

# SQL 観察に向けた微小振動子の振動特性評価

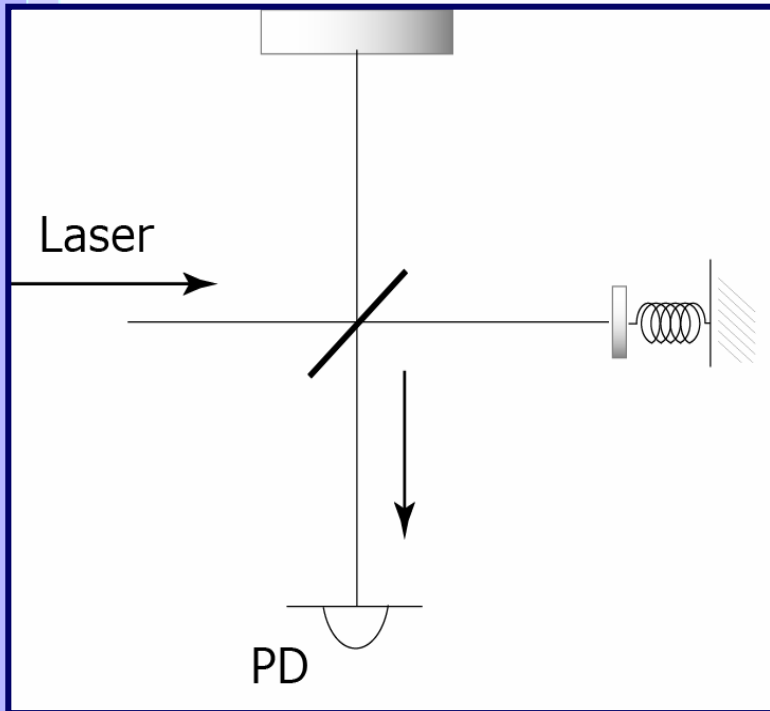
東大新領域（三尾研）

森 匠

# 概要

- **微小質量かつ高いQ値を持つ力学系という観点から、SQLの観察を目標とした実験を考える。**
- **目次**
  - 1. 微小力学系を用いたSQL測定について
  - 2. 力学系とQ値
  - 3. SQL観察への考察
  - 4. まとめ

# 標準量子限界 (Standard Quantum Limit)



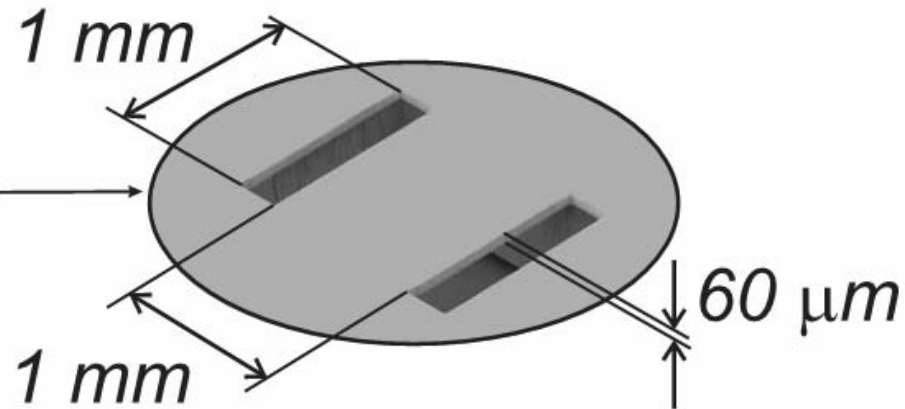
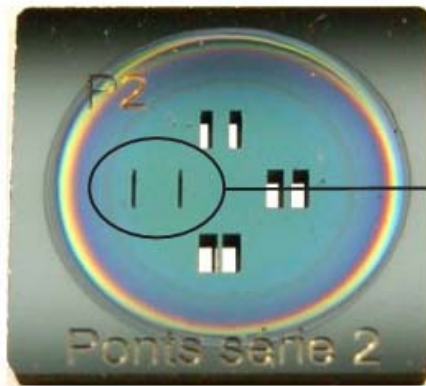
- レーザー干渉計：光子の発生が確率過程であることが原理的な雑音となる
  - 輻射圧雑音 (Radiation Pressure Noise)：光子と鏡が運動量相互作用を行うことに起因
  - 散射雑音 (Shot Noise)：計測時の位相雑音
- 2つの雑音の変位換算二乗和は、あるレーザーパワーにおいて最小化される → **標準量子限界**

未だに観察の報告はない

# 微小力学系を用いた標準量子限界への道

- **意義: テーブルトップの実験でSQL=巨視的物体にはたらく量子性を議論する**
- **微小力学系のSQLについては、微細加工技術の発達 (MEMS など) に伴い、近年盛んに議論されている**
  - **微小力学系は一般に損失が大きい**  
High-Qという観点からSQLを目指した例は少ない
- **音叉型水晶振動子を用いてHigh-Qを達成**
  - **この振動子を用いたSQL観察の可能性を考察する**

# 関連研究 @LKB



Phys. Rev Lett, 97,133601 (2006)

$$f = 814 \text{ kHz}$$

$$m_{\text{eff}} \sim 190 \text{ } \mu\text{g}$$

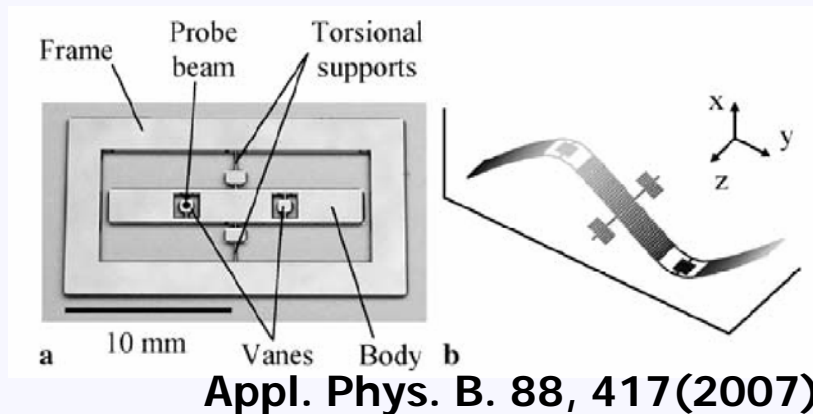
$$Q \sim 5000 - 15000$$

$$\mathcal{F} \sim 30000$$

$$S_{\text{min}} = 4 \times 10^{-19} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

- 室温・真空
- Siの両持ち梁を鏡にして光共振器を作成している

# 関連研究 @ Helsinki TKK



$$f = 27.5 \text{ kHz}$$

$$m_{\text{eff}} = 46 \text{ mg}$$

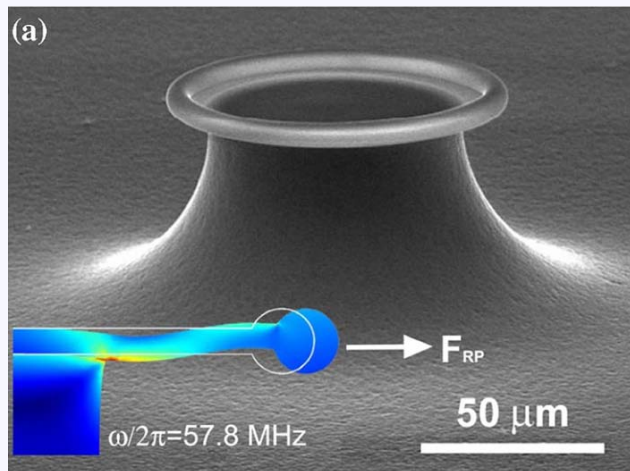
$$Q \sim 19000$$

$$\mathcal{F} \sim 2600$$

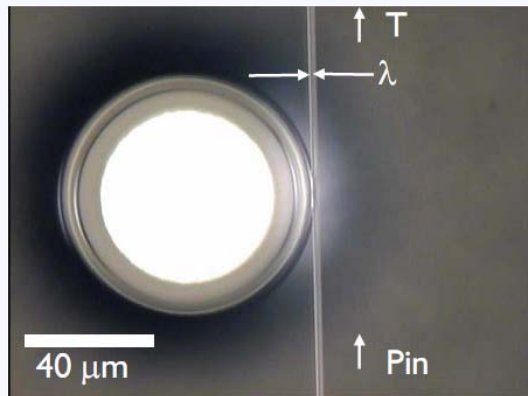
$$S_{\text{min}} = 4 \times 10^{-15} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

- 室温・真空
- 光軸方向に振動を行う  
→光をより強く結合させることができる

# 関連研究 @Max Planck Institut



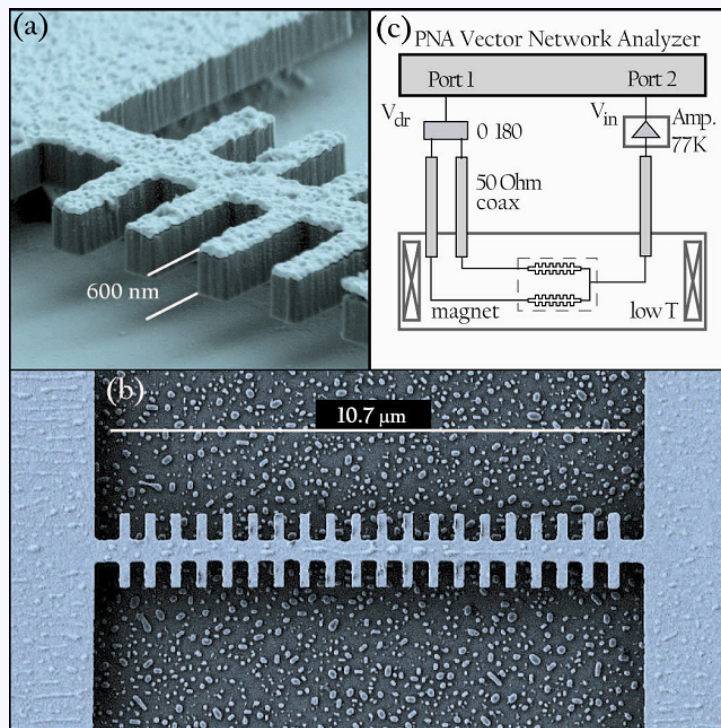
- Toroidal microcavity
  - Fiberと、振動子の半径方向の振動をカップリングさせる
- 室温・真空



$$f = 57.8 \text{ MHz}$$
$$m_{\text{eff}} \sim 1.5 \times 10^{-2} \mu\text{g}$$
$$Q = 2890$$

Phys. Rev. Lett 97, 243905 (2006)

# 関連研究 @ Boston univ.



Appl. Phys. Lett. 91, 203503 (2007)

- 微細加工したダイヤモンド振動子を用いて、高次の捩れ振動のモードを測定
- 希釈冷却で40mKまで冷却し、磁場を用いて測定
- $\hbar\omega > k_B T$  の領域に達している研究は (おそらく) ここだけ

$$f = 434.3 \text{ MHz}$$

$$Q \sim 21500$$

$$f = 1441.8 \text{ MHz}$$

$$Q \sim 8660$$



# SQL 観察に求められる要素 (定性的)

- 質量が小さいこと

- 輻射圧を強めるためには力学系ができる限り軽い必要がある

$$P_{\text{opt}} \propto m_0$$

- 機械的ロスが小さいこと

- 内部摩擦・空気摩擦などは極限まで抑えられた状態が望ましい

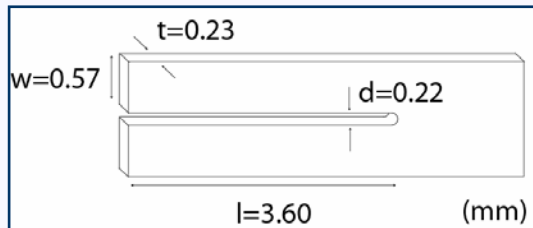
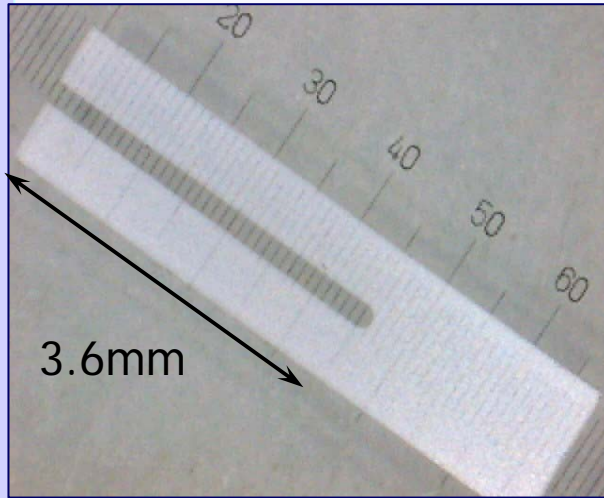
$$S_{\text{th}} = \frac{4m_0\omega_0^2 k_B T}{Q\omega}$$

- 低温で安定に動作すること

- 熱雑音の低減を目指して冷却する必要がある

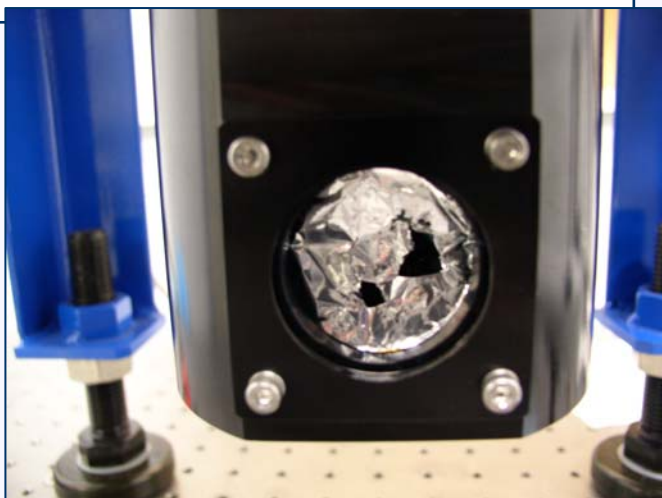
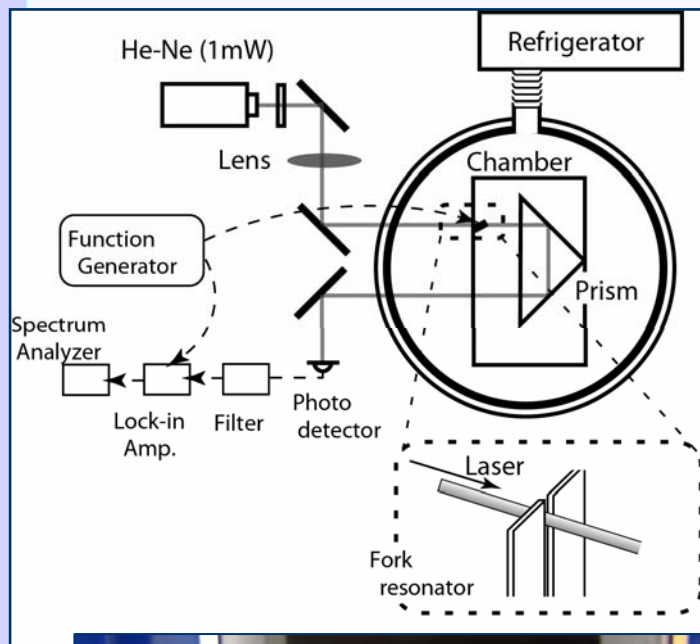
- 光と結合させることが可能な形状であること

# 音叉型水晶振動子



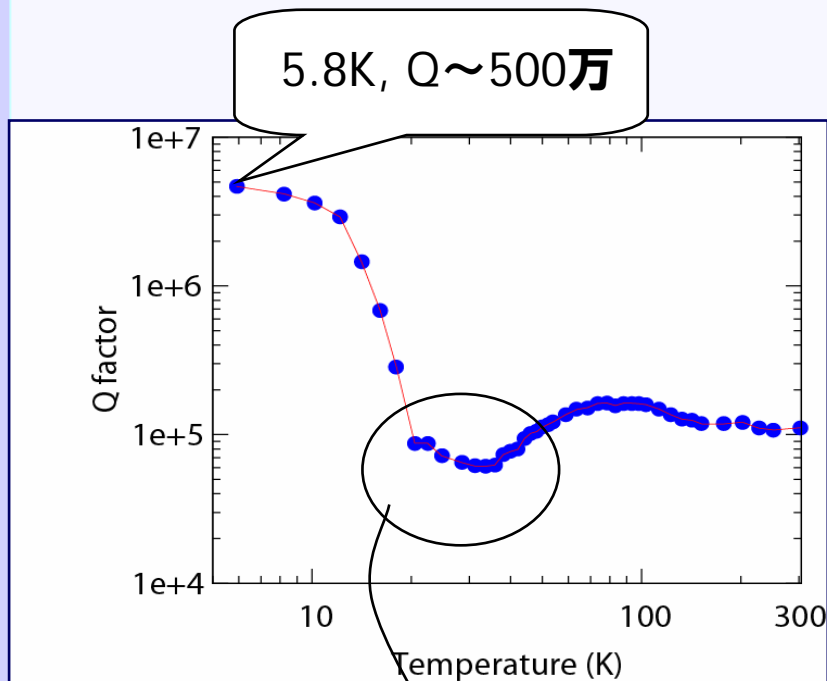
- Citizen FineTech社製
- 時計の周波数標準として一般に用いられているもの
- 特徴
  - $m \sim 0.6\text{mg}$
  - $f \sim 32\text{kHz}$  ( $\sim 2^{15}\text{Hz}$ )
  - 音叉モード: 重心が動かない分エネルギーロスが小さく、高いQ値が期待できる

# Q値測定



- 振動子は底面を低温用接着剤で stage 上に固定
- 音叉モード振動を交流電場で励起 (32400Hz 付近)
- 振動測定のためのレーザーを照射 (He-Ne, <math>< 1\text{mW}</math>)
- 適当なフィルターを通し、Lock-in Amp. で振幅を見る
- 空気中では  $Q \sim 6000 - 10000$  程度

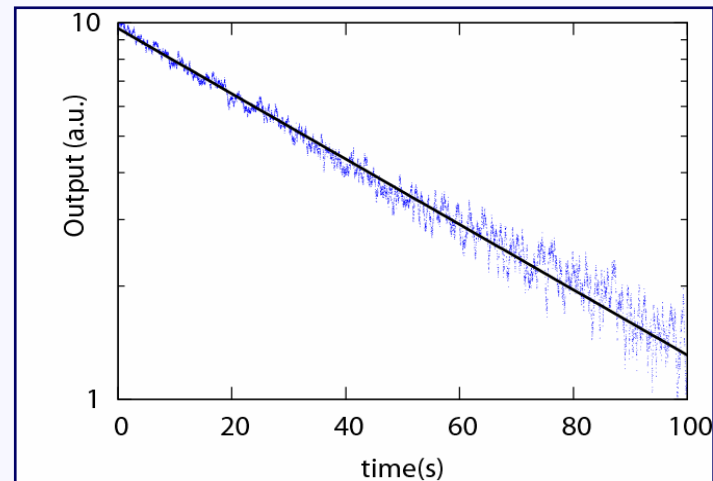
# Q値の温度依存性



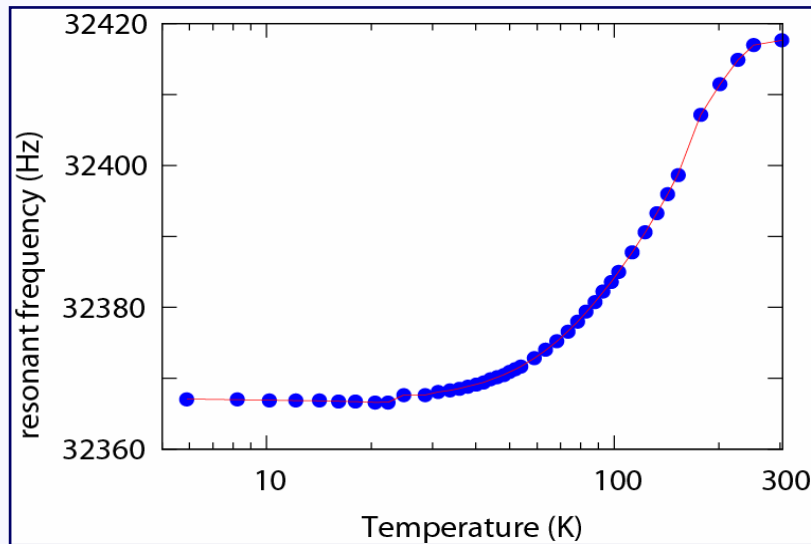
## Naなどの不純物の影響？

"Noise in Physical Systems and  
1/f Noise", 1986, 323

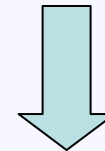
- 5.8Kまで冷却
  - 窓からの赤外輻射で制限
- $Q_{\max} \sim 5 \times 10^6$  ( $\tau \sim 50s$ )
  - gram scale以下の振動子として  
は (調べた限り) **最も高い**
- 20-50Kのピーク:  $Q_{\max}$ には影  
響を与えていないと判断



# 共振周波数の変化



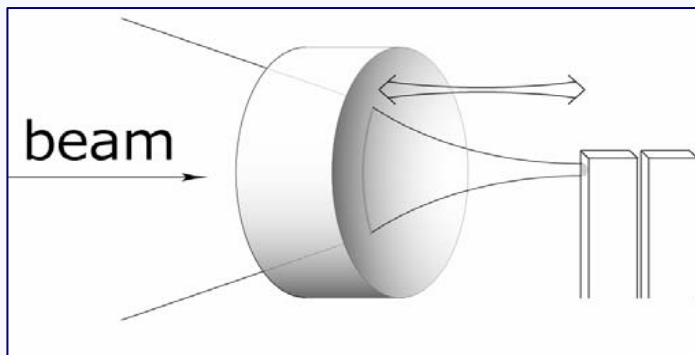
- 冷却と共に共振周波数が低下
- 真空度が足りず (<1Pa)、残存気体が固着している可能性
  - 冷却を続けると、共振周波数が徐々に低下
  - Q値の明らかな劣化は見られず



現在の状況では改善できず

# SQLに関する議論

- この力学系をセンサとしたSQL計測を議論する。
  - どの周波数で探るべきか
  - 熱雑音
- 量子雑音と熱雑音だけで議論を進める。



- 側面に誘電体多層膜を塗布して光共振器を作成
  - 音叉モード振動と電場をカップリングさせる
- 鏡の作成によるQ値の劣化が考えられるが、現在の値のまま進める。

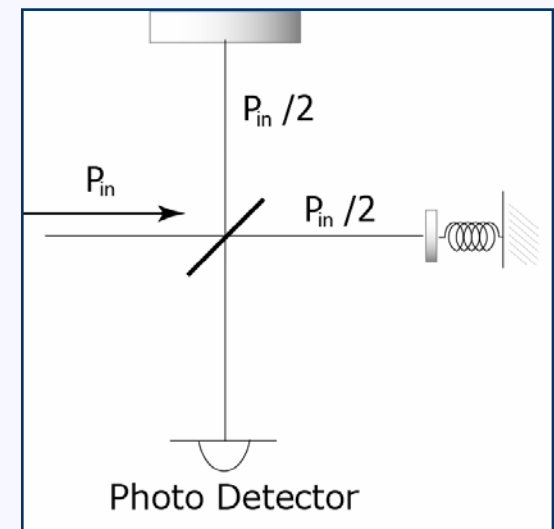
# Michelson Interferometer (1)

- Structure damping model

$$|\chi(\omega)| = \frac{1}{m_0 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega_0^2/Q)^2]^{1/2}} \text{ : mechanical susceptibility}$$
$$S_{\text{th}}(\omega) = \frac{4m_0\omega_0^2 k_B T}{Q\omega}$$

- Measuring noise
  - BS、片方の鏡は十分に重いとする

$$\langle x_{\text{rad}}^2(\omega) \rangle = \frac{2P_{\text{in}}h}{\lambda c} |\chi(\omega)|^2$$
$$\langle x_{\text{shot}}^2(\omega) \rangle = \frac{h\lambda c}{8\pi^2 P_{\text{in}}}$$



$$\langle x_{\text{measure}}(\omega)^2 \rangle \equiv \langle x_{\text{rad}}(\omega)^2 \rangle + \langle x_{\text{shot}}(\omega)^2 \rangle$$

# 共振点でのSQL

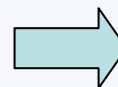
- 振動子: Structure Damping
- シンプルなMichelson干渉計では、SQLは

$$P_{\text{opt}} = \frac{\lambda c}{4\pi|\chi(\omega)|}$$

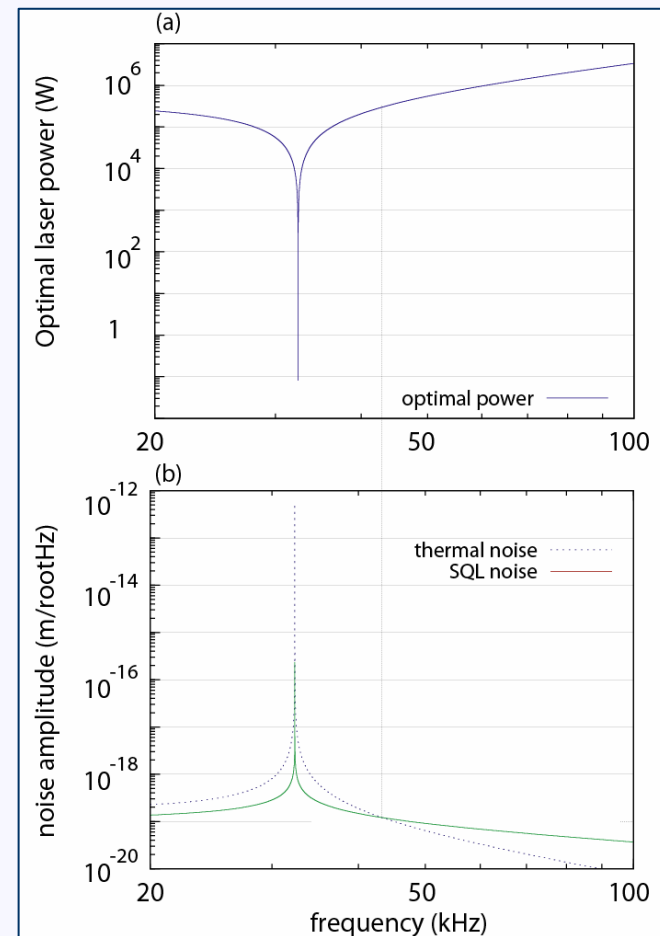
- 共振点: レーザーパワーは不要だが、熱雑音が大きくなるため不可

$$\sqrt{\frac{\langle x_{\text{measure}}^2(\omega) \rangle}{\langle x_{\text{th}}^2(\omega) \rangle}} \sim \frac{\hbar\omega}{k_{\text{B}}T}$$

= (occupation num.)<sup>-1</sup>



7桁足りない





# Off resonanceでのSQL

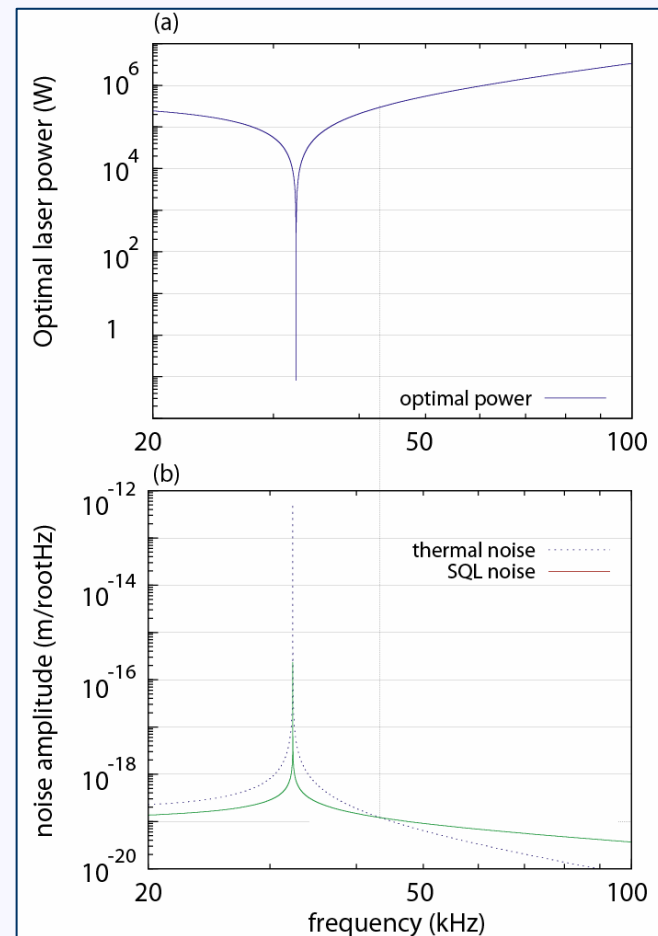
- $\omega \gg \omega_0$  ではレーザーパワーが必要
  - 少なくとも $10^5\text{W}$
  - 共振器を組む必要 ( $1\text{W}$ で $F \sim 2000$ ?)
- この領域では熱雑音の方が小さくなる

$$P_{\text{opt}} \sim \frac{m_0 \omega^2 \lambda c}{4\pi}$$

$$\langle x_{\text{measure}}(\omega)^2 \rangle \geq \frac{2\hbar}{m_0 \omega^2}$$

- Free mass のSQLがほぼ再現される

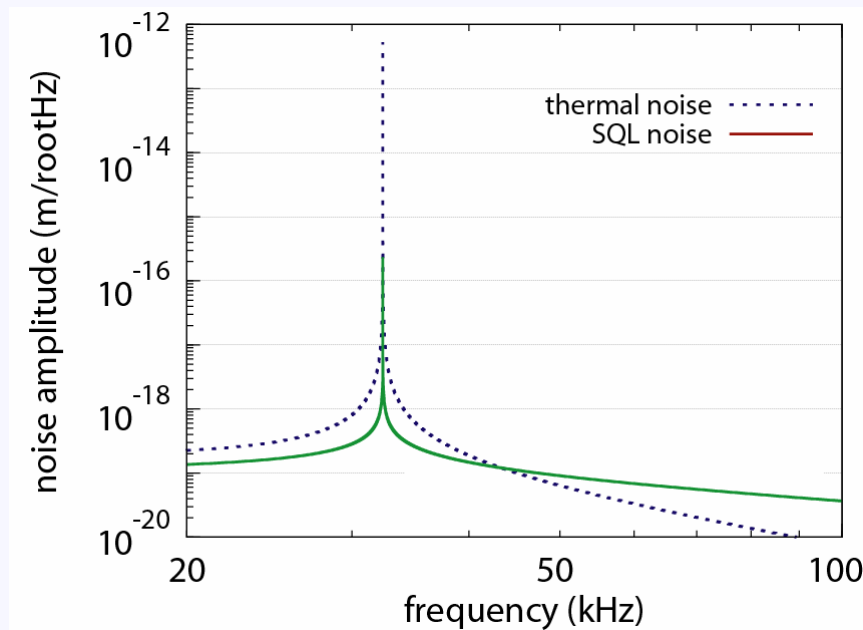
$$\langle x_{\text{SQL}}(\omega)^2 \rangle = \frac{4\hbar}{m\omega^2}$$



高次モードが立つのは  
200kHz付近

# 熱雑音とSQL noise

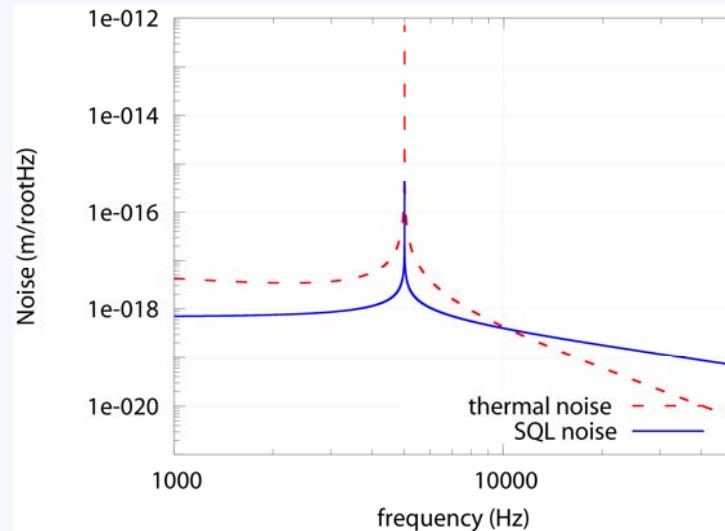
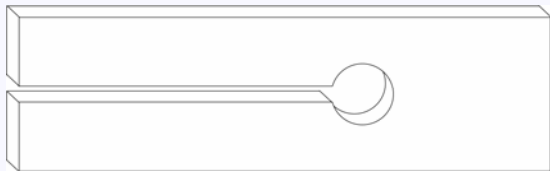
$$\frac{\langle x_{\text{SQL}}(\omega)^2 \rangle}{\langle x_{\text{th}}(\omega)^2 \rangle} \sim \frac{Q\hbar\omega^3}{\sqrt{2}k_{\text{B}}T\omega_0^2}$$
$$\sim 0.95 \times (\omega/\omega_0)^3 \propto \omega^3$$



- 基本モードのみを考えれば、感度は周波数の3乗で良くなるはず
- 80kHz付近ならば熱雑音は十分に落ちる

# 振動を低周波にシフトさせる

- とはいえ  $10^{-19}$  m/rHz はさすがに厳しい
- $\langle x_{\text{measure}}(\omega)^2 \rangle \geq \frac{2\hbar}{m_0\omega^2}$  で検出限界が与えられているため、ある周波数を与えると限界が決まってしまう
  - → 共振周波数をシフトさせて、低周波で測定することを考える
- 振動子を加工して周波数を下げ、高次モードを遠ざける
- → 下げた周波数分だけ変位は上がるが...

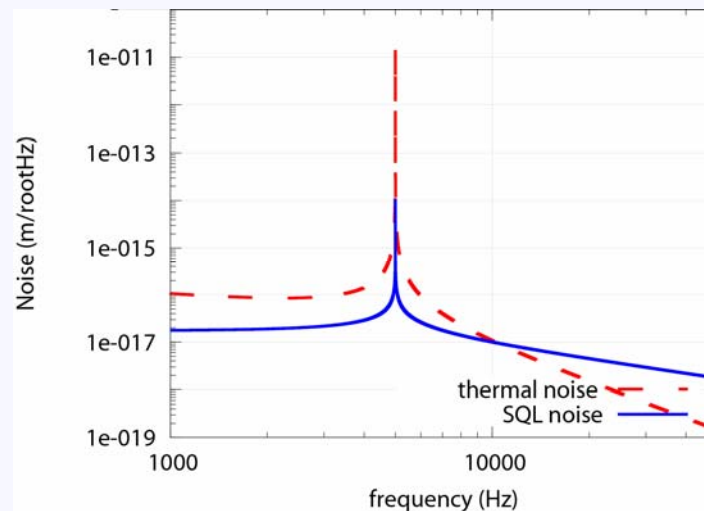


# 質量を小さくする

- 現在の質量(～0.6mg)では不十分ではないか

- スケールを下げられればその分有利になる  $\langle x_{\text{measure}}(\omega)^2 \rangle \geq \frac{2\hbar}{m_0\omega^2}$

- High-Qありきで議論を進めてきたが、振動子のスケール・サイズを再評価する必要があるか



$m = 1\mu\text{g}$ (1桁近くサイズ  
ダウンした場合)

( $Q = 500$ 万)

## まとめ

- 微小力学系を用いたSQL計測を目指し、音叉型水晶振動子を力学系として選択しその評価を行った。
- 振動子のQ値は最大で500万程度であった。これは非常に高い値であると言える。
- 基本モードの共振(32kHz)よりもやや高め(80kHz)あたりならば、SQL雑音は熱雑音を数倍上回る。
  - しかし、現在のままでは十分な感度とは言えない。質量の観点から再設計を行う必要があるかもしれない。