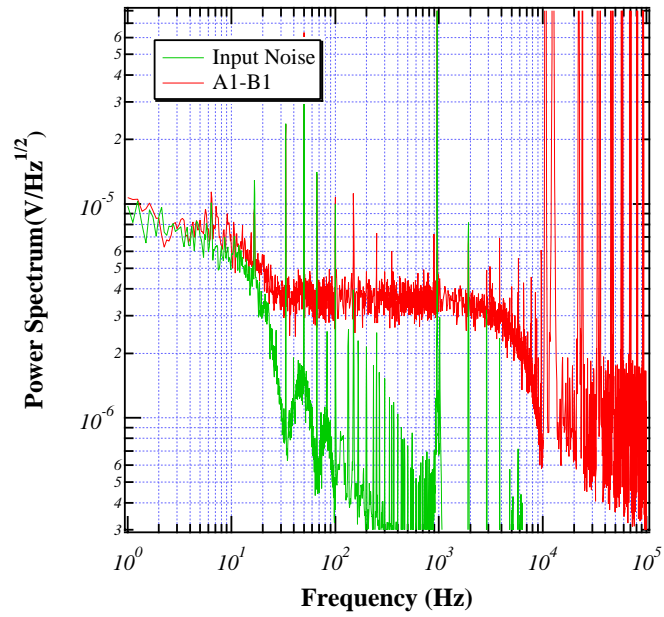


図 16: 信号入力時のノイズ

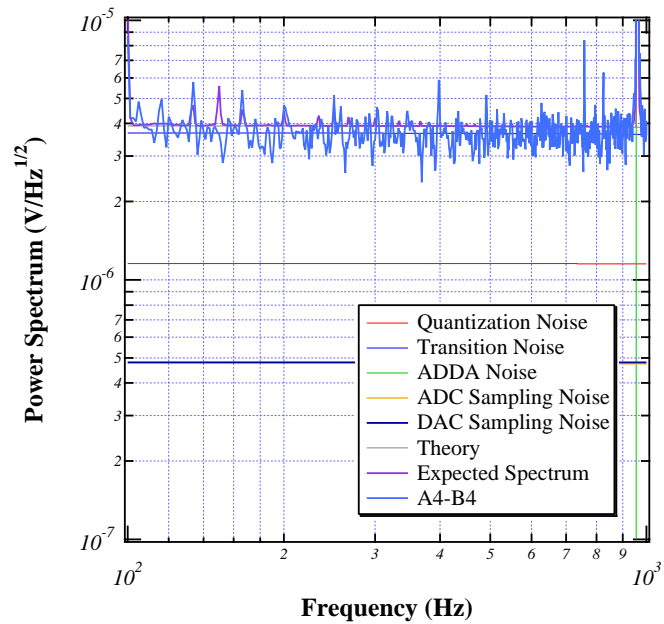


図 17: 観測帯域付近の信号入力時のノイズ (A4-B4 伝送)

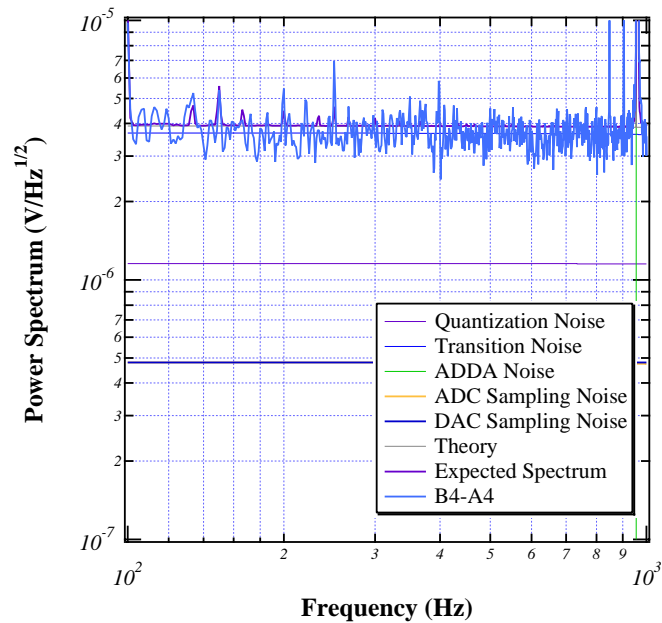


図 18: 観測帯域付近の信号入力時のノイズ (B4-A4 伝送)

のノイズフロアを持っているとしてよい。

高周波では、サンプリング周波数 ($\sim 11.6\text{kHz}$) の整数倍周囲に鋭いピークができること、高周波のフロアは、サンプリングの安定度により制限されていることなども、注意点は前回までと同じである。高調波歪についてはほとんど問題ないレベルであった。

5.6 CH 間の干渉の測定

チャンネル間での干渉が無いことを確かめるため、ある一つの CH にフルスケールに近い正弦波を入力したときの他 CH への漏れを観察した。

考えうる組み合わせ、64 通りについて測定を行った。信号を入力している CH からの出力のパワーと他 CH はショートしておき、同じ範囲でのパワーをすべての場合について計算し、比をとった。

実際の様子を例を図 19 に示す。

この結果、どの CH 間もパワーにして、少なくとも -200dB (振幅にして -100dB) のアイソレーションがあることが分かった。

ただ、信号を入力している CH の隣の CH の出力を観察しているとき、その CH をショートしておかなければ信号がもれてくることも分かった²⁸。

5.7 長期安定性の測定

システムの特性を調べるという意味で、長期の安定性について観察を行った。

²⁸ 入力が浮いているので、不安定になるのは当然であるが。

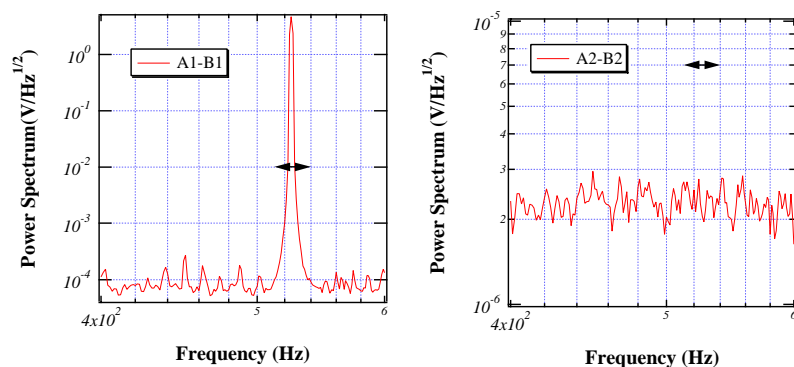


図 19: CH 間のアイソレーションの測定 (例)

図は A1 に信号を入力、A2 をショートしたときの、B1,B2 からの出力のスペクトルを示す。矢印の範囲でスペクトルを積分してパワーを比較した。

まず、電源を投入してから、数日間放置した。その後、全 ch についてできる限り正確にオフセットとゲインを合わせ、信号を入力した状態で、5 日間データを取りつづけた。データを取るには 12Bit の ADC を用いた。この程度の ADC では 16Bit の出力の変化を見るのに不足であるので、入力信号との差を増幅するなどしてある。また、変化がモジュール由来であることを保証するために、信号を入力していない CH の出力、入力信号などのデータも記録しておいた。また、実際にマルチメータで出力を測定前後で読むことによりそれらを保証することにした²⁹。

結果、各 ch についてオフセットのずれは ± 1 LSB 以内、フルスケールの半分程度の信号を入れたときの出力の変動が ± 2 LSB 以内であった。

実際に使用される際には、この程度の変動であれば、ゲインの変動は制御のゲインの変動と同じであるので影響はなく、フィルターで高いゲインがつけられた後の信号が伝送されるので、オフセットの変動も影響はないだろうと考えられる。

ただしこれは、電源投入後安定してから調整して観察を行った結果である。電源投入直後は変動が大きい気がする。恐らく、これらの変動を及ぼす原因はシステムの温度変化であろう。Bit 数が多いので温度変動に対し敏感であり、周囲の気温の調節にも関連していると考えられる。

また、ここでは 5 日程度の変動を見たが、さらに長期ではどうなるのか、わからない。

6 評価のまとめ

以上より、この新しいシステムの評価結果をまとめると以下ようになる。

- 全 CH について正しく動作する。
- 伝達関数は理論値とよく一致している。カットオフ 5kHz で、変換に伴う時間遅れ要素もある。
- 双方向通信で用いても特に大きな問題はない。
- ノイズスペクトルは理論値とよく一致している。

²⁹ ただし完全ではないので、アンプの安定性など仮定しなければならないものもある。

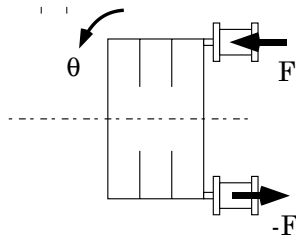


図 20: アラインメント調節

- 低周波 (1kHz 以下) のノイズは、 $4\mu\text{V}/\text{rtHz}$ 程度である。
- CH 間のアイソレーションは十分取れている。
- 少なくとも $\pm 2\text{LSB}$ 程度のオフセット、ゲインのずれが長期的には生じると思われる。

7 ノイズに関する制限

ここでは、モジュールの評価ではなく、アラインメントコントロールに関するノイズに対する要求値について簡単に見積もる。これまで見てきたように、AD/DA モジュール自体のノイズは観測帯域で $4\mu\text{V}/\text{rtHz}$ 程度である。普通のアナログ回路のノイズレベルが、 nV/rtHz 単位でも書き表せることを考慮すると、これは非常に大きなノイズが伝送中に乗ることになる。

このノイズが、アラインメント制御に関する要求値に対してどの程度のレベルにあるのか、考察してみる。

7.1 アラインメント制御に必要な要求

エンドミラーのアラインメントを行う際に、システムが満たすべき要求がいくつか存在する。

1. ミラーの共振での揺れを抑えられ、コントラスト、リサイクリングゲインの低下を招かないこと。
2. 観測帯域で低ノイズであること。
 - (a) アクチュエータの非対称性が、光路長変化を及ぼす効果。
 - (b) ミスセンタリングにより、角度ゆれが光路長変化を及ぼす効果。

これらの要求を満たすために必要なシステムの性能について考える。

7.1.1 準備

図 20 のように文字を定義する。簡単のために、マグネットはミラーの水平の両端のみについており、これに同相、差動で力を加えることで回転、並進の制御を行うと考える。 F は 1 つのコイルにかかる力である。 r, m はミラーの半径、質量、などとする。

まず、力 F から角度 θ への伝達関数 H_θ は以下のように書ける。(以下、フーリエ変換を表わす

記号は省略する。)

$$H_a = \frac{\theta}{F} = \frac{2r}{\omega_a^2 I (1 - (\frac{\omega}{\omega_a})^2 + \frac{i\omega}{Q\omega_a})} \quad (19)$$

TAMA の場合、慣性モーメント I はアスペクト比をいれると、

$$I = 0.37mr^2 \quad (20)$$

となるので、

$$H_a = \frac{2}{0.37mr\omega_a^2 (1 - (\frac{\omega}{\omega_a})^2 + \frac{i\omega}{Q\omega_a})} \quad (21)$$

これは、角度揺れの共振 ω_a 付近では、

$$H_a \sim \frac{2Q}{0.37mr\omega_a^2 i} \quad (22)$$

となり、観測帯域 ($\omega \ll \omega_a$) では、

$$H_a \sim \frac{-2}{0.37mr\omega^2} \quad (23)$$

となる。

また、並進の場合は、同相に力 F が加かるとして、力 F から変位 x への伝達関数 H_l は、

$$H_l = \frac{2}{m\omega_l^2 (1 - (\frac{\omega}{\omega_l})^2 + \frac{i\omega}{Q\omega_l})} \quad (24)$$

である。ただし、 ω_l は並進方向の共振周波数で一段振り子の場合を考慮している。この伝達関数も先と同様に近似される。

7.1.2 非対称性

アラインメントコントロールのアクチュエータに A だけ非対称性があるとする。すなわち、一方のコイルには $F(1 + A/2)$ 、他方のコイルには反対向きに $F(1 - A/2)$ の力が加わるとする。このとき、並進に FA 程度の力で押されていることになる。

観測帯域での変位は、

$$x = \frac{H_l}{2} FA \sim -\frac{FA}{m\omega^2} \quad (25)$$

観測帯域における目標感度からこの x に関する制限は、 L を腕の長さとして、

$$\sqrt{8}x < Lh = \times 300 \times 1.7 \times 10^{-22} = 5.1 \times 10^{-20} (\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}@300\text{Hz}) \quad (26)$$

程度であろう。ただし、 $\sqrt{8}$ は 8 自由度あることから、また、Phase II の目標感度を用いている。従って、安全係数 S として、力 F には以下の制限がかかる。

$$F < \frac{m\omega^2 2.6 \times 10^{-20} S}{A} (\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}@300\text{Hz}) \quad (27)$$

$m = 1.0(\text{kg})$, $\omega = 2\pi \times 300(\text{Hz})$, $A = 1/100$ などという値をいれる³⁰ と、

$$F < 9.2 \times 10^{-12} S (\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}@300\text{Hz}) \quad (28)$$

³⁰ 非対称性を 1/100 に出来ると仮定している。

7.1.3 ダイナミックレンジ

つぎに、共振の揺れを抑えるのに必要な力について考える。コイルドライバに入力される電圧から、力への変換係数を α とおく。

$$F = \alpha V \quad (29)$$

共振近傍での電圧 V から角度 θ への伝達関数 H_θ は、 H_a を参考にして、

$$H_\theta = \frac{2Q\alpha}{0.37mr\omega_a^2 i} \quad (30)$$

と書ける。電圧 V が引き起こす力は、ミラーの共振での揺れ ($\sim 3\mu\text{rad}_{\text{rms}}$) のパワーを押え込めなければならない。

もとの角度揺れのスペクトルは不明であるが、ここでは共振にほぼすべてのパワーが集中しているとする。

コイルによる力の共振近傍でのパワー P は以下のように書ける。ただし、 θ はコイルによる角度変位。

$$P = \int_{\omega_a \text{近傍}} |\theta|^2 df = \int |H_\theta V|^2 df \quad (31)$$

H_θ の式と、AD/DA 伝送システムのダイナミックレンジが $\pm 10(\text{V})$ であることを考慮すると、

$$P = \left(\frac{2Q\alpha}{0.37mr\omega_a^2}\right)^2 \int |V|^2 df = \left(\frac{10\sqrt{2}Q\alpha}{0.37mr\omega_a^2}\right)^2 \quad (32)$$

この変位が、共振での揺れの RMS 値 ($\sim 3\mu\text{rad}_{\text{rms}}$) の β 倍大きくなければならないという条件を課す。

$$\sqrt{P} > \beta \times 3 \times 10^{-6} \quad (33)$$

$\beta = 3, m = 1.0(\text{kg}), \omega_a = 2\pi \times 5(\text{Hz}), r = 5 \times 10^{-2}(\text{m}), Q = 23$ などという値をいれる³¹ と、

$$\alpha > 5.1 \times 10^{-7}(\text{N/V}) \quad (34)$$

となる。

先の、非対称性から要求される F の値 (式 (28)) から考えると、これは (雑音) 電圧 V に対して、以下の制限がかかっていることを意味する。

$$V < 1.8 \times 10^{-5} S(\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}@300\text{Hz}) \quad (35)$$

$S = 1/10$ とすれば、

$$V < 1.8 \times 10^{-6}(\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}@300\text{Hz}) \quad (36)$$

³¹ Pitch 方向を考えた。Yaw 方向では、共振は 1Hz で $Q=10$ 程度。

7.1.4 ビームセンタリング

いま、この雑音電圧に対する要求と、センタリングがずれていることによる角度から並進へのもれから求められる雑音電圧に対する要求を比較してみる。

中心からビームの中心までの距離を d と置く。角度と光路長の関係は、

$$x = d\theta \quad (37)$$

である。観測帯域における、 x に関する要求値 (式 (26)) から、安全係数を S とすると、

$$\theta < \frac{5.1 \times 10^{-20}}{\sqrt{8d}} S (\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}@300\text{Hz}}) \quad (38)$$

となる³²。 H_θ とダイナミックレンジから要求される α の値 (式 (34)) を考慮し、典型的な値を代入すると、

$$V < \frac{1.2 \times 10^{-9} S}{d} (\text{V}/\sqrt{\text{Hz}@300\text{Hz}}) \quad (39)$$

$d = 1(\text{mm})$ とすれば、

$$V < 1.2 \times 10^{-6} S (\text{V}/\sqrt{\text{Hz}@300\text{Hz}}) \quad (40)$$

$S = 1/10$ とすれば、

$$V < 1.2 \times 10^{-7} (\text{V}/\sqrt{\text{Hz}@300\text{Hz}}) \quad (41)$$

となり、ミスセンタリングが 1mm ある場合には、1/100 の非対称性による制限よりも一桁ノイズに関する要求が厳しくなる。

7.1.5 コントラストに対する要求

干渉計のコントラスト 99%、リサイクリングゲインの低下 10%以内という条件から、角度揺れに関して、以下の条件が付いている。

$$\theta_{\text{RMS}} < 5 \times 10^{-7} (\text{rad}) \quad (42)$$

これは、外乱によるミラーの揺れに比して小さい量なので、表現できないということはないから、量子化されている AD/DA 出力でこの角度が十分表現できるかどうかをチェックすればよい。すなわち、離散化されている鏡の制御角度がこの角度が表せるかを見る。

ADC/DAC の有効ビット数を 14bit としてみる。先の計算では、ダイナミックレンジ ($\pm\text{FS}$) をフルに使うと、RMS で $3\mu(\text{rad})$ の 3 倍の角度を表現できるように設定した。従って、表現できる最小の角度は、

$$\frac{3 \times \sqrt{2} \times 3 \times 10^{-6}}{2^{14-1}} = 1.6 \times 10^{-9} (\text{rad}) \quad (43)$$

である。これは、要求が 10^{-6}rad 程度の角度であることから、それを表わすのに十分な能力があることを示す。

³² 観測帯域の低周波側、150Hz 付近で計算しておく方が望ましいが、ここでは中心周波数 300Hz で考慮している。

7.2 要求値に関するまとめ

以上で最初に掲げたシステムに対する要求は全て考慮された。先に評価したように AD/DA 伝送モジュールは、300Hz で約 $4\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ のノイズを持っているので、要求値 $\sim 10^{-7}\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ を大きく上回っていることになる。従って、観測帯域でのノイズが落ちるように光伝送システムでの伝送直後に、位相特性の良い急峻なローパスフィルタをいれることが望ましい。しかし、このフィルタがアラインメント制御ループの中に挿入されるため、これは、低周波の共振に対して十分なゲインと位相余裕をとりつつ行われなければならない。

現段階では、制御ループにおいて、WFS の出力の時点で 20Hz 以上で $1\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ のディテクターノイズが乗っている。フィルタの DC ゲインは 1000 程度と高くなっている。また、コイル-マグネットカップリングも大きく、ミスセンタリングの度合いも大きい。そのため、現時点ではここに簡単にまとめた議論が直接適用されることはないだろう。