

# 重力波検出器による スカラー・ベクトル背景重力波の探査

---

国立天文台 理論研究部  
西澤篤志

2009年11月5日 重力波研究交流会



- 
1. 重力波偏極モード
  2. 背景重力波
  3. スカラー・ベクトル背景重力波の探査  
(地上検出器)
  4. スカラー・ベクトル背景重力波の探査  
(スペース検出器)



# 1. 重力波偏極モード

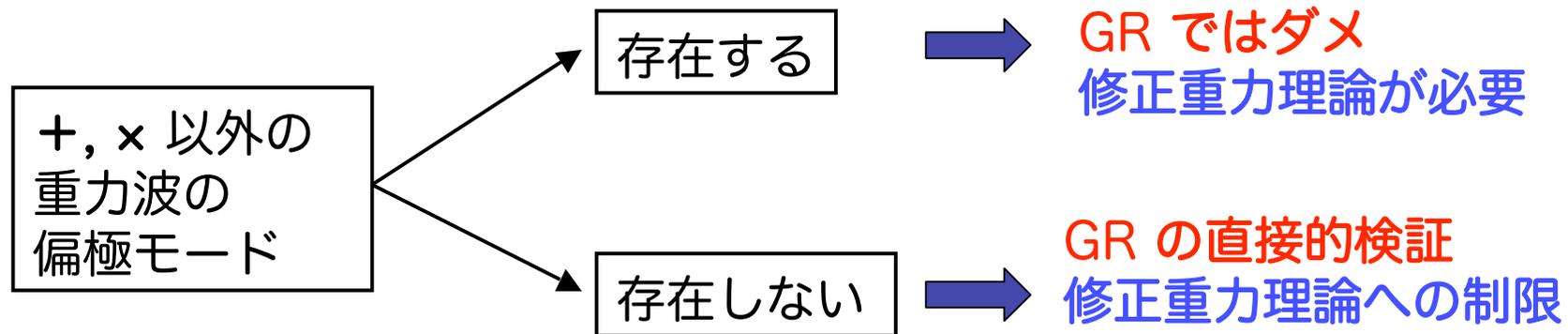
## 2. 背景重力波

## 3. スカラー・ベクトル背景重力波の探査 (地上検出器)

## 4. スカラー・ベクトル背景重力波の探査 (スペース検出器)

# 目的

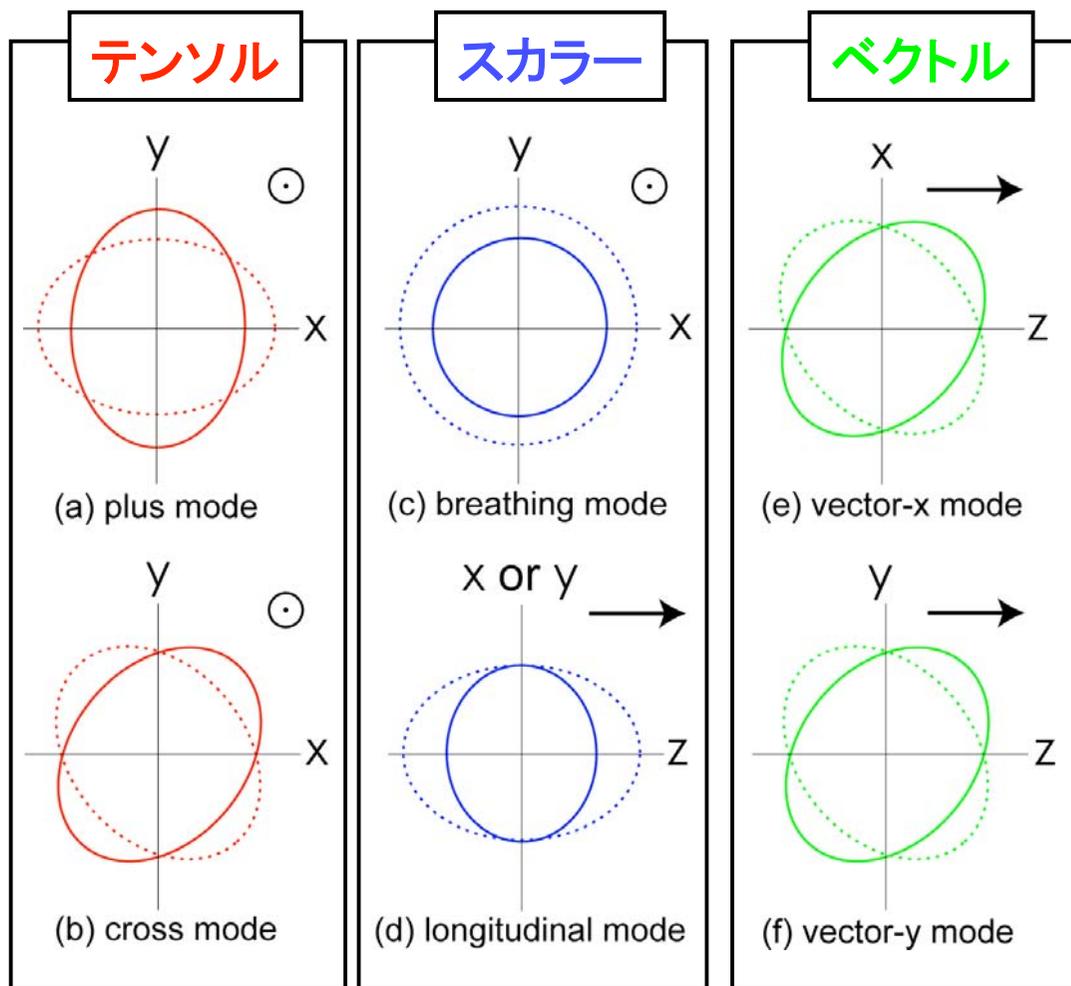
近年、数々の修正重力理論や余剰次元理論が提案されている  
(Brans-Dicke 理論、 $f(R)$  重力、ブレーンシナリオ etc.)



- レーザー干渉型重力波検出器は、GR における偏極モード以外 (スカラー・ベクトル偏極モード) に感度があるのか？
- さらに、偏極モードを分離して検出できるのか？
- 将来的に、重力理論にどれくらいの制限がつけられるか？

# 重力波偏極モードの定義

一般の計量重力理論では3次元空間において、  
最大6つの偏極モードが許される [Eardley et al. 1973, Will 1993]



回転対称性による分類



- テンソル
- ベクトル
- スカラー

# 重力波偏極モードの自由度

- 4次元時空での一般相対論  
2つの偏極モード (+ と × モード)

- 4次元時空での修正重力理論

Brans-Dicke 理論,  $f(R)$  重力理論など  
スカラー場の自由度 → スカラー偏極モード

- 余剰次元理論

一般的な  $D$ 次元時空では、 $\frac{D(D-3)}{2}$  個の偏極モードが存在

$D=5 \rightarrow 5$  モード,  $D=6 \rightarrow 9$  モード

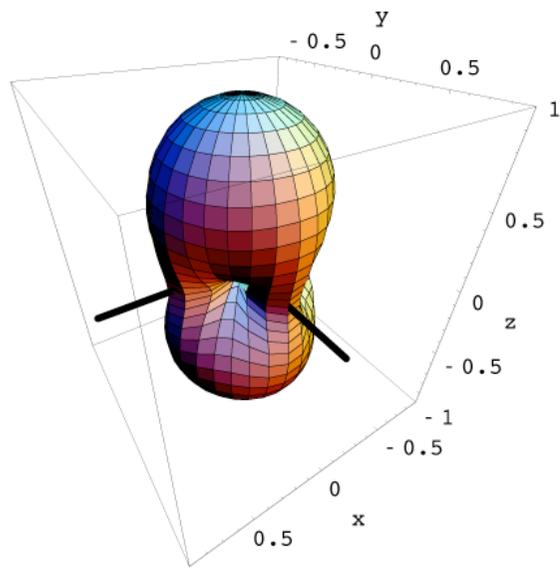
スカラー & ベクトル偏極モード

重力波偏極モードの観測により正しい理論を選び出すことが出来る

# 角度応答関数

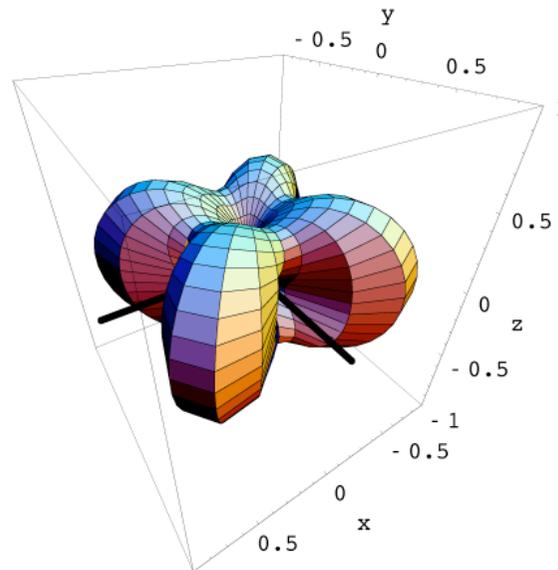
[ Tobar, Suzuki & Kuroda 1999 ]

$$\sqrt{F_+^2 + F_-^2}$$



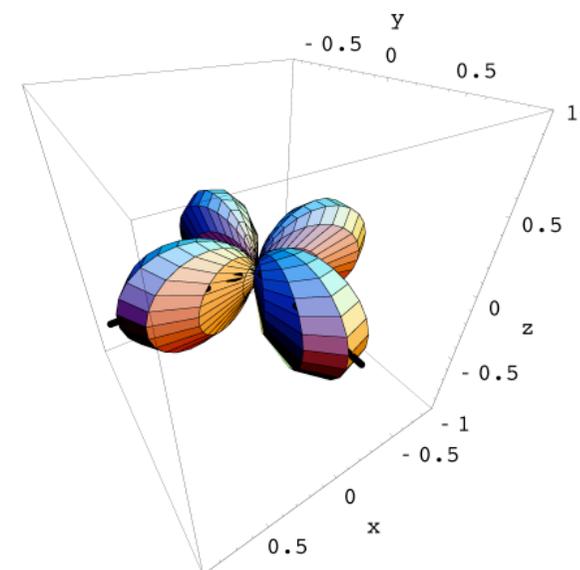
Tensor

$$\sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$



Vector

$$\sqrt{F_b^2 + F_\ell^2}$$



Scalar

レーザー干渉計はスカラー・ベクトル偏極モードに対しても  
テンソル偏極モードと同等の感度を持つ



1. 重力波偏極モード

2. 背景重力波

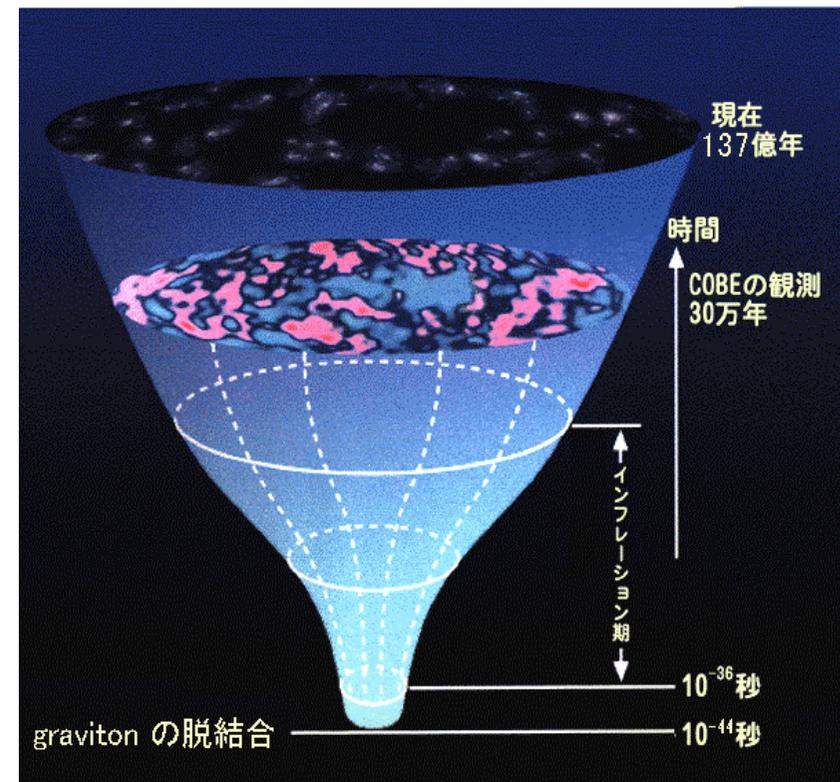
3. スカラー・ベクトル背景重力波の探査  
(地上検出器)

4. スカラー・ベクトル背景重力波の探査  
(スペース検出器)

# 背景重力波とは

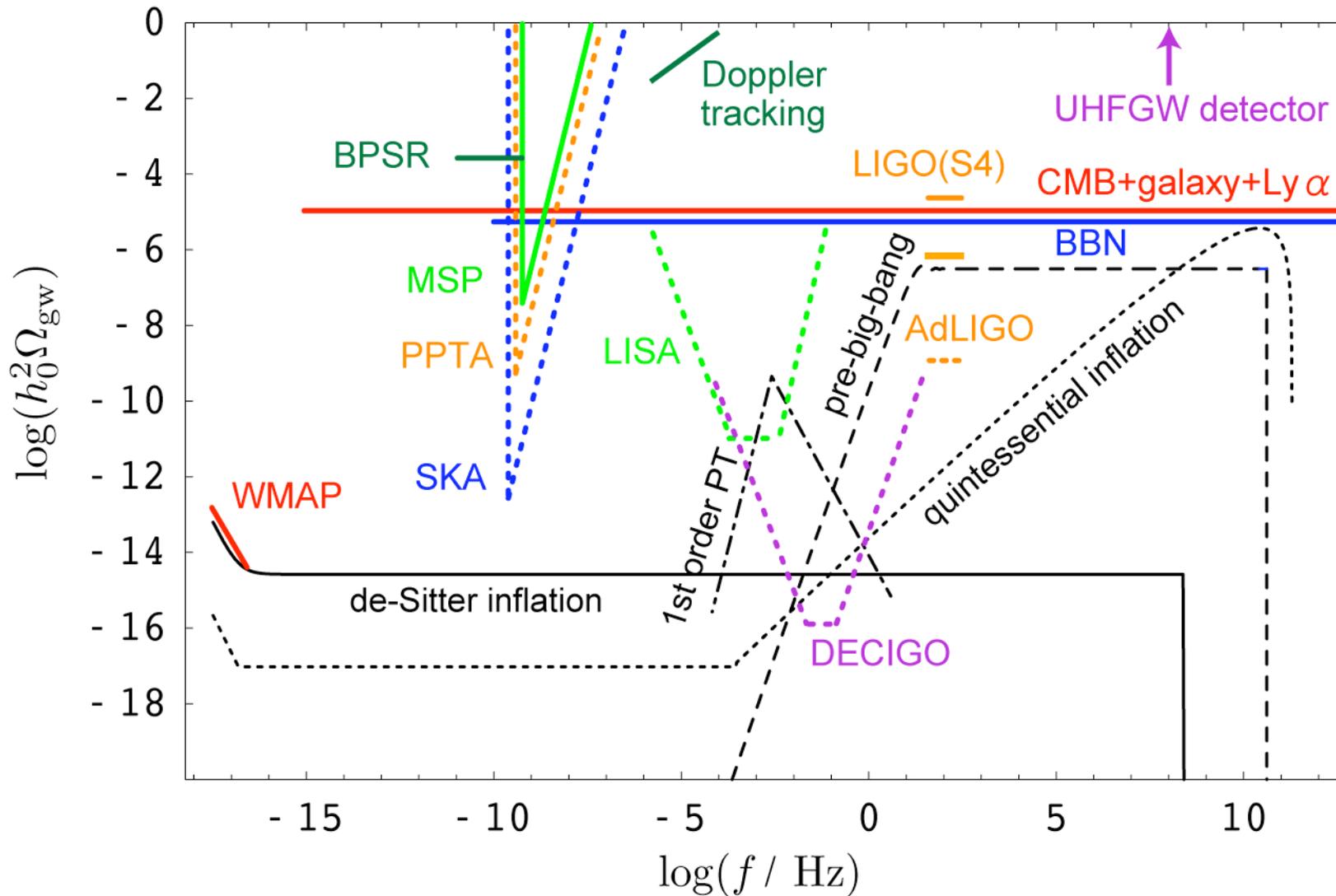
- ランダムな位相を持つ多数の重力波の重ね合わせ
- 主に、初期宇宙において生成され、現在の宇宙に背景波として存在する（宇宙マイクロ波背景放射に対応）
- 初期宇宙を調べるのに、非常に強力な観測手段
- 背景重力波の存在量はエネルギー密度で特徴付けられる

$$\Omega_{\text{gw}}(f) \equiv \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\text{gw}}}{d \ln f}$$



# 背景重力波への観測的制限

実線 . . . 現在の制限、 点線 . . . 将来計画



## 2 台の検出器での相関解析

1 台の検出器では背景重力波とランダム雑音の見分けがつかない。  
また、多くの場合、重力波信号は小さい。  $h(t) \ll n(t)$

検出器 1 の信号  $s_1(t) = h(t) + n_1(t)$

検出器 2 の信号  $s_2(t) = h(t) + n_2(t)$

## 2 台の検出器での相関解析

1 台の検出器では背景重力波とランダム雑音の見分けがつかない。  
また、多くの場合、重力波信号は小さい。  $h(t) \ll n(t)$

検出器 1 の信号  $s_1(t) = h(t) + n_1(t)$

検出器 2 の信号  $s_2(t) = h(t) + n_2(t)$

↓ 相関をとる

$$\int dt s_1(t) s_2(t) = \int dt [h^2(t) + h(t)n_1(t) + h(t)n_2(t) + n_1(t)n_2(t)]$$

## 2 台の検出器での相関解析

1 台の検出器では背景重力波とランダム雑音の見分けがつかない。  
また、多くの場合、重力波信号は小さい。  $h(t) \ll n(t)$

検出器 1 の信号  $s_1(t) = h(t) + n_1(t)$

検出器 2 の信号  $s_2(t) = h(t) + n_2(t)$

↓ 相関をとる

$$\int dt s_1(t) s_2(t) = \int dt [h^2(t) + \cancel{h(t)n_1(t)} + \cancel{h(t)n_2(t)} + n_1(t)n_2(t)]$$

$\propto T$   $\propto \sqrt{T}$

## 2 台の検出器での相関解析

1 台の検出器では背景重力波とランダム雑音の見分けがつかない。  
また、多くの場合、重力波信号は小さい。  $h(t) \ll n(t)$

検出器 1 の信号  $s_1(t) = h(t) + n_1(t)$

検出器 2 の信号  $s_2(t) = h(t) + n_2(t)$

↓ 相関をとる

$$\int dt s_1(t) s_2(t) = \int dt [h^2(t) + \cancel{h(t)n_1(t)} + \cancel{h(t)n_2(t)} + n_1(t)n_2(t)]$$

$\propto T$   $\propto \sqrt{T}$

Signal to noise ratio

$$\text{SNR} \approx \frac{\int dt h^2(t)}{\int dt n_1(t)n_2(t)} \propto \sqrt{T}$$

- 
1. 重力波偏極モード
  2. 背景重力波
  3. スカラー・ベクトル背景重力波の探査  
(地上検出器)
  4. スカラー・ベクトル背景重力波の探査  
(スペース検出器)

# 背景重力波の偏極モード

## 重力波シグナル

$$\mu \equiv \langle Y \rangle = \frac{3H_0^2}{20\pi^2} T \int_{-\infty}^{\infty} df |f|^{-3} \left[ \Omega_{\text{gw}}^T \gamma^T + \Omega_{\text{gw}}^V \gamma^V + \xi \Omega_{\text{gw}}^S \gamma^S \right] \tilde{Q}(f)$$

$$\xi \equiv \frac{1}{3} \left( \frac{1 + 2\kappa}{1 + \kappa} \right). \quad 1/3 \leq \xi \leq 2/3$$

### ➤ 背景重力波の偏極モード

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{gw}}^T &\equiv \Omega_{\text{gw}}^+ + \Omega_{\text{gw}}^\times & (\Omega_{\text{gw}}^+ = \Omega_{\text{gw}}^\times), \\ \Omega_{\text{gw}}^V &\equiv \Omega_{\text{gw}}^x + \Omega_{\text{gw}}^y & (\Omega_{\text{gw}}^x = \Omega_{\text{gw}}^y), \\ \Omega_{\text{gw}}^S &\equiv \Omega_{\text{gw}}^b + \Omega_{\text{gw}}^\ell = \Omega_{\text{gw}}^b (1 + \kappa). \end{aligned} \quad \text{仮定}$$

$\kappa$  → 理論モデルに依存するパラメータ

### ➤ Overlap reduction 関数

2台の検出器間での重力波シグナルの相関の良し悪しを表す関数。  
背景重力波への感度を決める。



# モード分離の方法

ある周波数での  
相関信号

$$\begin{aligned} Z_{IJ}(f) &\equiv \frac{20\pi^2}{3H_0^2 T} |f|^3 \langle \tilde{s}_I^*(f) \tilde{s}_J(f) \rangle \\ &= \Omega_{\text{gw}}^T \gamma_{IJ}^T(f) + \Omega_{\text{gw}}^V \gamma_{IJ}^V(f) + \xi \Omega_{\text{gw}}^S \gamma_{IJ}^S(f) \end{aligned}$$

# モード分離の方法

ある周波数での  
相関信号

$$\begin{aligned} Z_{IJ}(f) &\equiv \frac{20\pi^2}{3H_0^2 T} |f|^3 \langle \tilde{s}_I^*(f) \tilde{s}_J(f) \rangle \\ &= \Omega_{\text{gw}}^T \gamma_{IJ}^T(f) + \Omega_{\text{gw}}^V \gamma_{IJ}^V(f) + \xi \Omega_{\text{gw}}^S \gamma_{IJ}^S(f) \end{aligned}$$



$$\begin{pmatrix} Z_{12} \\ Z_{23} \\ Z_{31} \end{pmatrix} = \mathbf{\Pi} \begin{pmatrix} \Omega_{\text{gw}}^T \\ \Omega_{\text{gw}}^V \\ \xi \Omega_{\text{gw}}^S \end{pmatrix} \quad \mathbf{\Pi} \equiv \begin{pmatrix} \gamma_{12}^T & \gamma_{12}^V & \gamma_{12}^S \\ \gamma_{23}^T & \gamma_{23}^V & \gamma_{23}^S \\ \gamma_{31}^T & \gamma_{31}^V & \gamma_{31}^S \end{pmatrix}$$

原理的には、3つの検出器によりモードの分離が可能

# モード分離の方法

ある周波数での  
相関信号

$$\begin{aligned} Z_{IJ}(f) &\equiv \frac{20\pi^2}{3H_0^2 T} |f|^3 \langle \tilde{s}_I^*(f) \tilde{s}_J(f) \rangle \\ &= \Omega_{\text{gw}}^T \gamma_{IJ}^T(f) + \Omega_{\text{gw}}^V \gamma_{IJ}^V(f) + \xi \Omega_{\text{gw}}^S \gamma_{IJ}^S(f) \end{aligned}$$



$$\begin{pmatrix} Z_{12} \\ Z_{23} \\ Z_{31} \end{pmatrix} = \mathbf{\Pi} \begin{pmatrix} \Omega_{\text{gw}}^T \\ \Omega_{\text{gw}}^V \\ \xi \Omega_{\text{gw}}^S \end{pmatrix} \quad \mathbf{\Pi} \equiv \begin{pmatrix} \gamma_{12}^T & \gamma_{12}^V & \gamma_{12}^S \\ \gamma_{23}^T & \gamma_{23}^V & \gamma_{23}^S \\ \gamma_{31}^T & \gamma_{31}^V & \gamma_{31}^S \end{pmatrix}$$

原理的には、3つの検出器によりモードの分離が可能



モード分離

$$\begin{pmatrix} \Omega_{\text{gw}}^T \\ \Omega_{\text{gw}}^V \\ \xi \Omega_{\text{gw}}^S \end{pmatrix} = \mathbf{\Pi}^{-1} \begin{pmatrix} Z_{12} \\ Z_{23} \\ Z_{31} \end{pmatrix}$$

実際、分離可能かどうかは  
 $\det \mathbf{\Pi}$  に依存

# モード分離後の SNR

$$\text{SNR} = \frac{3H_0^2}{10\pi^2} \sqrt{T} \left[ 2 \int_0^\infty df \frac{(\Omega_{\text{gw}}^M)^2 W_M(f)}{|f|^6 P^2(f)} \right]^{1/2}$$

$$M = T, V, S$$

## テンソルモード

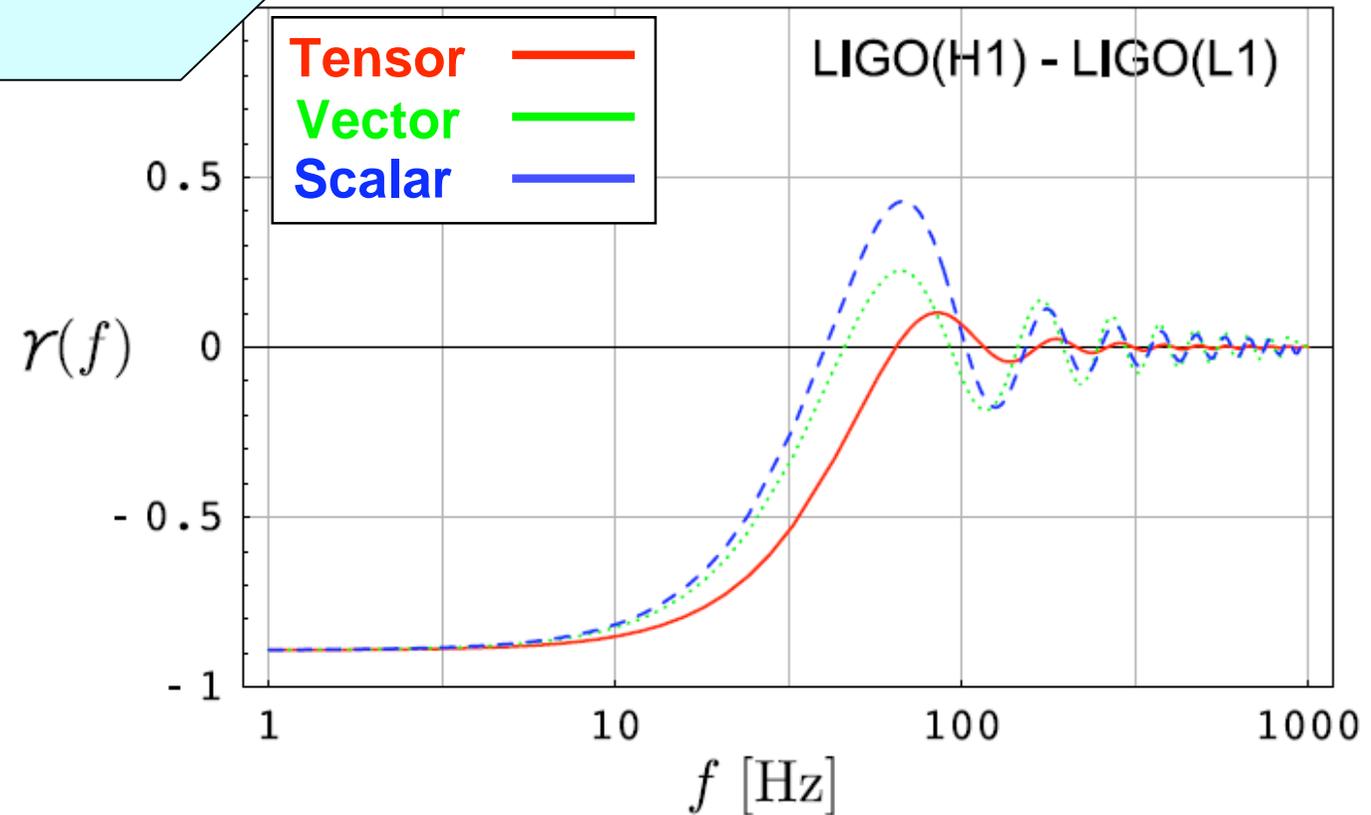
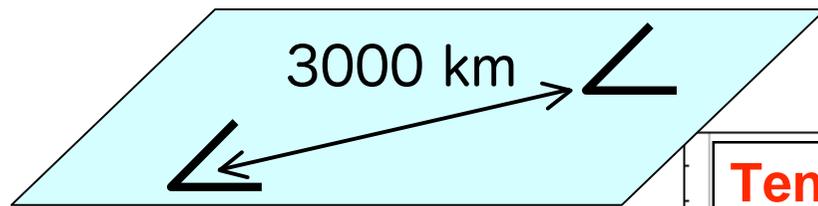
$$W_T(f) \equiv \frac{(\det \Pi)^2}{(\gamma_{23}^V \gamma_{31}^S - \gamma_{23}^S \gamma_{31}^V)^2 + (\gamma_{31}^V \gamma_{12}^S - \gamma_{31}^S \gamma_{12}^V)^2 + (\gamma_{12}^V \gamma_{23}^S - \gamma_{12}^S \gamma_{23}^V)^2}$$

ベクトルモード、スカラーモードも同様の形になる。

もしモードが縮退していると、  $\det \Pi = 0$   
→ その周波数では SNR への寄与しない

では、どういう場合にモード分離が可能か？

# Overlap reduction 関数の性質

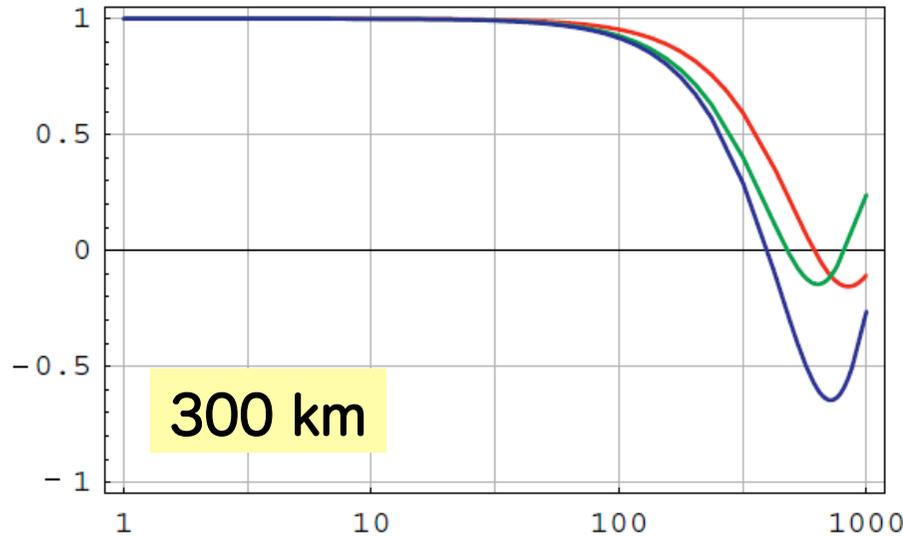


低周波： 3つの偏極モードは完全に縮退

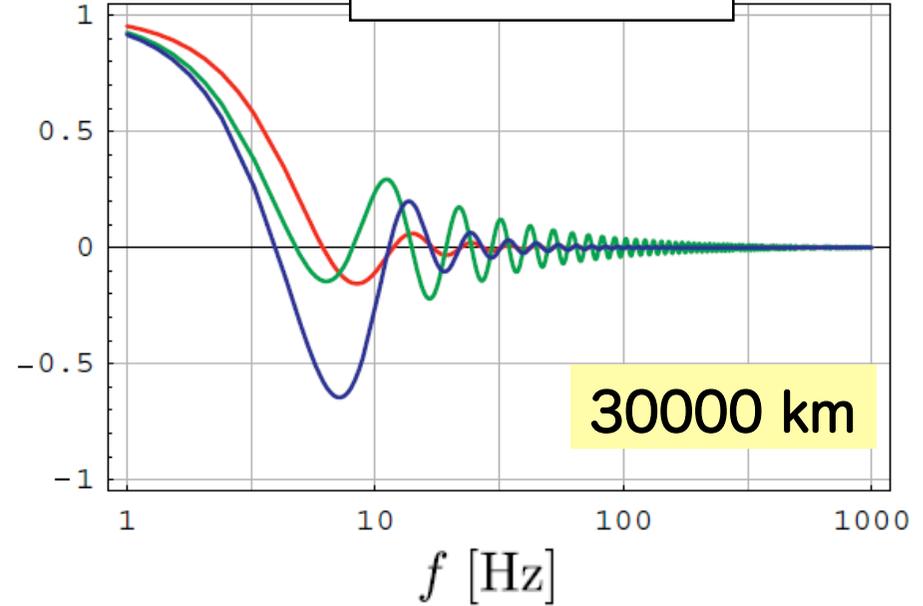
中～高周波：  $f_c \equiv c/(2|\Delta X|)$ .  $\sim 50$  Hz 以上では異なる振る舞い  
検出器間で重力波の位相が変化するため。

# Overlap reduction 関数の性質

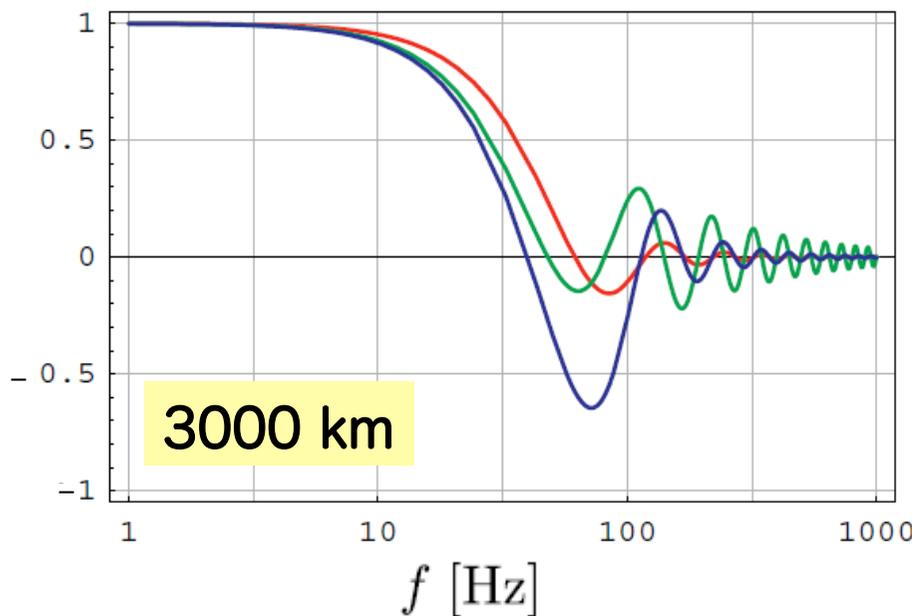
Tensor	— (Red)
Vector	— (Green)
Scalar	— (Blue)



300 km



30000 km



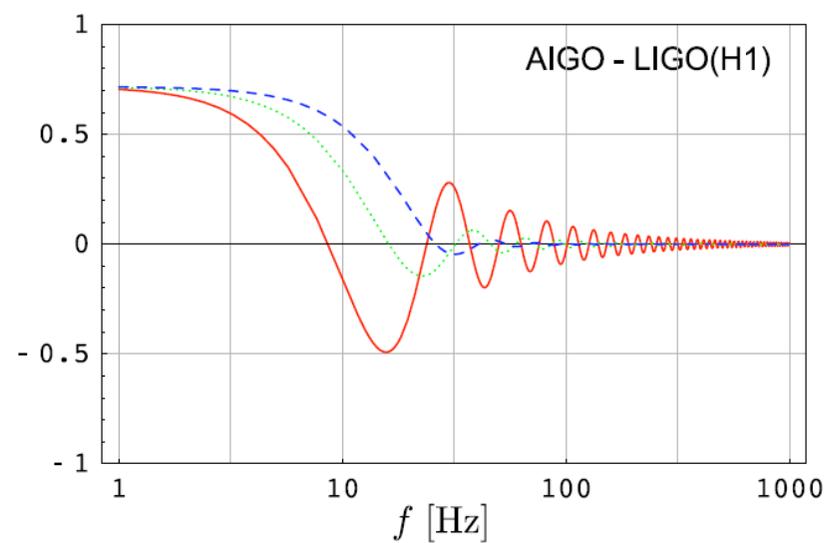
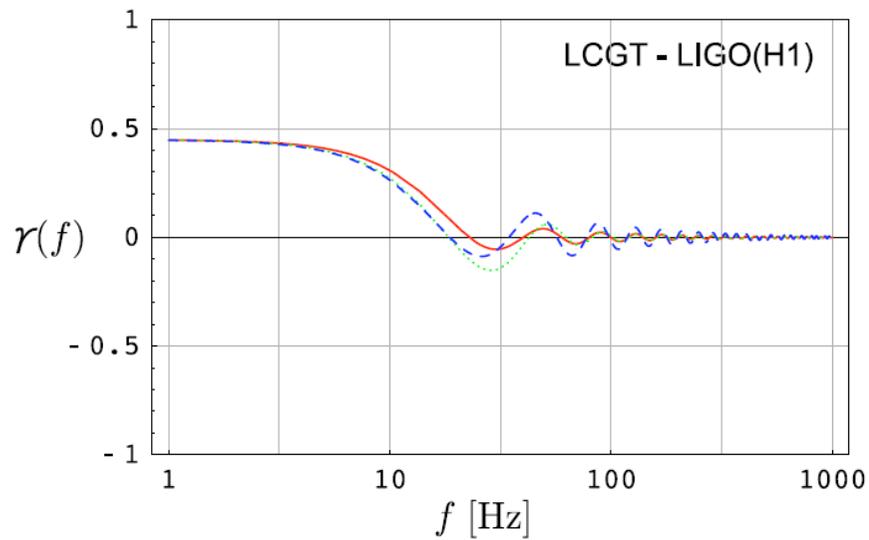
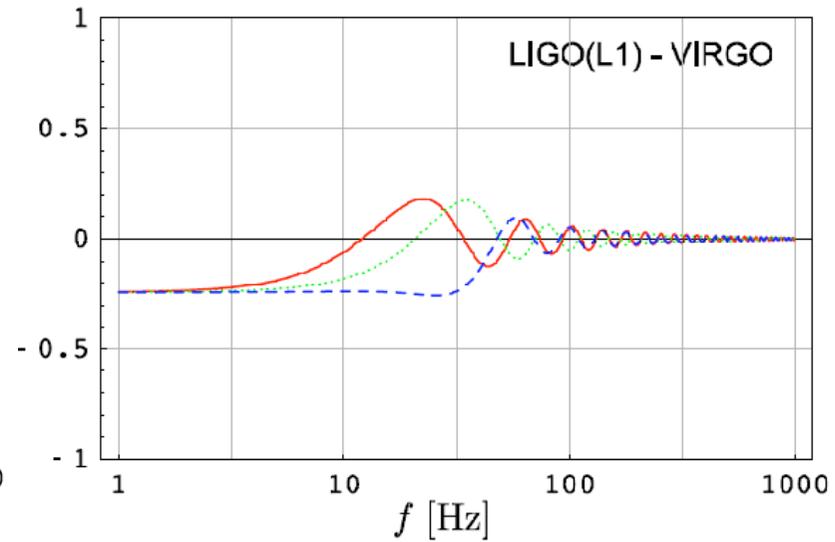
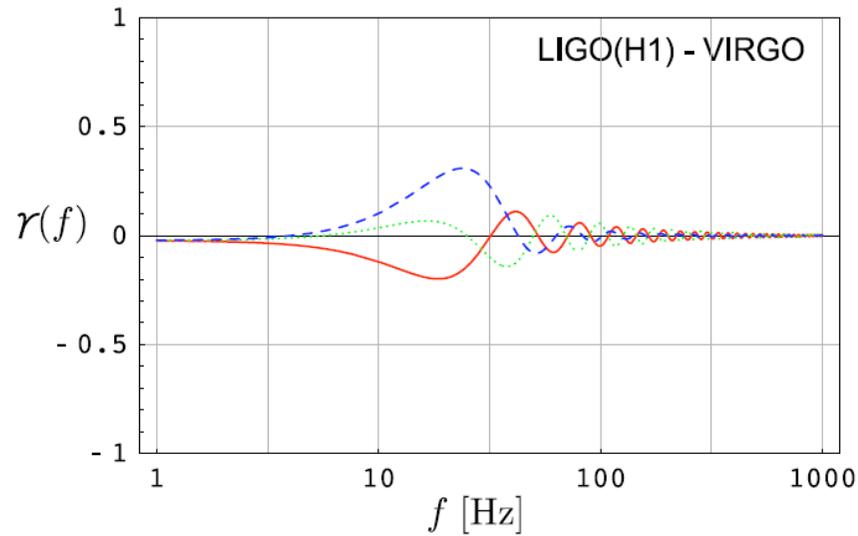
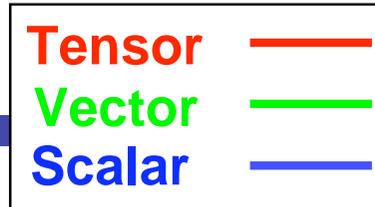
3000 km

$f_c \equiv c/(2|\Delta X|)$ . で振動が始まる

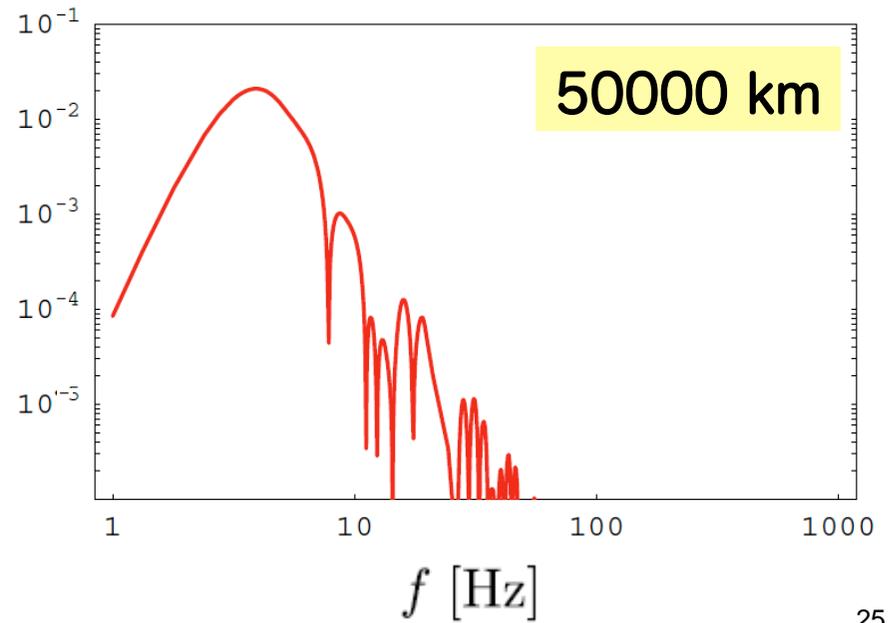
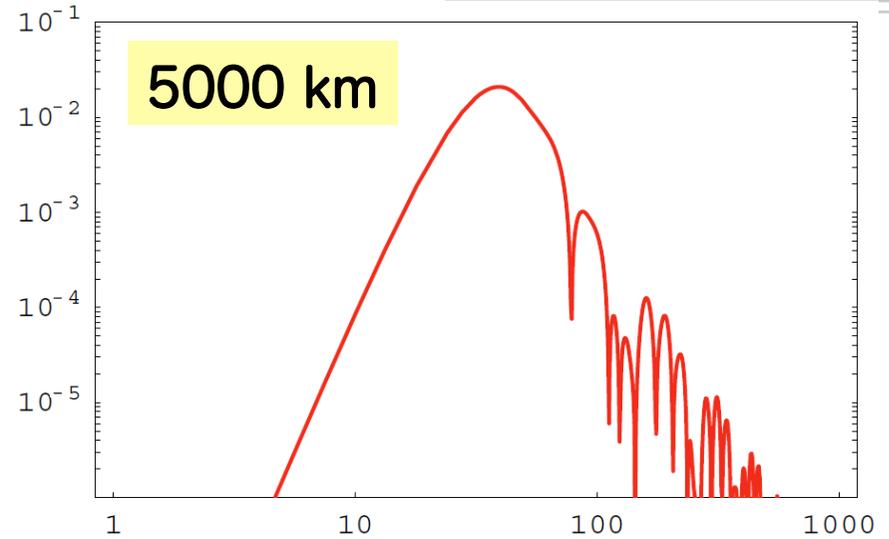
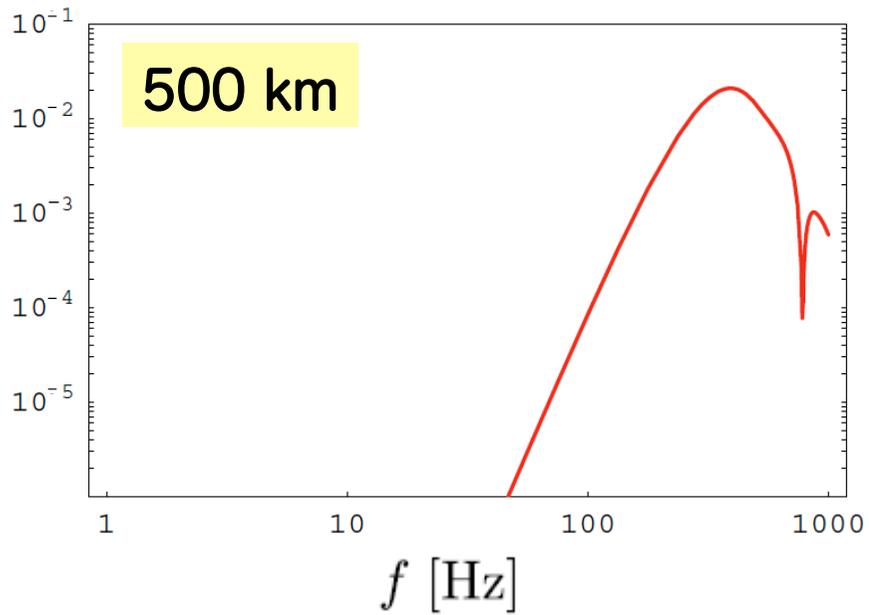
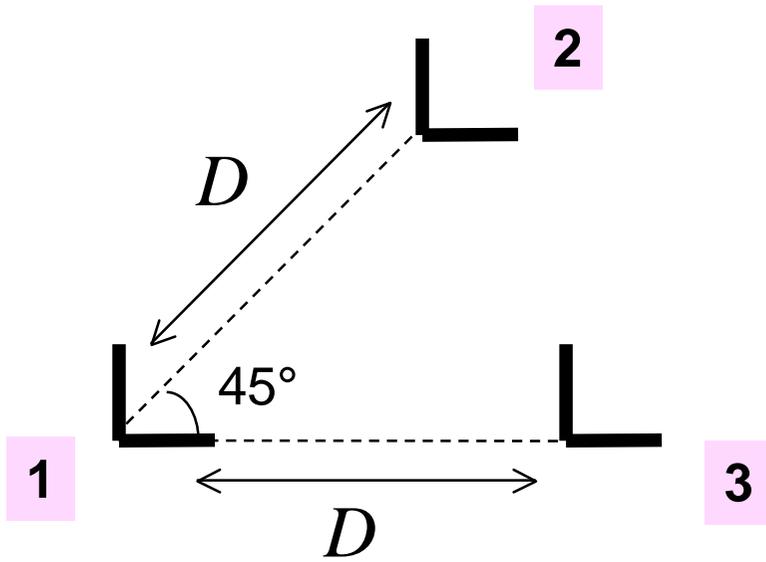
偏極モード分離に必要な条件

ターゲットとなる重力波の  
1波長分くらいは検出器を  
離す必要がある。

# 実際の Overlap reduction 関数



# det $\Pi$

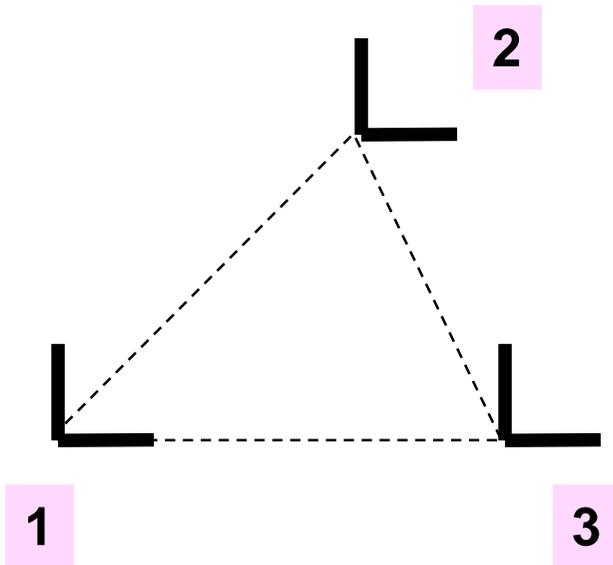


# モード分離のためのもう1つの条件

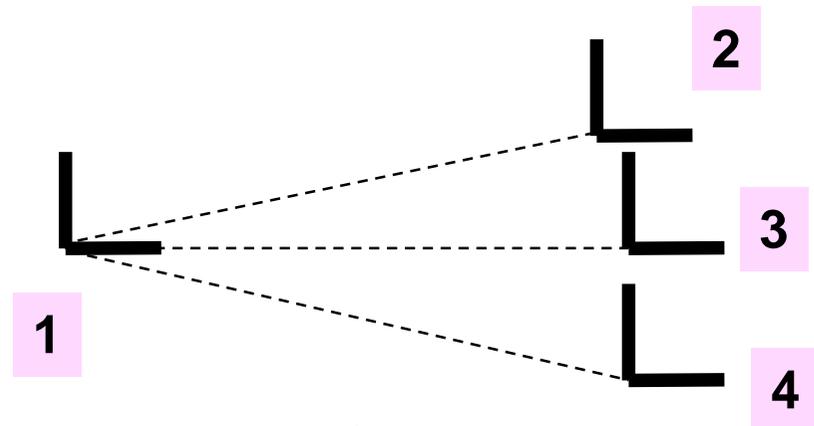
$$\mathbf{\Pi} \equiv \begin{pmatrix} \gamma_{12}^T & \gamma_{12}^V & \gamma_{12}^S \\ \gamma_{23}^T & \gamma_{23}^V & \gamma_{23}^S \\ \gamma_{31}^T & \gamma_{31}^V & \gamma_{31}^S \end{pmatrix}$$

行方向と列方向の縮退が問題になる。

列方向は O.K. では、行方向は？



良い例



ダメな例

地上の検出器は各国に分散しているので、問題無し

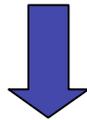
# モード分離に必要な条件

## 偏極モード分離に必要な条件 1

観測したい重力波の波長程度は検出器を離すこと。

## 偏極モード分離に必要な条件 2

検出器配置が幾何学的に縮退しないこと。



地上の検出器は偏極モード分離に関して  
ほぼ最適な配置になっている

# 検出可能な背景重力波

- 5 台の地上の次世代検出器 [ A=AIGO, C=LCGT, H=AdvLIGO(H1), L=AdvLIGO(L1), V=AdvVIRGO. ]
- 全ての検出器は AdvLIGO と同じ雑音スペクトルと仮定

detector set	$h_0^2 \Omega_{\text{gw}}^T$	$h_0^2 \Omega_{\text{gw}}^V$	$\xi h_0^2 \Omega_{\text{gw}}^S$
A - C - H	$5.2 \times 10^{-9}$	$8.1 \times 10^{-9}$	$5.5 \times 10^{-9}$
A - C - L	$6.0 \times 10^{-9}$	$1.5 \times 10^{-8}$	$8.3 \times 10^{-9}$
A - C - V	$1.3 \times 10^{-8}$	$1.0 \times 10^{-8}$	$6.8 \times 10^{-9}$
A - H - L	$3.8 \times 10^{-9}$	$1.2 \times 10^{-8}$	$1.0 \times 10^{-8}$
A - H - V	$8.5 \times 10^{-9}$	$2.2 \times 10^{-8}$	$2.1 \times 10^{-8}$
A - L - V	$6.0 \times 10^{-9}$	$2.4 \times 10^{-8}$	$2.3 \times 10^{-8}$
C - H - L	$1.4 \times 10^{-8}$	$1.9 \times 10^{-8}$	$1.9 \times 10^{-8}$
C - H - V	$1.1 \times 10^{-8}$	$1.0 \times 10^{-8}$	$7.6 \times 10^{-9}$
C - L - V	$1.2 \times 10^{-8}$	$2.0 \times 10^{-8}$	$1.7 \times 10^{-8}$
H - L - V	$6.1 \times 10^{-9}$	$1.3 \times 10^{-8}$	$6.0 \times 10^{-9}$

観測時間  $T = 3\text{yr.}$

SNR = 5

SNR はモード分離の影響をほとんど受けない

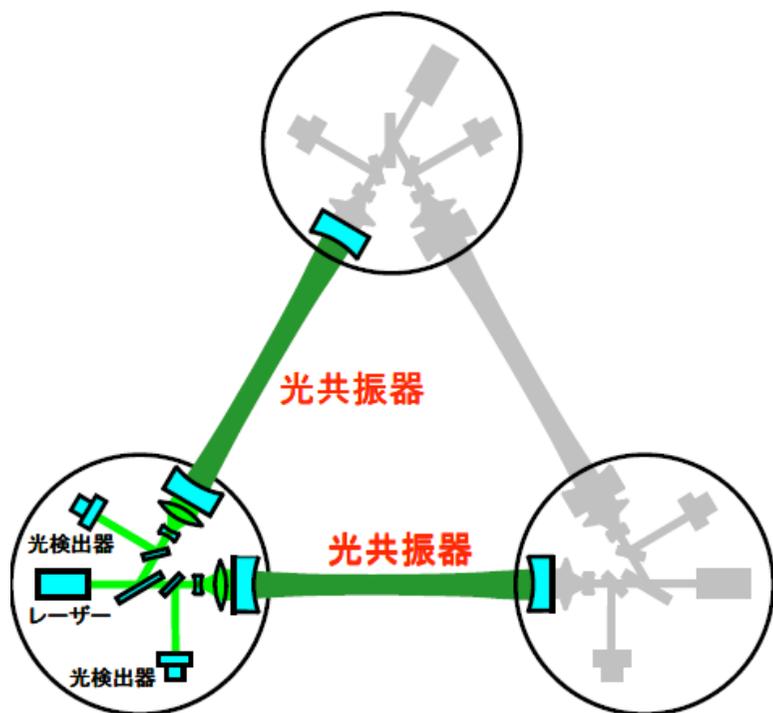
(単一偏極モードの場合とほぼ同じ SNR )

- 
1. 重力波偏極モード
  2. 背景重力波
  3. スカラー・ベクトル背景重力波の探査  
(地上検出器)
  4. スカラー・ベクトル背景重力波の探査  
(スペース検出器)

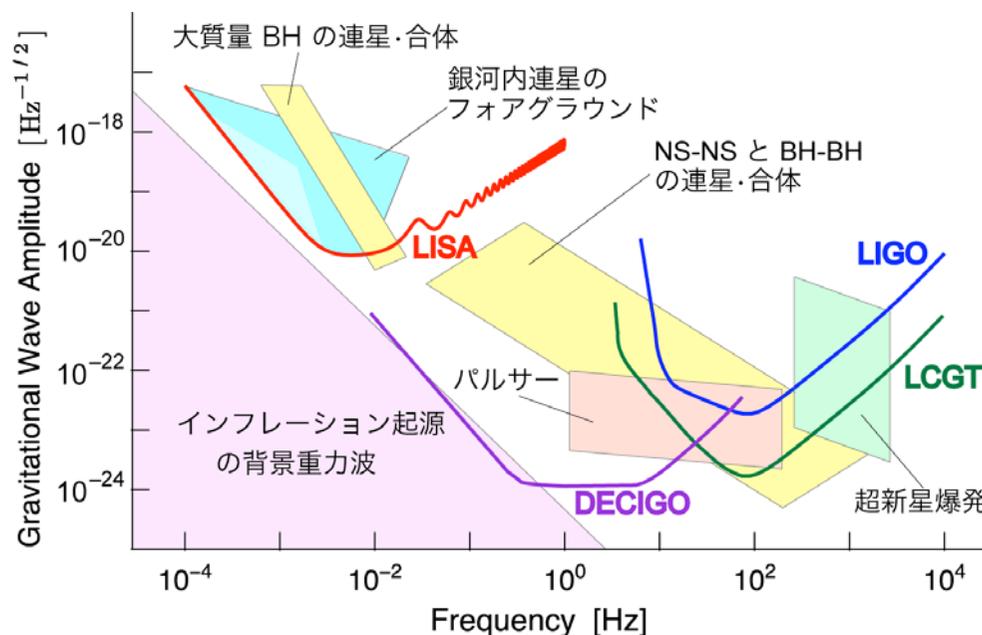
# DECIGO

Deci-hertz Interferometer  
Gravitational wave Observatory

- differential Fabry-Perot type
- 1 クラスターに干渉計 3 台
- アーム長：1000 km
- フィネス：10
- 中間質量 BH の連星、NS 連星、  
インフレーション起源の背景重力波

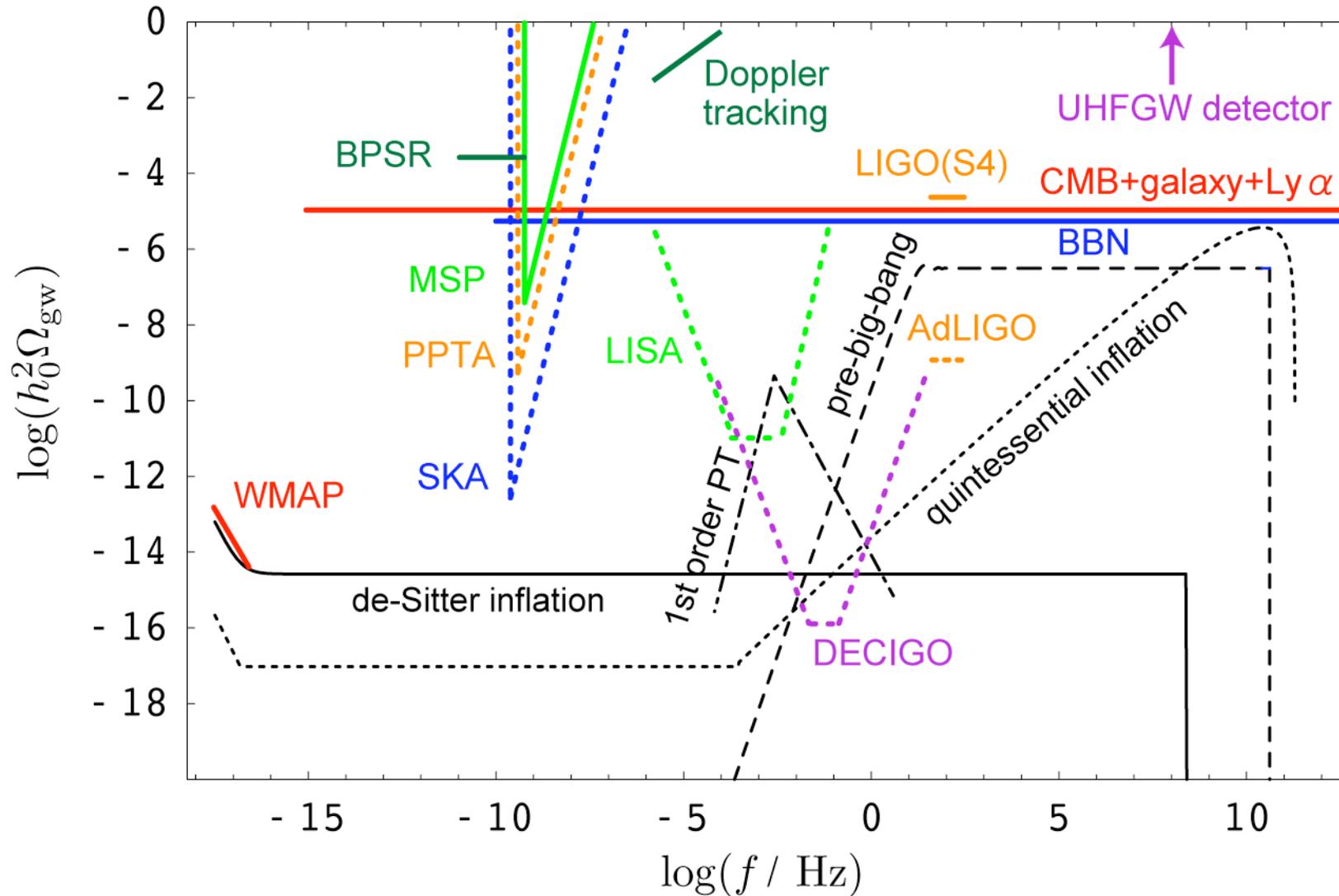


x4セット



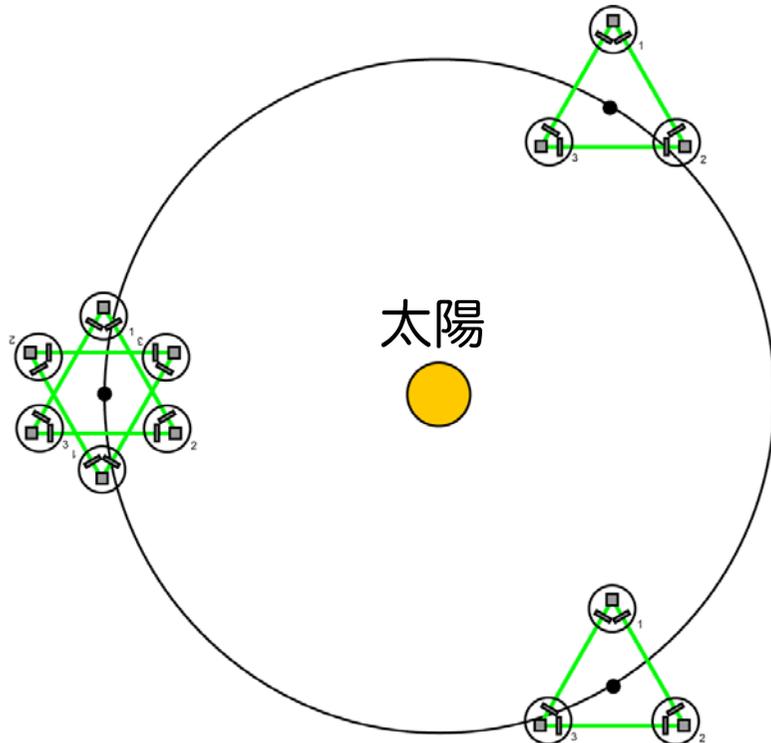
# DECIGO の背景重力波感度

実線 . . . 現在の制限、 点線 . . . 将来計画



# 検出器配置とモード分離

地球公転軌道上に  
4つのクラスター



DECIGO のターゲット重力波

$$0.1 \text{ Hz} \longleftrightarrow \lambda = 3 \times 10^6 \text{ km} \approx \frac{1}{50} \text{ AU}$$

▶ クラスター2つ (星型配置)

距離が近すぎる

独立な相関信号は2つしか取れない。  
しかも、モードの縮退がひどい。

公転軌道をずらす → ケース2

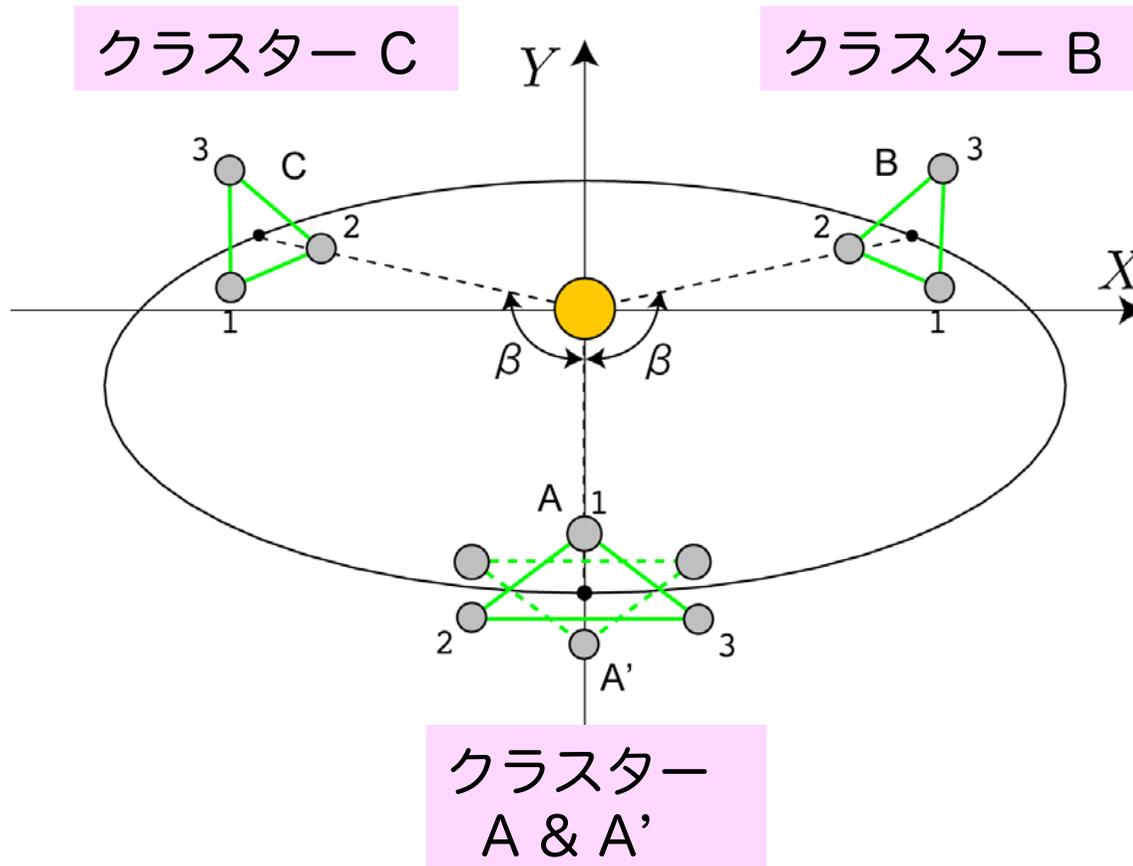
▶ クラスター4つ

距離がやや遠い

独立な相関信号は3つ以上。  
3つ全ての偏極モードを分離可能。

→ ケース1

# ケース1 (4クラスター)



レコード盤軌道の4つのクラスターを仮定

相関信号

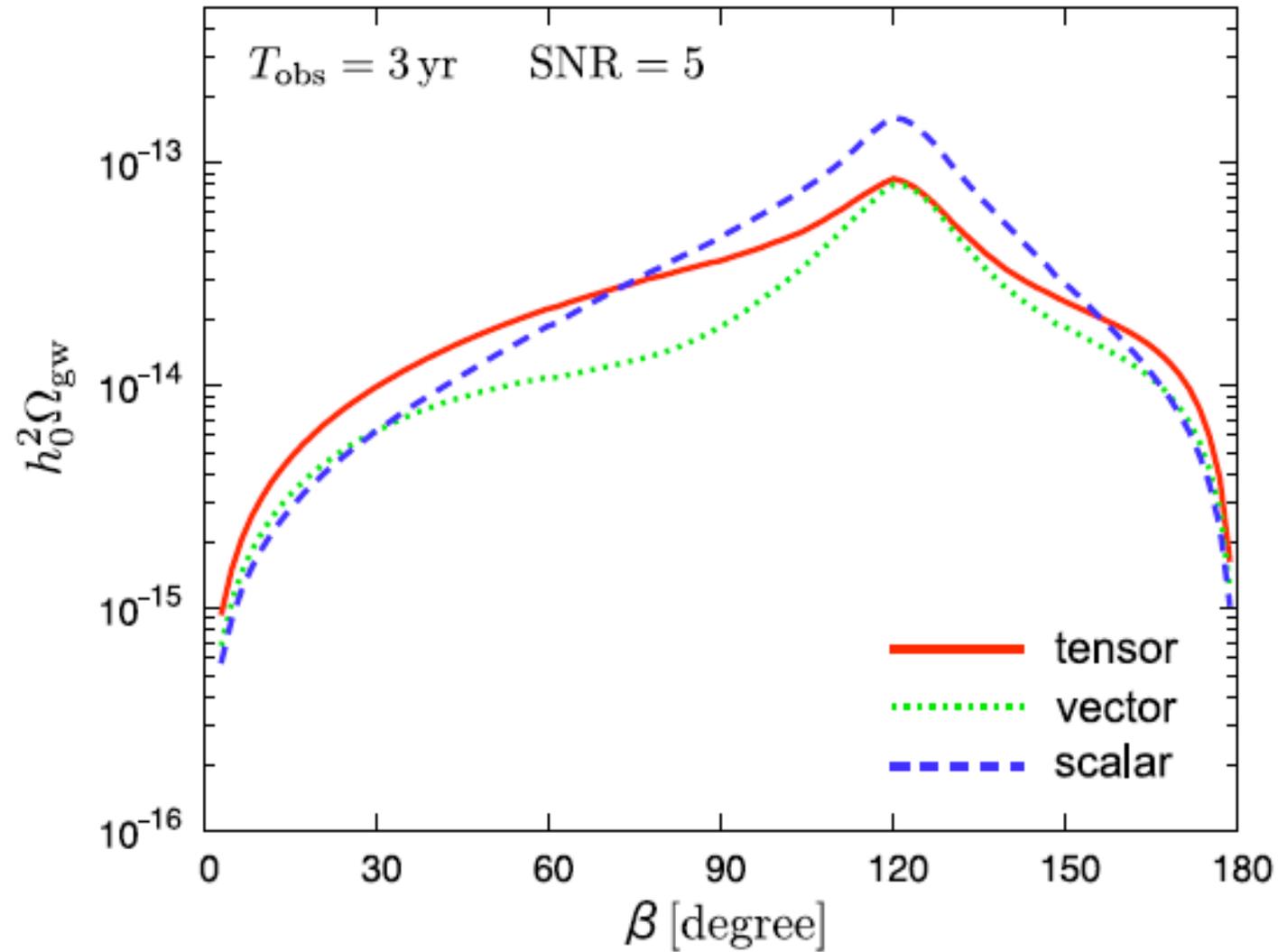
(AA', AB, AC, BC,  
A'B, A'C) × 9  
= 54 リンク

内部回転のパラメータについては最適化

パラメータ  $\beta$

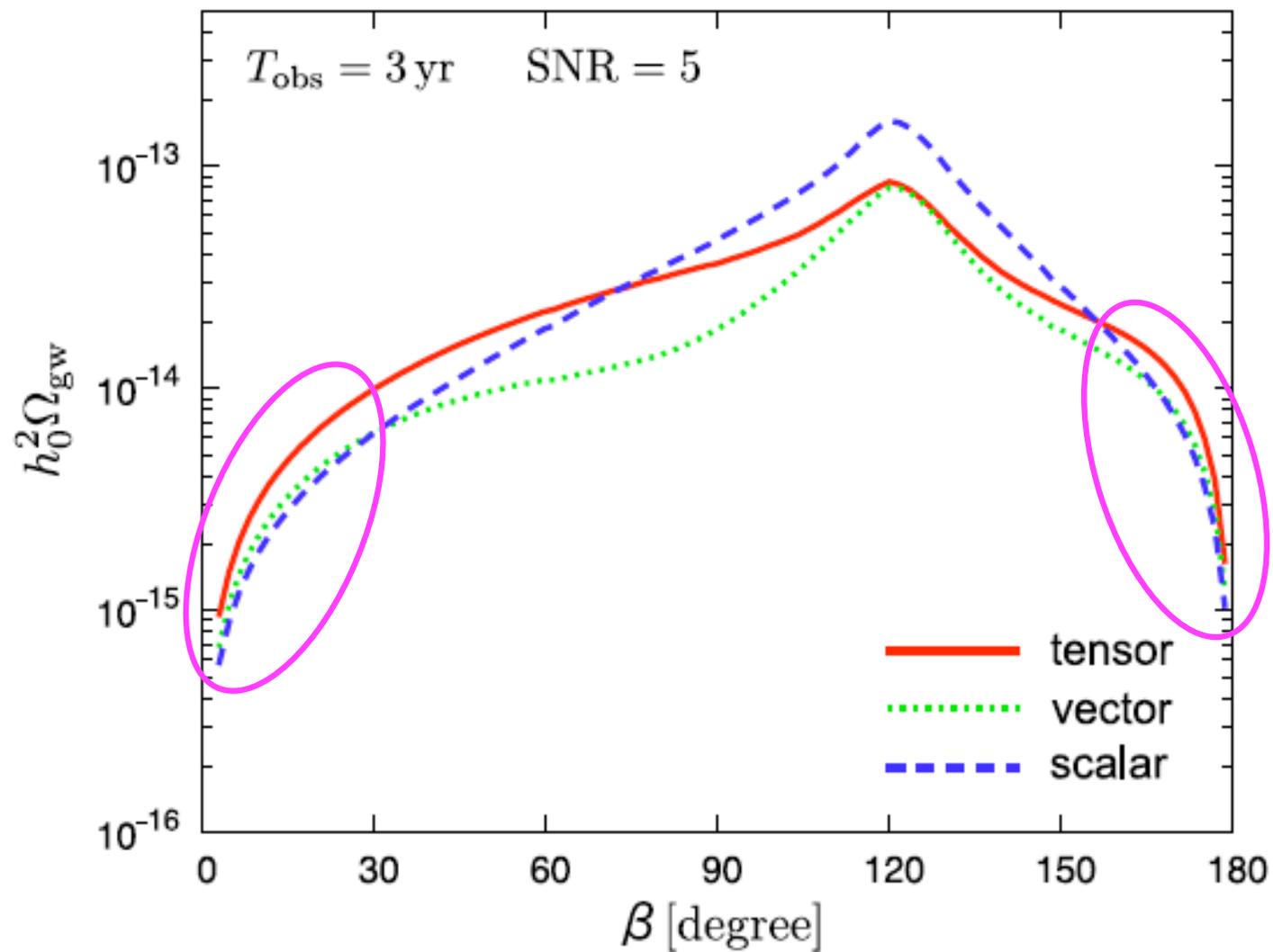
(DECIGO のデフォルトでは  $\beta = 120^\circ$  )

# SNR



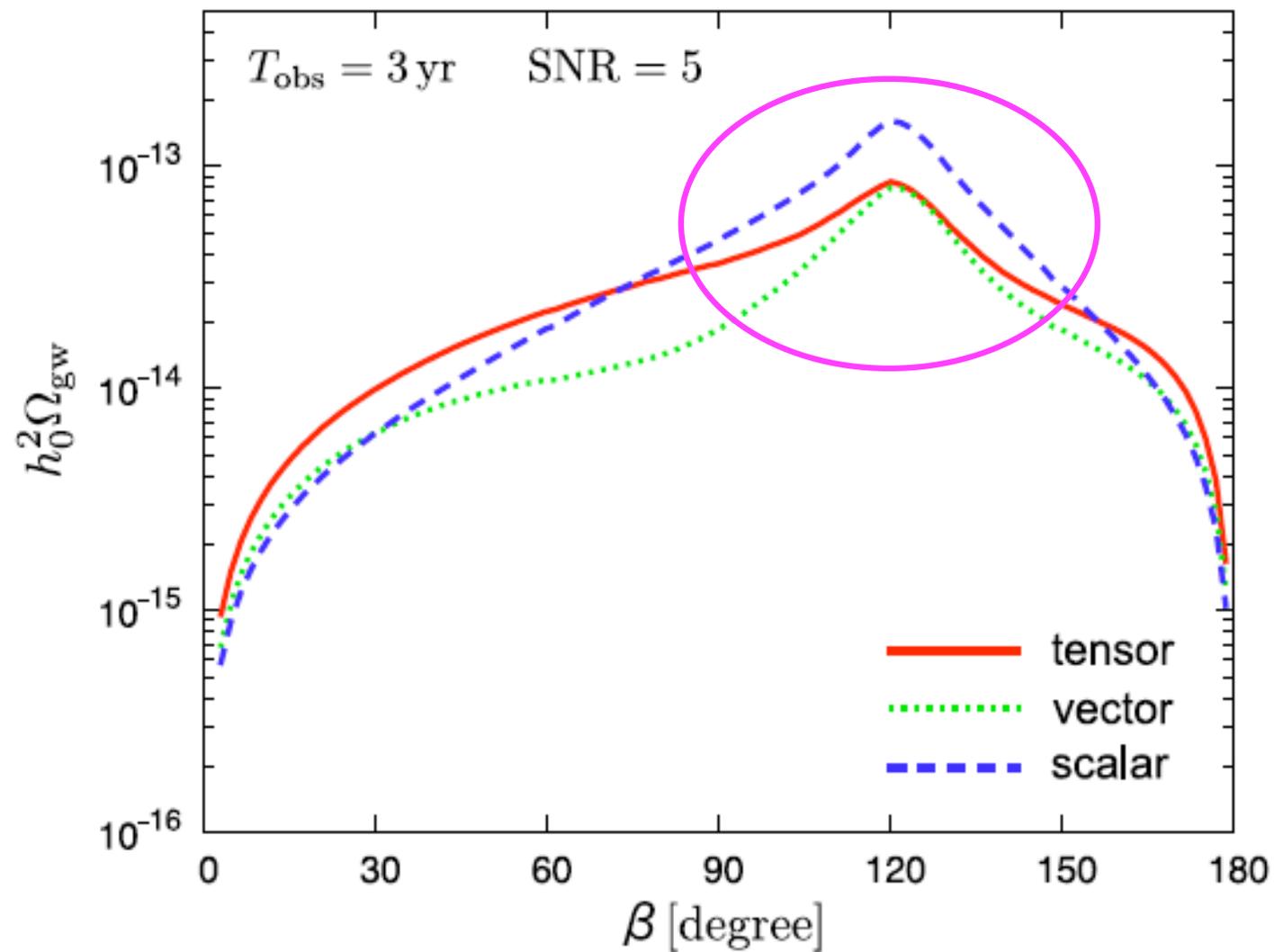
(モード分離しない場合は星型配置の2クラスターで  $h_0^2 \Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-16}$  )

# SNR



(モード分離しない場合は星型配置の2クラスターで  $h_0^2 \Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-16}$  )

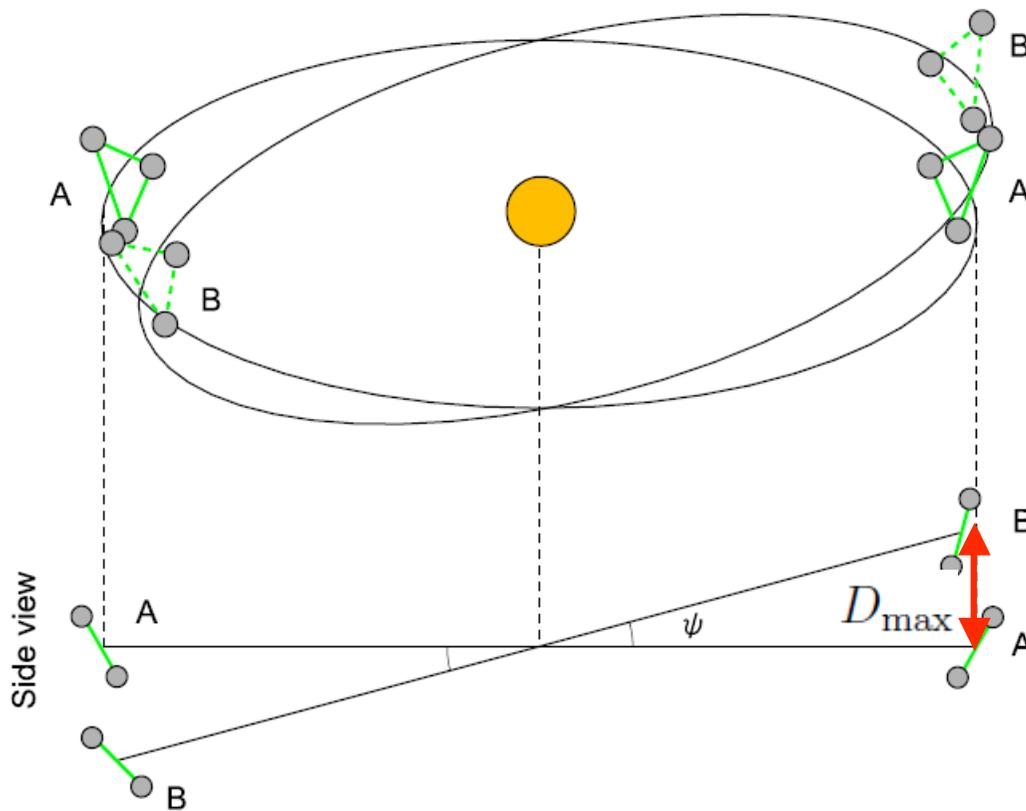
# SNR



(モード分離しない場合は星型配置の2クラスターで  $h_0^2 \Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-16}$  )

# ケース2 (2クラスター)

公転軌道をずらした2クラスター



それぞれのクラスターはレコード盤軌道

相関信号

$AB \times 9 = 9$  リンク

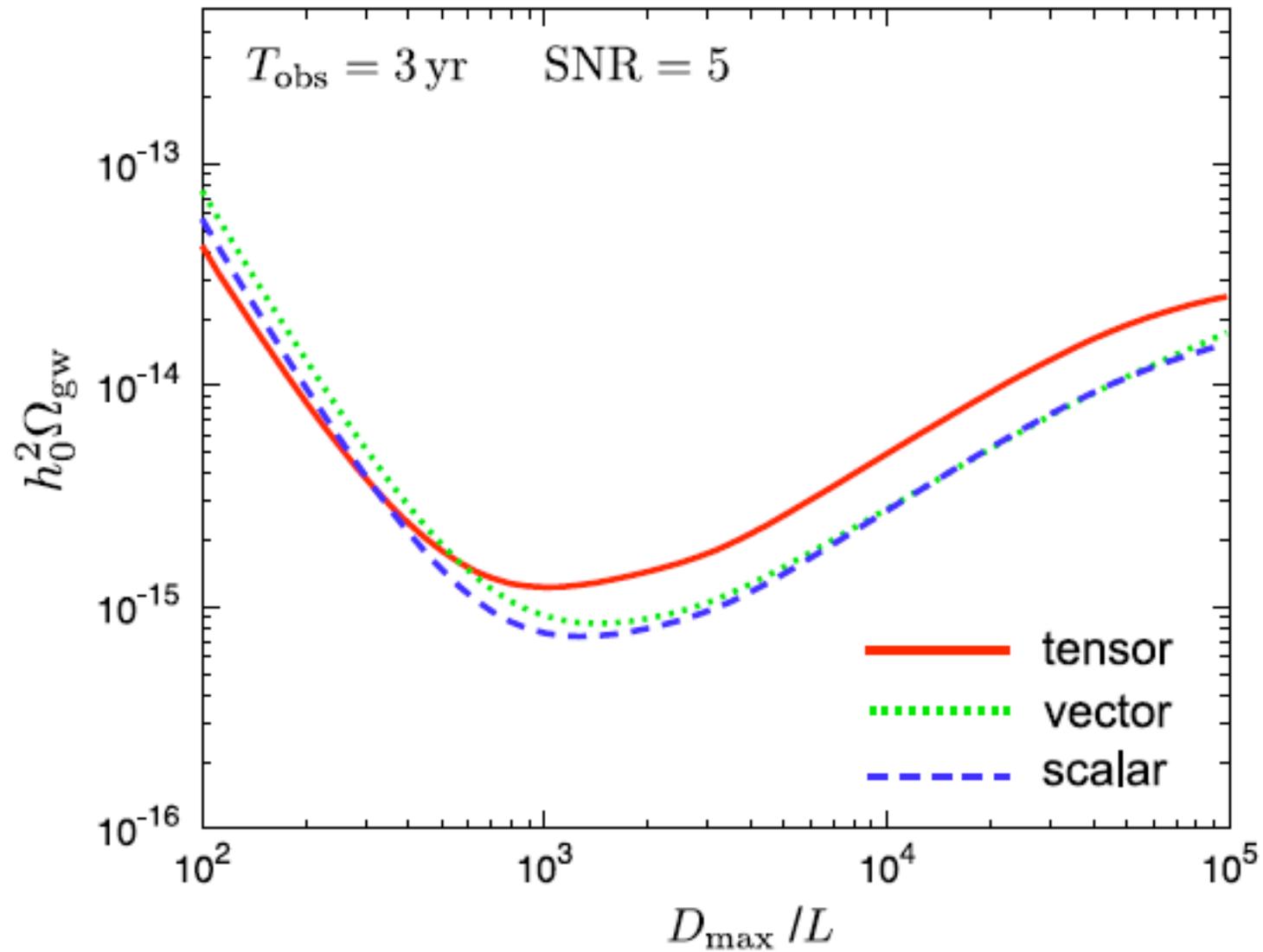
異なる時刻の相関信号  
= 異なる検出器ペアの相関信号



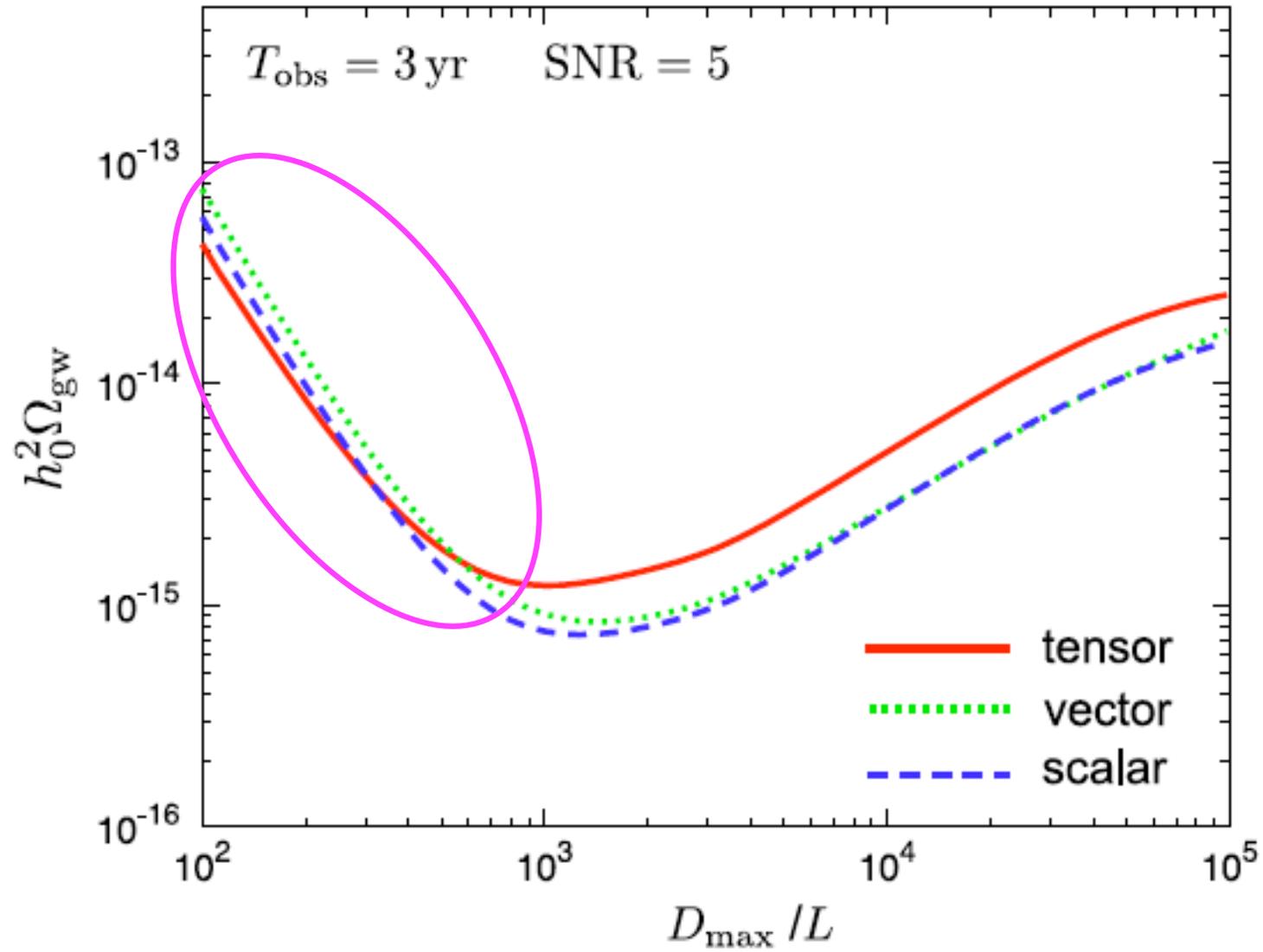
検出器配置の幾何学的な縮退は解ける

パラメータ  $\psi$  (  $D_{max}$  )

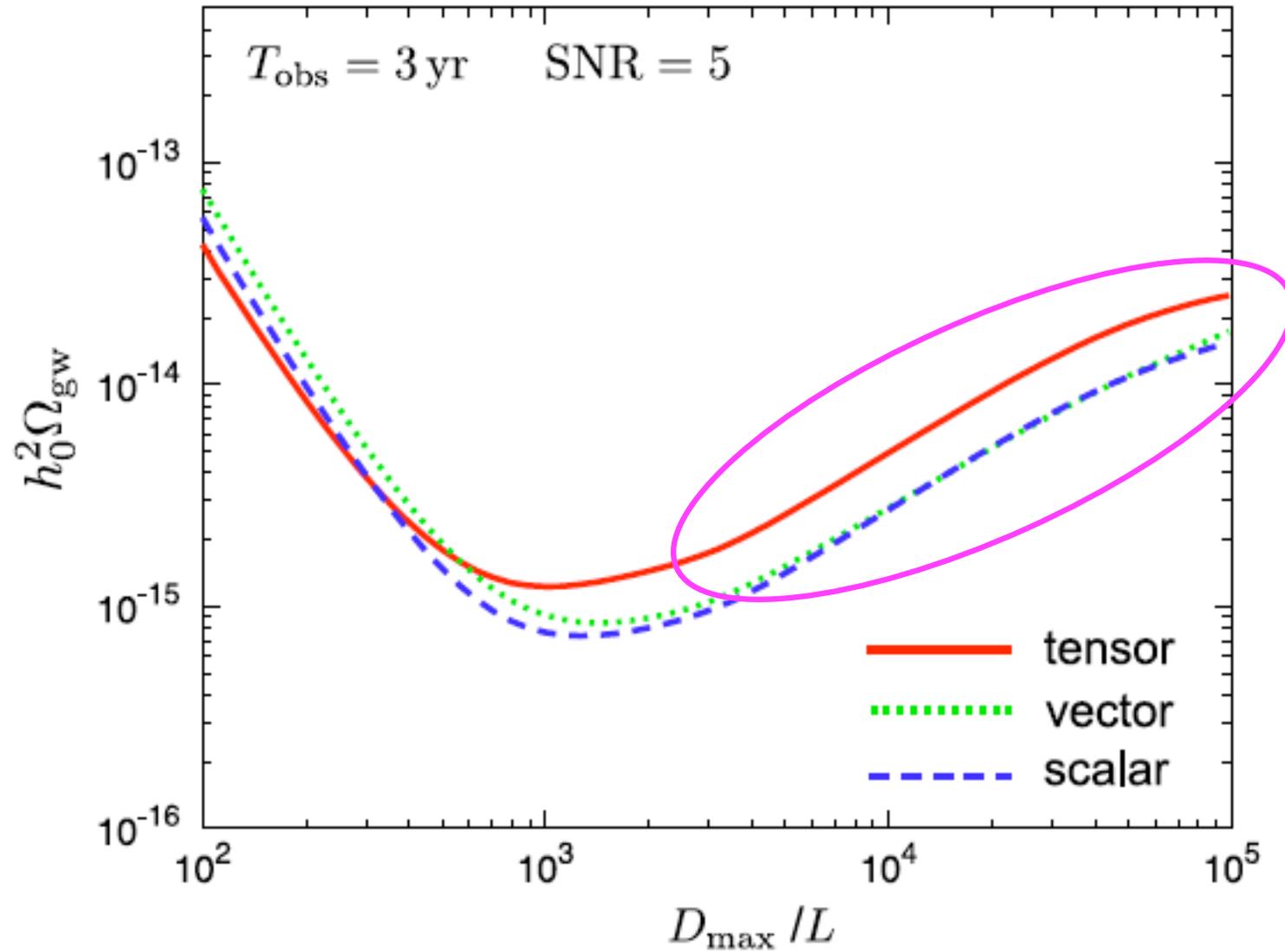
# SNR



# SNR



# SNR



# DECIGO のサイエンスとして考察

## デフォルト DECIGO での相関解析 (星型配置)

クラスター A と A' で相関をとる。

$h_0^2 \Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-16}$  が検出可能 (ただし、偏極モードは区別出来ない)

## 角度分解能

角度分解能  $\sim \frac{\lambda}{D}$   $\rightarrow$  クラスタ B, C はなるべく離して置きたい

## スカラー・ベクトル背景重力波への感度

	分離あり	分離なし
4クラスターの場合	$h_0 \Omega_{\text{gw}}^M \sim 10^{-14}$ .	$h_0 \Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-16}$ .
2クラスターの場合	$h_0 \Omega_{\text{gw}}^M \sim 10^{-15}$ .	$h_0 \Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-15}$ .

# まとめ

- 重力波偏極モードの観測により、  
修正重力理論と余剰次元理論のモデルに依存しない検証が可能

- 3つの偏極モード（テンソル・ベクトル・スカラー）は  
検出器3台により分離が可能

- 地上の検出器でのモード分離

$$h_0^2 \Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-9} - 10^{-8}$$

AN et al.,  
PRD 79, 082002 (2009)

- スペース検出器でのモード分離

$$h_0^2 \Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-15} - 10^{-14}$$

AN et al., arXiv:0911.0525

- 特定の重力理論への制限を得るには、  
そのモデルにおける重力波スペクトルの計算が必要