

**Search for continuous gravitational
waves from PSR J0835-4510
(PSR J0835-4510起源の重力波探査)**

**東大宇宙線研 阿久津朋美
for CLIO collaborations**

Abstract

2007年2月12日～18日に取得された**CLIO**観測データを用いて**PSR J0835-4510**からの重力波探査を行った。

PSR J0835-4510のスピン周波数は**11Hz**であるため、今までには低周波帯域で感度が出ない重力波検出器では解析が行われなかった。

本研究では、低周波で感度のよい**CLIO**干渉計のデータを用いて解析を行った。総時間57時間のデータを用いて、振幅上限値で **5.3×10^{-20}** を得た。

Contests

1. Introduction
2. CLIO observation run
3. Pulsar search
 - 3.1 Matched filtering
 - 3.2 Data conditioning
4. Results
5. Conclusion

1.Introduction

重力波源

慣性系で角周波数 Ω を持った系の静止系から見た質量モーメント

$$\{I_{ij}\} = \begin{pmatrix} I_{xx} & & \\ & I_{yy} & \\ & & I_{zz} \end{pmatrix}$$

重力波

$$h_+ = -\frac{2G\Omega^2}{c^4 r} (I_{xx} - I_{yy})(\cos^2 A + 1) \cos(2\Omega t)$$

$$h_x = -\frac{2G\Omega^2}{c^4 r} (I_{xx} - I_{yy}) 2 \cos A \sin(2\Omega t)$$

重力波は2倍の角周波数

$$h_0 \equiv \frac{2G\Omega^2}{c^4 r} (I_{xx} - I_{yy}) \equiv \frac{2G\Omega^2}{c^4 r} \varepsilon I_{zz}$$

G : gravity constant
 c : light velocity
 A : inclination angle
 r : distance from the source

Ellipticity (楕円率)

$$\varepsilon \equiv \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}$$

軸対称からのずれを評価するパラメータ

重力波の生成には、星の形状が回転軸の周りで非対称であることが必要になる。

Pulsar (rotating neutron star)

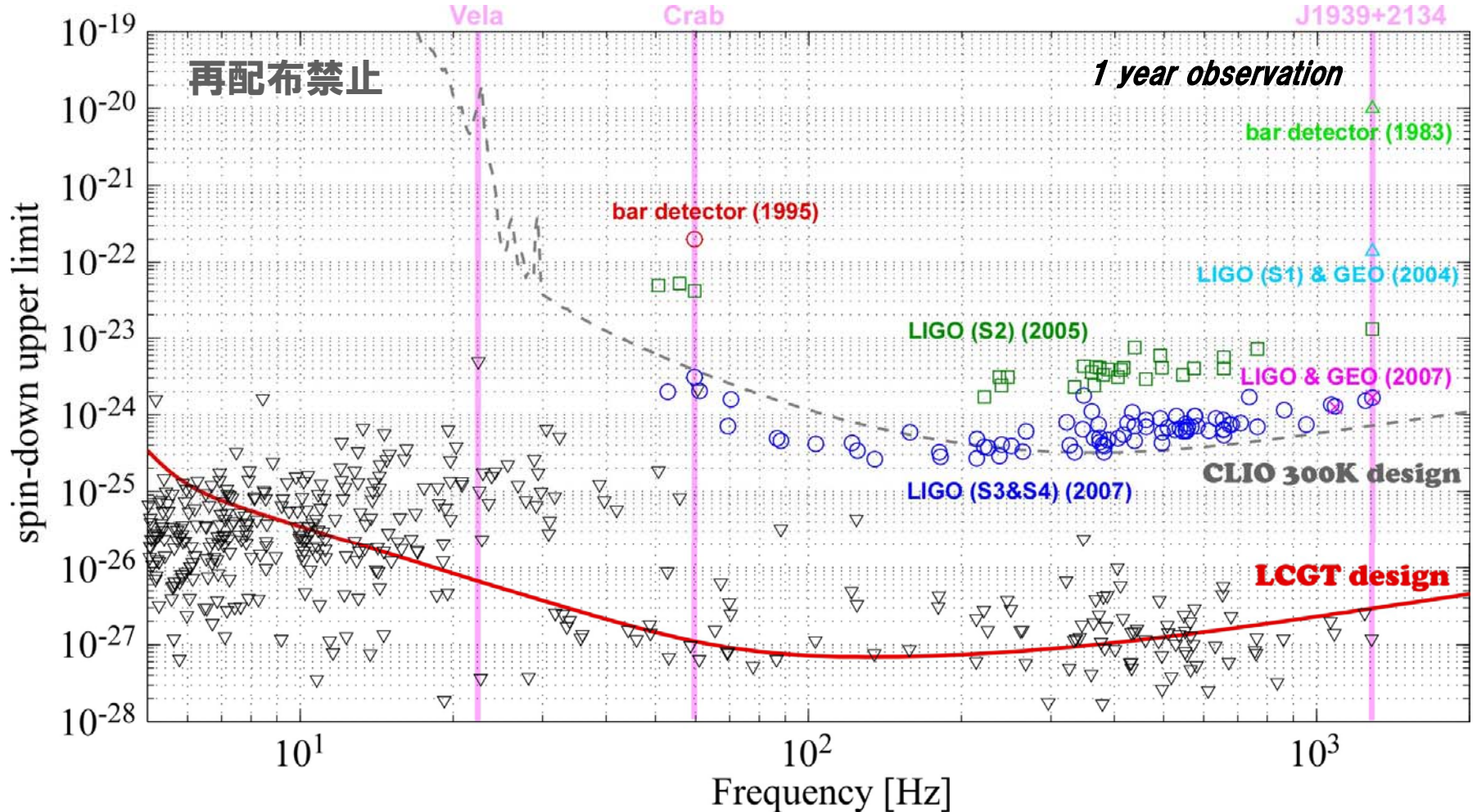
星の内部流体 (クラスト層)、強い磁場 ($\leq 10^{14}\text{G}$)、振動モードなどで非対称性が生じる

→ **重力波源**

1.Introduction

Analysis results in last decades

Upper limit from past analyses & spin-down upper limit



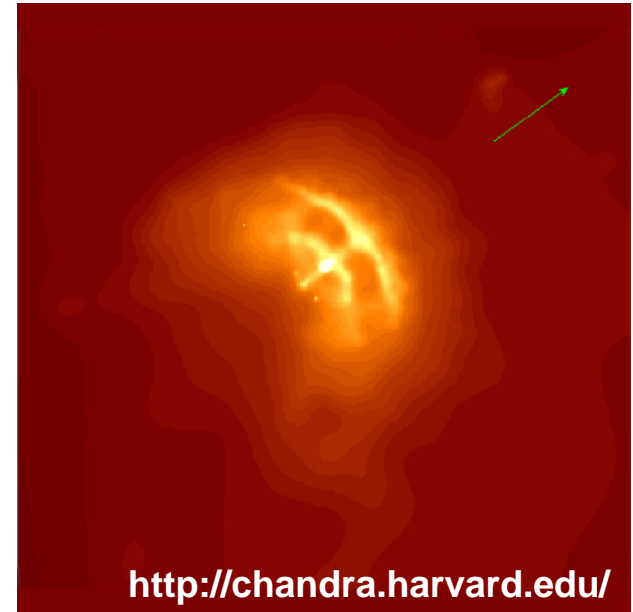
Pulsar information is obtained from the ATNF pulsar database.

1.Introduction

PSR J0835-4510 (Vela)

1968年に電波観測により発見 *Nature* 229 p340 (1968)

- 南半球で観測できる
- 周期 89 msec
- 1968年から16回のglitch
- 大きいスピンドウン
- 地球から近距離 (200~500pc)
- 強いガンマ線源



spin-down upper limit (回転によるエネルギーロスが全て重力波放出エネルギーに変わるときの上限値)

$$h \sim 5 \times 10^{-24} \quad (M = 1.4M_{\text{sun}}, R = 10 \text{ km}, r = 0.29 \text{ kpc} \text{ を用いた})$$

電波観測されているpulsarの中では最大

CLIO observation run

2. CLIO

CLIO Cryogenic Laser Interferometric Observatory

100m基線長のレーザー干渉計型重力波検出器

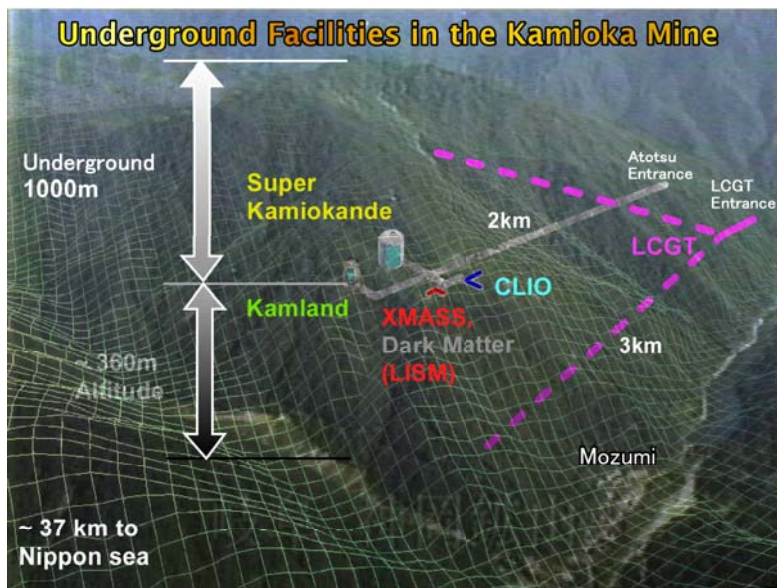
Motivation of CLIO : Proto-Type for LCGT

1. 感度を制限する熱雑音を低温技術により低減

サファイアミラーとサファイアファイバーを用いた懸架系を20Kまで冷却

2. 低地面振動の地下環境での安定したオペレーション

神岡鉱山内の地面振動は都市部よりも1/100以上低い



CLIO site

地下環境

地下1000m 坑口より2km

低地面振動

低周波数帯域で高感度

少ない温度、湿度変化

安定した観測運転

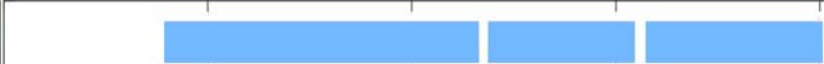






2. CLIO

First observation

最初の観測運転

常温観測 2007年2月12-18日

Duty cycle

Date	2007/Feb./12-18	Duty Cycle
12 Mon.		65%
13 Tue.		55%
14 Wed.		51%
15 Thu.		20%
16 Fri.		54%
17 Sat.		58%
18 Sun.		55%

8:00am-10:00pm operator on site

10:00pm-8:00am no-operator

no alignment control and auto lock system

60%前後のduty cycle

total lock time 86 hours

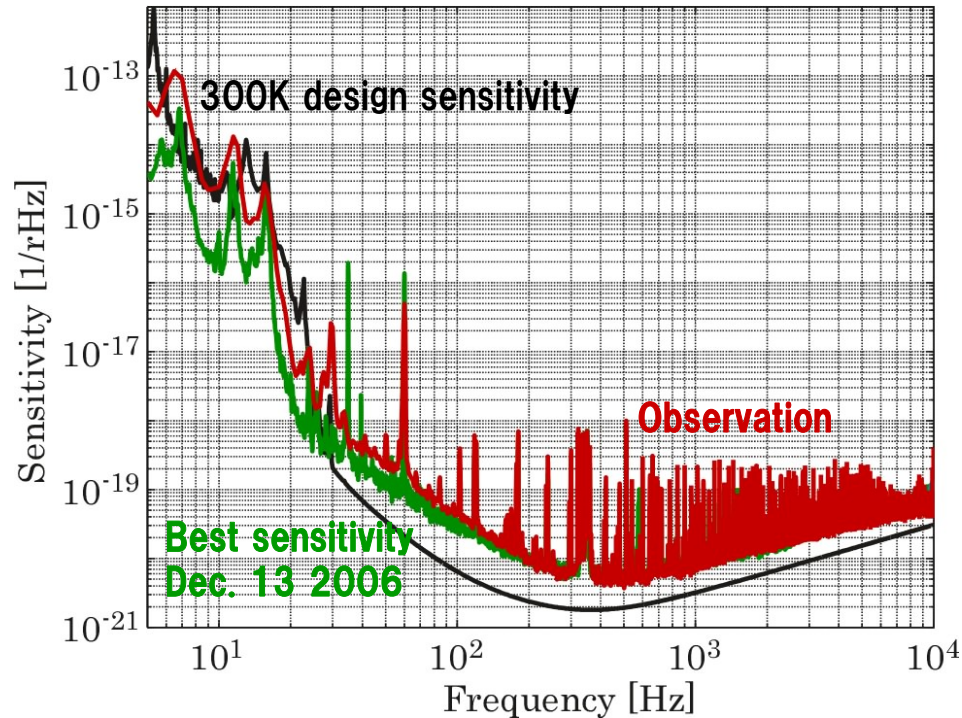
2. CLIO

First observation

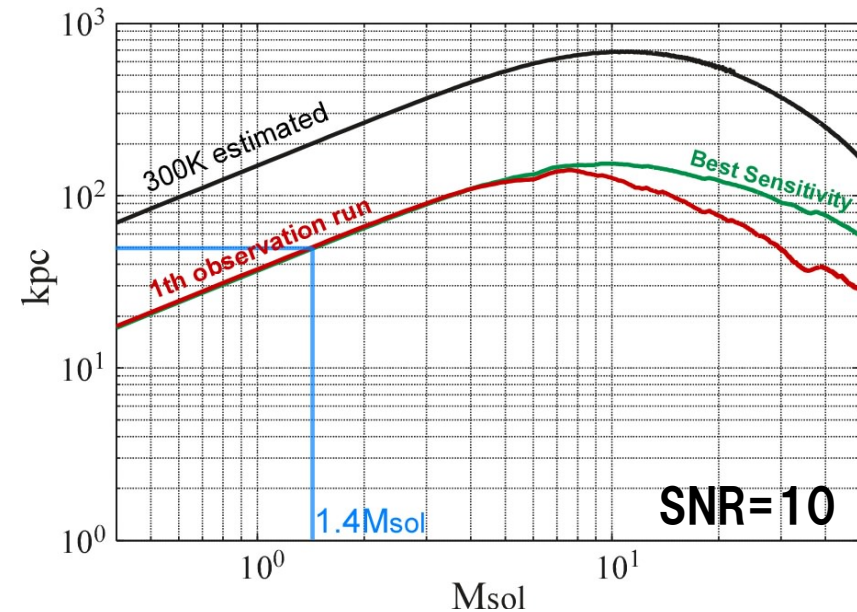
最初の観測運転

常温観測 2007年2月12-18日

Sensitivity



Observable distance for inspiraling compact binaries

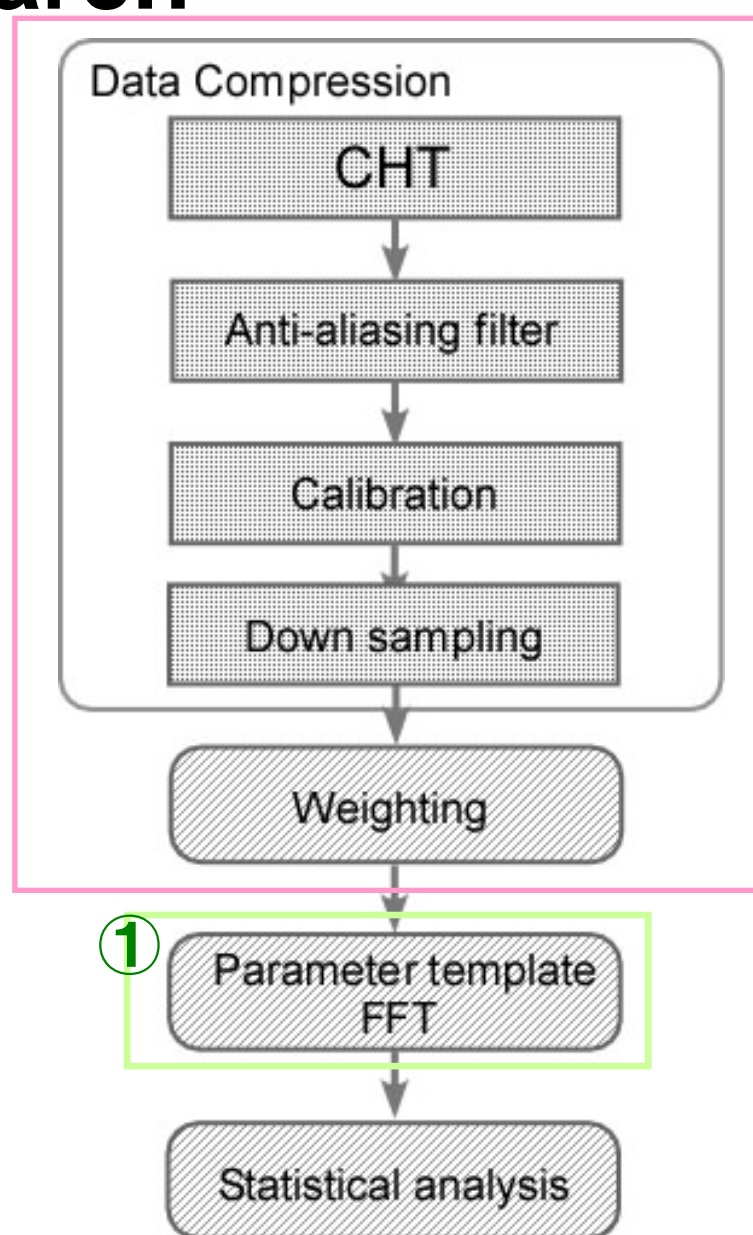


49.5kpc@1.4Msol

Pulsar search

3 Pulsar search

Analysis flow



実際のデータを扱う際に
必要な処理

3.2 Data conditioning

3.1 Matched filtering

3.1 Matched filtering

解析手法 **Matched Filtering** → 既知の波形に対して最適なフィルタ
(最大S/Nフィルタ)

原理

干渉計からの信号

$$o(t) = h(t) + n(t)$$

$h(t)$: gravitational wave

$n(t)$: noise

Filter output

$$c(t) = (o \circ q)(t)$$

$q(t)$: impulse response of ideal filter
(waveform)

$$= \int_{-\infty}^{\infty} o(t') q(t+t') dt'$$

\tilde{o}, \tilde{q} : Fourier transform

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{o}(f) \tilde{q}^*(f) e^{2\pi i f t} df$$

Noiseをガウシアンと仮定

Signal to noise ratio

$$\left(\frac{S}{N}(t) \right)^2 = \frac{\langle c(t) \rangle^2}{\langle (c(t) - \langle c(t) \rangle)^2 \rangle} = \frac{((h \circ q)(t))^2}{\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} S(f) |\tilde{q}(f)|^2 df \right\}}$$

S/Nを最大にするには

$S(f)$: power spectral density

$q(t+t')$ が $t=0$ で $h(t')$ と同じ波形であるフィルタを使えばよい

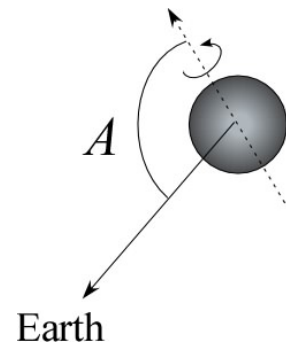
3.1 Matched filtering

Matched Filtering

known pulsar search には waveform が重要

地上に到着する信号 $h_+(t)F_+(t) + h_\times(t)F_\times(t)$

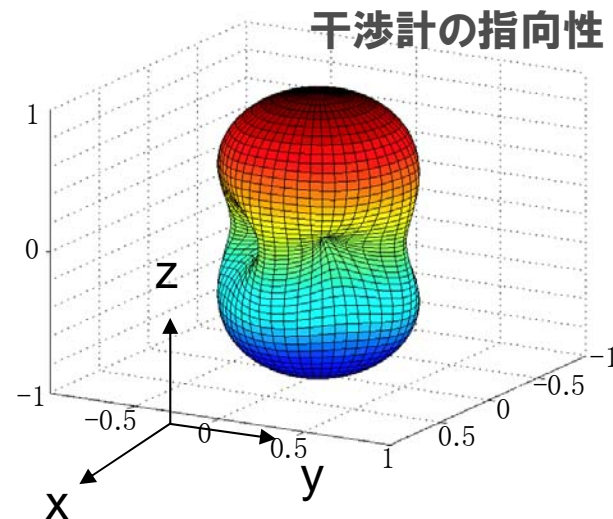
$$\left\{ \begin{array}{l} h_+(t) = h_0(1 + \cos^2 A) \cos 2\Psi(t) \\ h_\times(t) = 2h_0 \cos A \sin 2\Psi(t) \\ h_0 = \frac{16G\varepsilon I_{zz} v^2}{c^4 r} \\ F_+(t), F_\times(t) \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{phase evolution} \\ \text{周波数情報} \\ \text{Pulsar timing} \\ \text{各モードに対するアンテナパターン} \end{array}$$



正確なWaveformを作るには

Antenna pattern
Phase evolution
{ Pulsar information
Pulsar timing

が重要



3.1 Matched filtering

Antenna pattern
Phase evolution
{ Pulsar information
Pulsar timing

Antenna pattern パルサーの座標系から地上の検出器への座標変換が必要

$$h_+(t) + h_\times(t) \rightarrow h_+(t)F_+(t) + h_\times(t)F_\times(t)$$

P.R.D 58 063001 (1998)

$$F_+(t) = \sin \xi (a(t) \cos 2\psi + b(t) \sin 2\psi)$$

$$F_\times(t) = \sin \xi (b(t) \cos 2\psi - a(t) \sin 2\psi)$$

ψ Polarization angle

ξ Angle between the interferometer arms

$S_+(t), S_\times(t)$ を用いてさらに簡単に書き直すと

$$h_+(t)F_+(t) + h_\times(t)F_\times(t) = S_+ \cos 2\Psi(t) + S_\times \sin 2\Psi(t)$$

$$S_+ = \frac{1}{2} h_0 \sin \xi (1 + \cos^2 A) (a(t) \cos 2\psi + b(t) \sin 2\psi)$$

$$S_\times = h_0 \sin \xi \cos A (-a(t) \sin 2\psi + b(t) \cos 2\psi)$$

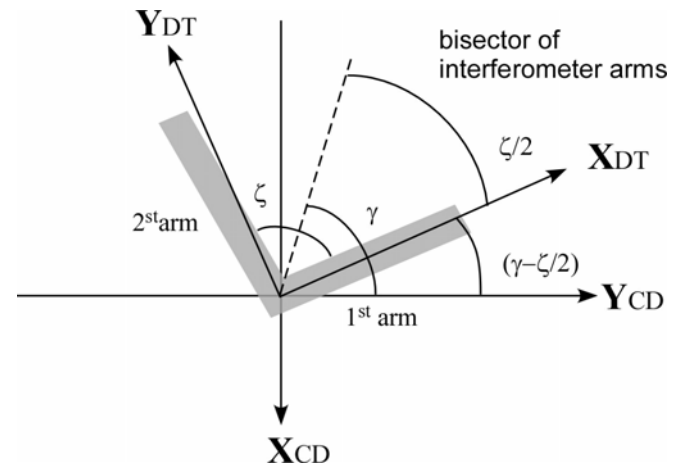
3.1 Matched filtering

Antenna pattern
Phase evolution
Pulsar information
Pulsar timing

Antenna pattern

$$\begin{aligned}
 a(t) &= \frac{1}{16} \sin 2\gamma (3 - \cos 2\lambda) (3 - \cos \delta) \cos \{2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)\} - \frac{1}{4} \cos 2\gamma \sin \lambda (3 - \cos 2\delta) \sin \{2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)\} \\
 &\quad + \frac{1}{4} \sin 2\gamma \sin 2\lambda \cos(\alpha - \phi_r - \Omega_r t) - \frac{1}{2} \cos 2\gamma \cos \lambda \sin 2\delta \sin(\alpha - \phi_r - \Omega_r t) + \frac{3}{4} \sin 2\gamma \cos^2 \lambda \cos^2 \delta \\
 b(t) &= \cos 2\gamma \sin \lambda \sin \delta \cos \{2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)\} - \frac{1}{4} \sin 2\gamma (3 - \cos 2\lambda) \sin \delta \sin \{2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)\} \\
 &\quad + \cos 2\gamma \cos \lambda \cos \delta \cos(\alpha - \phi_r - \Omega_r t) + \frac{1}{2} \sin 2\gamma \sin 2\lambda \cos \delta \sin(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)
 \end{aligned}$$

- α Right ascension of the source
- δ Declination of the source
- λ Latitude of the detector's site
- Ω_r Rotational angular velocity of the Earth
- ϕ_r Deterministic phase
- γ Measured counterclockwise from the East to the bisector of the interferometer arms



3.1 Matched filtering

Antenna pattern
Phase evolution
{ Pulsar information
Pulsar timing

Antenna pattern パルサーの座標系から地上の検出器への座標変換が必要

$$h_+(t) + h_\times(t) \rightarrow h_+(t)F_+(t) + h_\times(t)F_\times(t)$$

P.R.D 58 063001 (1998)

$$F_+(t) = \sin \xi (a(t) \cos 2\psi + b(t) \sin 2\psi)$$

$$F_\times(t) = \sin \xi (b(t) \cos 2\psi - a(t) \sin 2\psi)$$

ψ Polarization angle

ξ Angle between the interferometer arms

$S_+(t), S_\times(t)$ を用いてさらに簡単に書き直すと

$$h_+(t)F_+(t) + h_\times(t)F_\times(t) = S_+ \cos 2\Psi(t) + S_\times \sin 2\Psi(t)$$

$$S_+ = \frac{1}{2} h_0 \sin \xi (1 + \cos^2 A) (a(t) \cos 2\psi + b(t) \sin 2\psi)$$

$$S_\times = h_0 \sin \xi \cos A (-a(t) \sin 2\psi + b(t) \cos 2\psi)$$

3.1 Matched filtering

Antenna pattern
Phase evolution
{ Pulsar information
Pulsar timing

Phase evolution of signal

$$\Psi(T) = \Psi_0 + 2\pi \left\{ \nu_0 (T - t_0) + \frac{1}{2} \dot{\nu}_0 (T - t_0)^2 + \frac{1}{6} \ddot{\nu}_0 (T - t_0)^3 + \dots \right\}$$

{ Pulsar timing
Pulsar information

T pulsar proper time
 t_0 initial time
 ν_0 spin frequency
 $\dot{\nu}_0$ first time derivative
 $\ddot{\nu}_0$ second time derivative
 Ψ_0 initial phase of signal

Pulsar timing 重力波は到達までにDoppler, time delay, relativistic effectsを受ける

$$t_b = t + \delta t = t + \frac{\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{c} + \Delta_E + \Delta_S$$

Philos. Trans. R. Soc. London A341 117

t_b arrival time at the solar system barycentric (SSB)
 t observer coordinated time
 \mathbf{r} position of the detector with respect with the SSB
 $\hat{\mathbf{n}}$ a unit vector pointing to the pulsar

Δ_E Einstein relativistic delay $\sim 1.7 \text{ msec}$ *Cel. Mechanics* 23 p33 & p57

観測者の時間座標とSSBの時間座標が異なるために生じる時間差

Δ_S Shapiro delay $\sim 5 \mu \text{ sec}$ *P.R.L.* 13 798

光が重力場を移動することによって生じる時間遅れ

Doppler shift ($\sim 100 \text{ sec}$) の項と比較すると、
十分小さいとしてShapiro delay, Einstein delayの項を無視する。

3.1 Matched filtering

Antenna pattern
Phase evolution
Pulsar information
Pulsar timing

Phase evolution of signal

Pulsar timing

$$t_b = t + \delta t = t + \frac{\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{c} + \Delta_E + \Delta_S$$

Detector position vector respect with the SSB

Doppler 項

$$\mathbf{r} = R_{ES} \begin{pmatrix} \cos(\phi_0 + \Omega_0 t) \\ \sin(\phi_0 + \Omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix} + R_{ED} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos E & \sin E \\ 0 & -\sin E & \cos E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \lambda \cos(\phi_r + \Omega_r t) \\ \cos \lambda \sin(\phi_r + \Omega_r t) \\ \sin \lambda \end{pmatrix}$$

Unit vector pointing the pulsar in the SSB frame

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos E & \sin E \\ 0 & -\sin E & \cos E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{pmatrix}$$

E angle between the ecliptic and the Earth's equatorial plane

R_{ES} distance from the SSB to the Earth center

R_{ED} distance from the Earth center to the detector

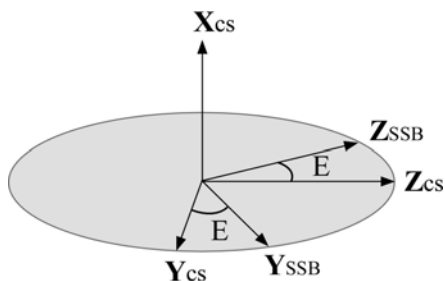
ϕ_0 deterministic phase for the Earth's orbital motion

Ω_0 orbital angular velocity of the Earth

ϕ_r deterministic phase for Earth's diurnal motion

Ω_r rotation angular velocity of the Earth

λ latitude of the detector's site



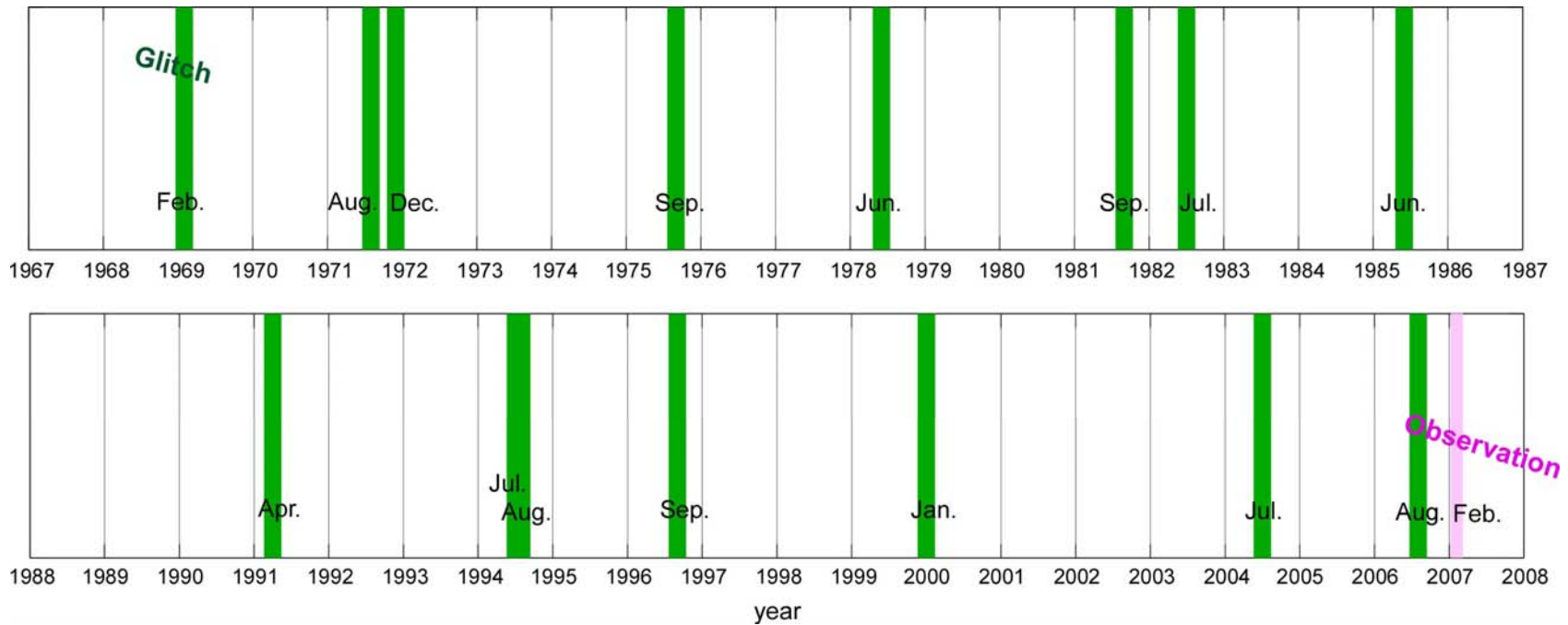
Doppler shift 項であるは <http://ssd.jpl.nasa.gov/> より information を取得

3.1 Matched filtering

Antenna pattern
Phase evolution
Pulsar information
Pulsar timing

PSR J0835-4510 (Vela) information

young pulsar 1968年に観測されて以来、16回のGlitchを観測 (ATNF)



Glitchは急激な周波数変化 → Glitch後はspin frequencyが変化

Glitch後のspin frequencyが必要になる

3.1 Matched filtering

Antenna pattern
Phase evolution
{ Pulsar information
Pulsar timing

PSR J0835-4510 (Vela) information

ATNF young pulsar timing groupより

	observation value	uncertainty
ν_0 [Hz]	11.1912976292214275 (MJD54083)	0.000000015771848
$\dot{\nu}_0$ [Hz/s]	-1.56437656769e-11 (MJD54109~54176)	6.594934679981e-16
$\ddot{\nu}_0$ [Hz/s ²]	2.01035e-21 (MJD54109~54176)	1.2704e-22

Glitchがないときに成り立つ

周波数時間変化の式 $\nu(t) = \nu_0 + \dot{\nu}_0(t - t_0) + \ddot{\nu}_0(t - t_0)^2 / 2$

MDJ5413.5 (観測時) ν_0 11.19121723555 Hz

を解析の初期spin frequencyとして用いた

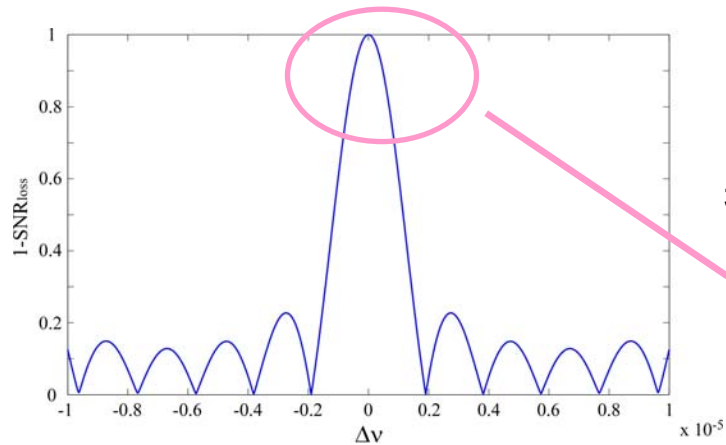
周波数時間変化の式を用いたことによるuncertaintyの伝播 $5.1e-9$

周波数のuncertaintyと比較すると問題ない

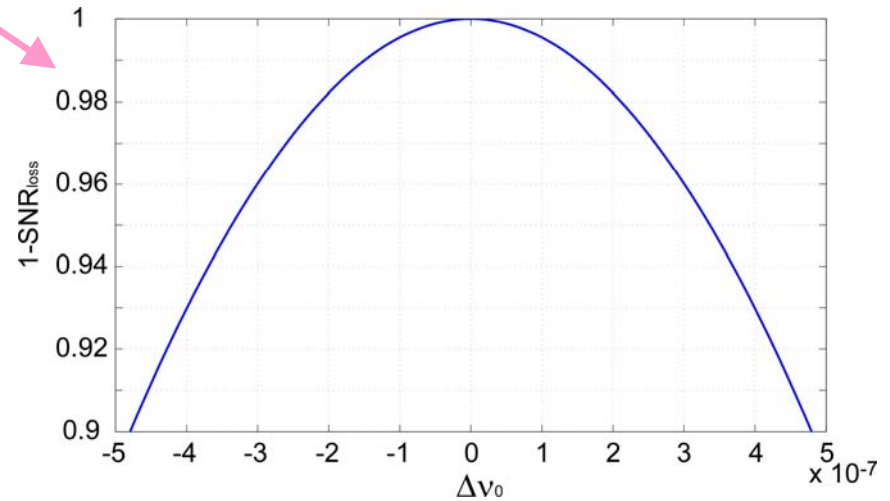
3.1 Matched filtering

Frequency information に対してのSNのロスの考察

用いた周波数精度はどれくらい必要か？



拡大



Uncertainty 1.5×10^{-8} よりSNロスは1%未満

3.1 Matched filtering

Matched Filtering

地上に到着する信号 $h(t) = h_+(t) + h_-(t) = S_+ \cos 2\Psi(t) + S_- \sin 2\Psi(t)$ を変換

$$\longrightarrow h = \sqrt{S_+^2 + S_-^2} \exp\{i(\Psi(t) + \phi)\}$$

$$\Psi(t) = \Psi_0 + 2\pi \left\{ \nu_0(t-t_0) + \frac{1}{2} \dot{\nu}_0(t-t_0)^2 + \frac{1}{6} \ddot{\nu}_0(t-t_0)^3 + \dots \right\}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{S_+}{S_-} \right)$$

$$\longrightarrow h = \sqrt{S_+^2 + S_-^2} \exp\{i(\Psi'(t) + \phi)\} \times \exp\{i2\pi\nu_0(t-t_0)\}$$

$$\Psi'(t) = \Psi_0 + 2\pi \left\{ \frac{1}{2} \dot{\nu}_0(t-t_0)^2 + \frac{1}{6} \ddot{\nu}_0(t-t_0)^3 + \dots \right\}$$

Matched filtering の式

$$|c(t)| = |(o \circ q)(t)| = \left| \int_0^T o(t) \sqrt{S_+^2 + S_-^2} \exp\{-i(\Psi'(t) + \phi)\} \times \exp(-i2\pi\nu_0 t) dt \right|$$

$$o'(t) \equiv o(t) \sqrt{S_+^2 + S_-^2} \exp\{-i(\Psi'(t) + \phi)\} \quad \text{と置くと}$$

$$\longrightarrow |c(t)| = \left| \int_0^T o'(t) \exp(-i2\pi\nu_0 t) dt \right|$$

となり $o'(t)$ のフーリエ変換となる

計算時間の短縮

3.1 Matched filtering

Matched Filtering

Parameters

α : 08h 35m 20.61149s	Right ascension of the source
δ : -45d 10m 34.8751s	Declination of the source
λ : 36.25° N	Polarization angle
ϕ_r : 9h 26m 40.4s (MJD : 54144)	Deterministic phase
Ω_r : $2\pi/(0.9973 \times 24 \times 3600)$	Rotation angular velocity of the Earth
γ : 135°	Measured counterwise from East to the bisector of interferometer arms
ξ : 90°	Angle between interferometer arms

unknown parameters

$A = [0, \pi]$: Inclination angle
 $\psi = [-\pi/4, \pi/4]$: Polarization angle

Unknownなパラメータにより実際の波形とずれてしまう可能性がある

3.1 Matched filtering

Matched Filtering

S/Nロス 波形の位相のずれによるSNロスを考える

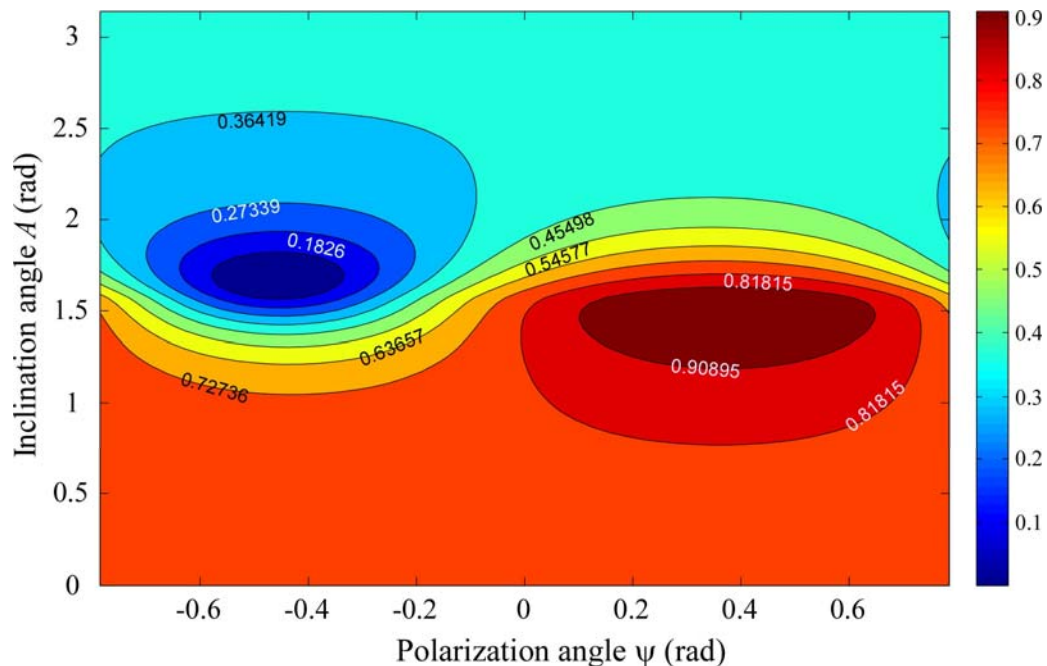
$$h = \sqrt{S_+^2 + S_\times^2} \sin(\Psi(t) + \phi)$$

$$\phi(A, \psi) = \tan^{-1}\left(\frac{S_+}{S_\times}\right)$$

$$S_+ = \frac{1}{2} h_0 \sin \xi (1 + \cos^2 A) (a(t) \cos 2\psi + b(t) \sin 2\psi)$$

$$S_\times = h_0 \sin \xi \cos A (-a(t) \sin 2\psi + b(t) \cos 2\psi)$$

$\left\{ \begin{array}{l} A = 31/64\pi \\ \psi = \pi/8 \end{array} \right.$ のシグナルのときのSN取得率

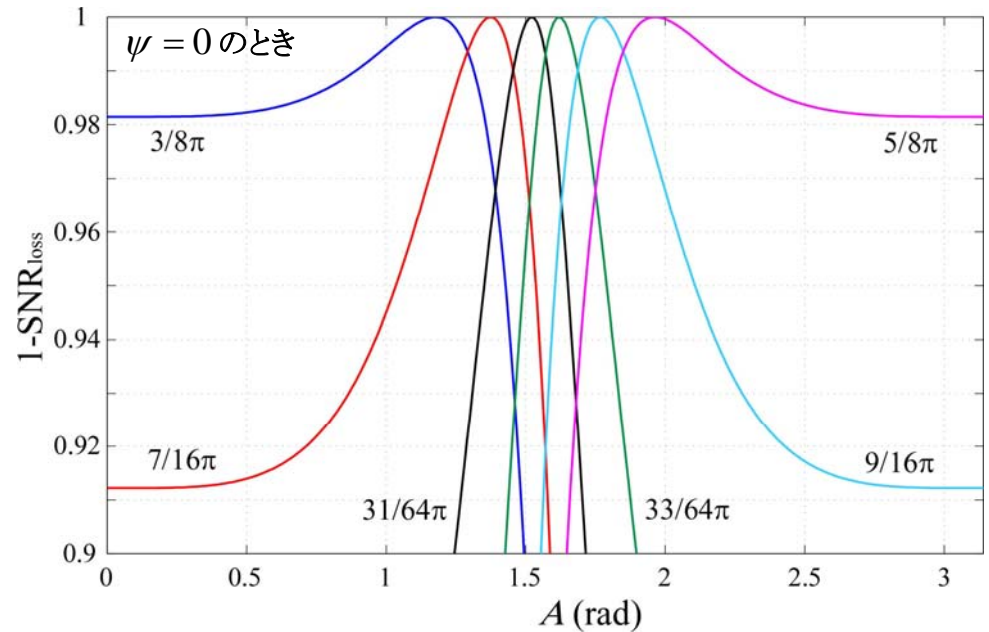


3.1 Matched filtering

Matched Filtering

A についてのSNロス

お互いに A と ψ が関係。
まず $\psi = 0$ として A についての
templateを決定



2%以内のロスでパラメータtemplateをとる

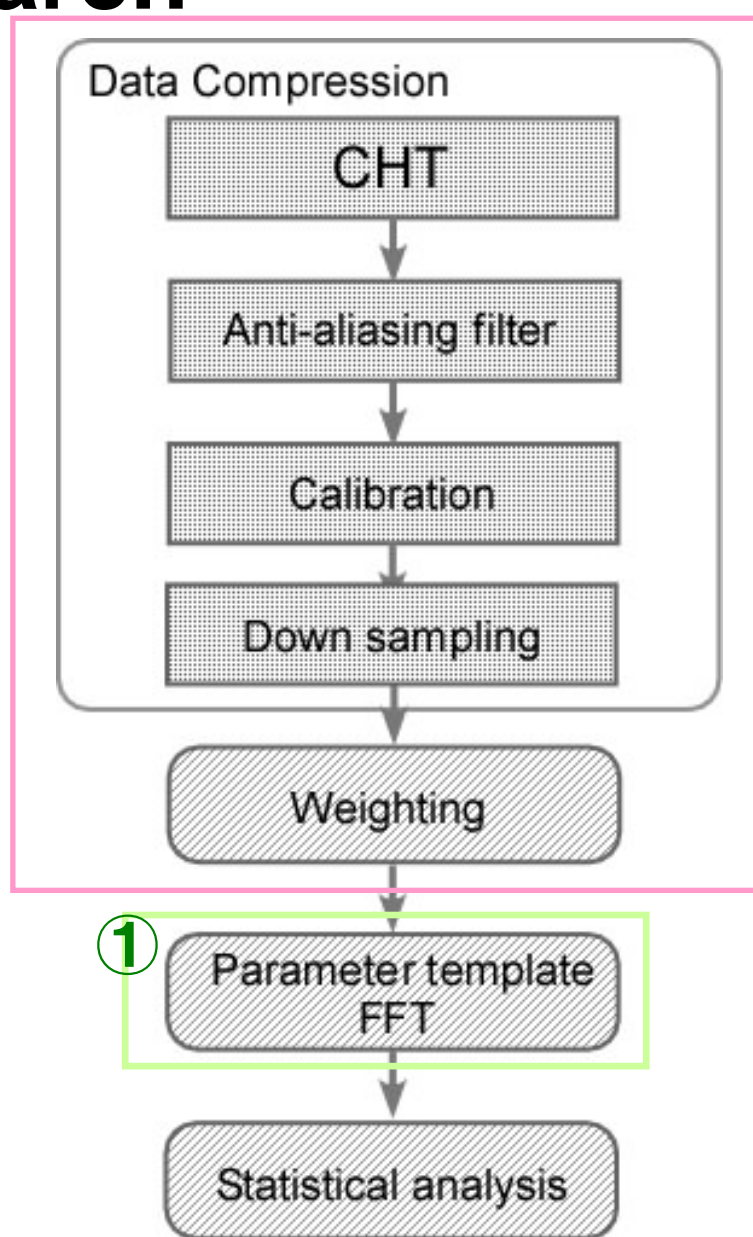
$$A \quad \frac{3}{8}\pi, \frac{7}{16}\pi, \frac{31}{64}\pi, \frac{33}{64}\pi, \frac{9}{16}\pi, \frac{5}{8}\pi$$

$$\psi \quad -\frac{\pi}{4} \sim \frac{\pi}{4} \text{ を } \frac{\pi}{32} \text{ ごとに分割した17parameters}$$

計102個のparameter templates

3 Pulsar search

Analysis flow



②

実際のデータを扱う際に
必要な処理

3.2 Data conditioning

①

3.1 Matched filtering

3.2 Data conditioning

Real dataに生じる問題点

データ量に関する問題点 (長時間積分の問題点)

微弱なパルサーからの重力波を検出するには長時間積分が必要

干渉計データのサンプリング ～数10kHz → 膨大なデータ量

計算時間を少なくするために **Data compression**が必要

データの質に関する問題点

実際の干渉計データを扱い際の問題点

Non Gaussian noise を含む
Noise level の変化 → SNの悪化

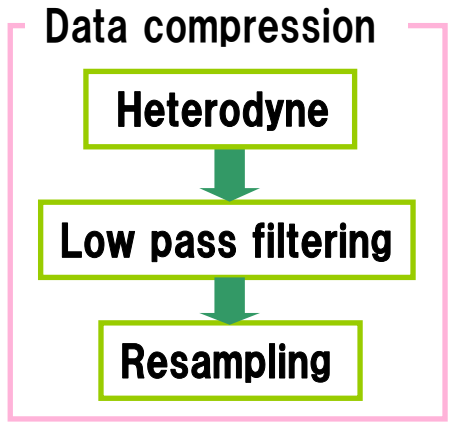
SNの悪化を防ぐために **Data conditioning** が必要

3.2 Data conditioning

Data compression

Heterodyne methodを用いてdown samplingを行う

Heterodyne Data with signal frequency band \longrightarrow DC



Complex heterodyne *P.R.D 47 8*

$$\cos(\omega_s t + \phi_{sig}) \times \exp\{-i(\omega_m t)\} = \frac{1}{2} \left(\exp\{-i(\omega_m t - \omega_s t + \phi_{sig})\} + \exp\{-i(\omega_m t + \omega_s t - \phi_{sig})\} \right)$$

Signal

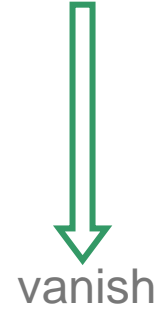
heterodyne signal



DC

Low pass filter

Resampling

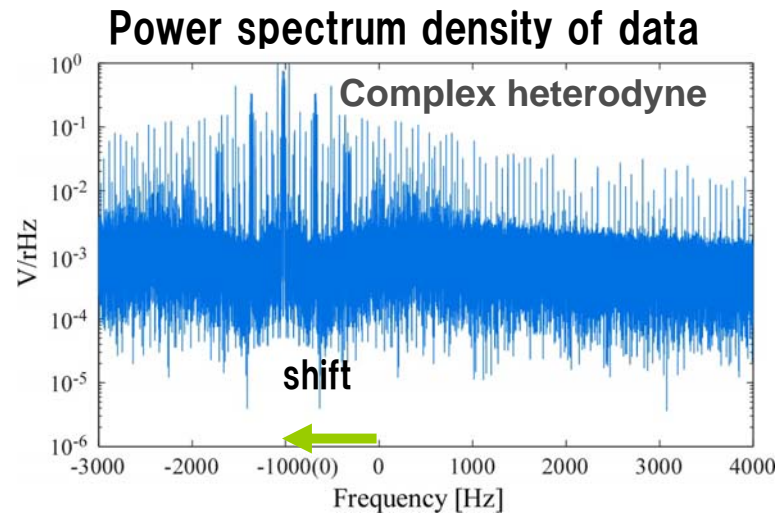
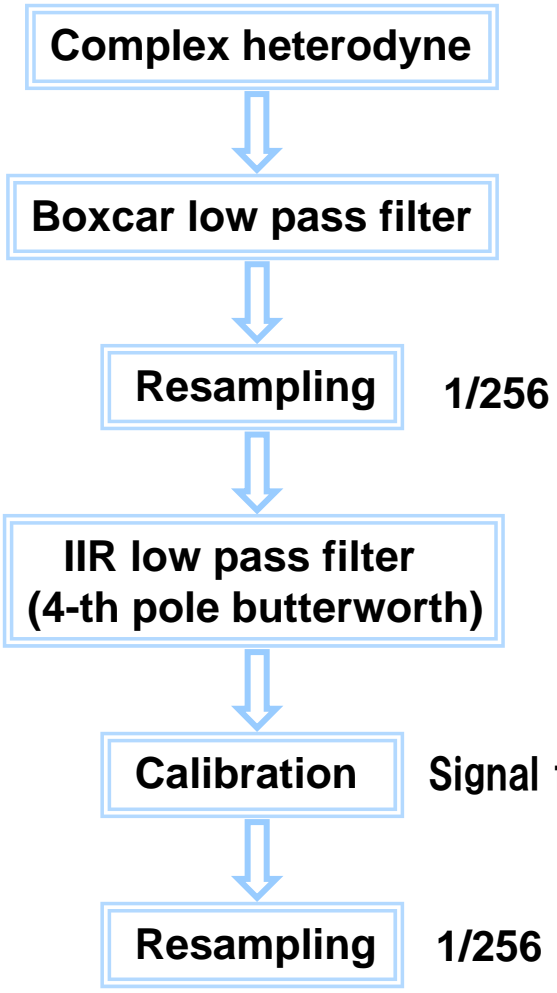


- ω_m heterodyne frequency
- ω_s signal frequency
- ϕ_{sig} initial phase of signal

Compressed data

3.2 Data conditioning

Data compression



Signal frequency f_0 の calibration factor をかける

Sampling frequency 65536Hz → 1Hz

3.2 Data conditioning

Real dataに生じる問題点

① データ量に関する問題点 (長時間積分の問題点)

微弱なパルサーからの重力波を検出するには長時間積分が必要

干渉計データのサンプリング ～数10kHz → 膨大なデータ量

計算時間を少なくするために **Data compression**が必要

② データの質に関する問題点

実際の干渉計データを扱い際の問題点

Non Gaussian noise を含む
Noise level の変化 → SNの悪化

SNの悪化を防ぐために **Data conditioning** が必要

3.2 Data conditioning

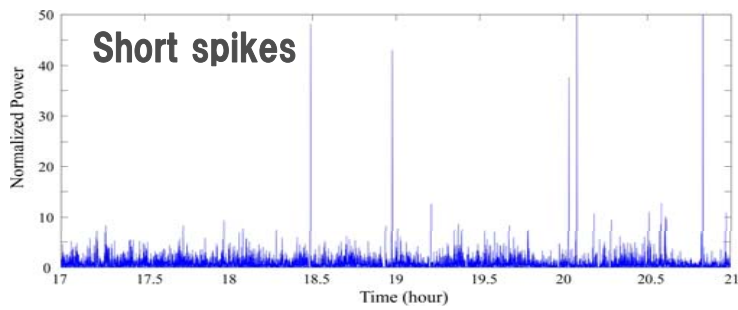
window function

データの質を低下させる原因

Short spikes W_1 急激な外乱で鏡が揺らされることによるtransient なノイズ

Out of lock W_2 干渉計が観測できる状態 (lock) から外れている状態

Over range W_3 Analog-to-digital converterのレンジを越えた状態

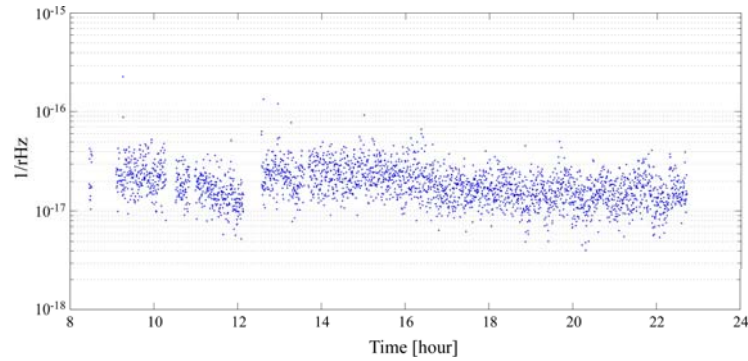


→ 上記の区間を 0 とする window function を生成。 $W' = W_1 \times W_2 \times W_3$

ノイズレベルの変化

干渉計のドリフトなどによるノイズレベルの変化

長時間積分においてノイズレベルが高いところが S/N の低下に影響する



→ S/N が高いところが効くように全体をノイズを重み付け

3.2 Data conditioning

window function

window functionの補正 window functionによって、もとのデータの振幅とは異なってしまふ

信号 $D \exp(i\omega t)$ と window functionの積のスペクトルは window functionの heterodyne 操作と同じ。

→ 周波数を $2\pi\omega$ シフトし、振幅 D 倍したものの

信号の振幅スペクトルは $D\sqrt{T_{\text{obs}}}$ のデルタ関数より

補正因子

$$C = \left(\frac{S_w(0)}{\sqrt{T_{\text{obs}}}} \right)^{-1}$$

$S_w(f)$ window functionのスペクトル
 T_{obs} データ時間

$W(t)$ のフーリエ変換

$$\tilde{W}\left(\frac{T_{\text{obs}}}{M} \hat{k}\right) = \frac{T}{M} \sum_{k=0}^{M-1} W\left(\frac{k}{M} T_{\text{obs}}\right) \exp\left(-i2\pi \frac{k\hat{k}}{M}\right) \quad \left(\hat{k} = -\frac{M}{2}, -\frac{M}{2} + 1, \dots, \frac{M}{2}\right)$$

振幅スペクトルの定義より

$$S_w(0) = \sqrt{\frac{(\tilde{W}(0))^2}{T_{\text{obs}}}}$$

$$= \frac{\tilde{W}(0)}{\sqrt{T_{\text{obs}}}} = \sqrt{T_{\text{obs}}} \bar{W}$$

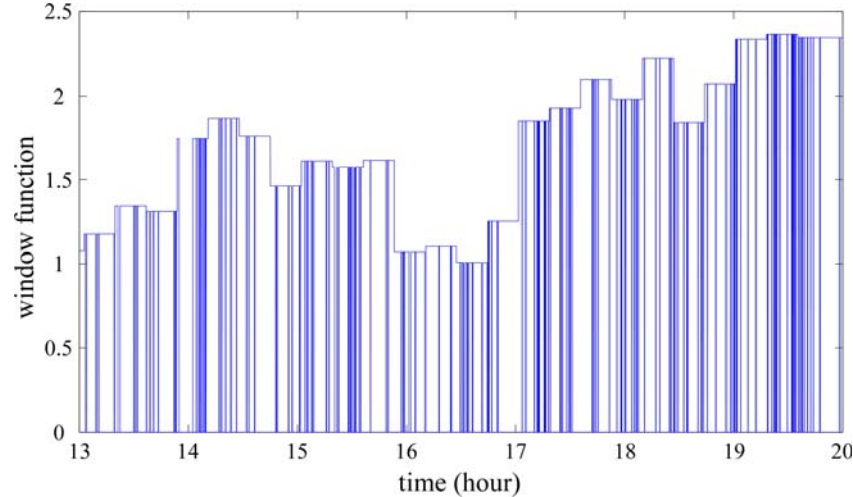
→ $C = \left(\frac{S_w(0)}{\sqrt{T_{\text{obs}}}} \right)^{-1} = \frac{1}{\bar{W}}$

window functionの平均の逆数

3.2 Data conditioning

window function

Weighted window functionの例



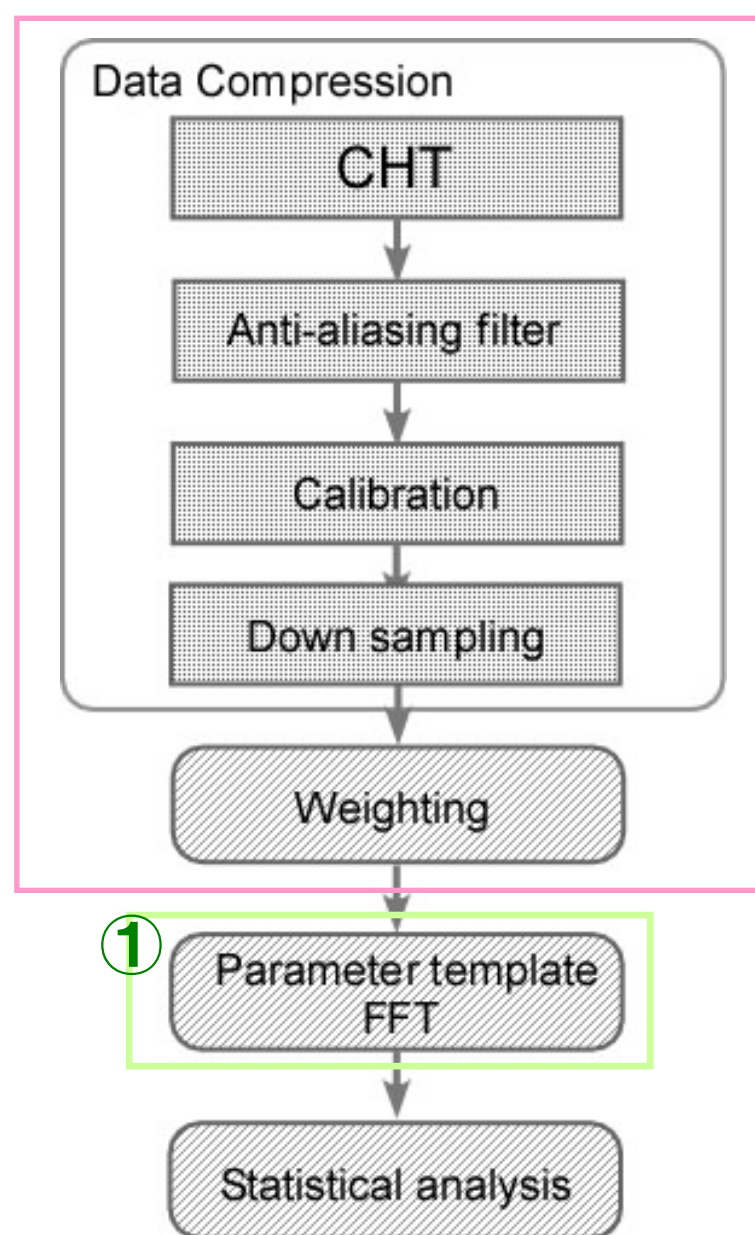
Window function による除去率

Date	short spikes	over rage
Feb. 12	10.1 %	3.6 %
Feb. 13	9.9 %	4.8 %
Feb. 14	12.8 %	3.6 %
Feb. 15	15.5 %	55.4 %
Feb. 16	5.8 %	51.1 %
Feb. 17	12.2 %	8.1 %
Feb. 18	10.3 %	10.3 %

Results

4 Results

Analysis flow



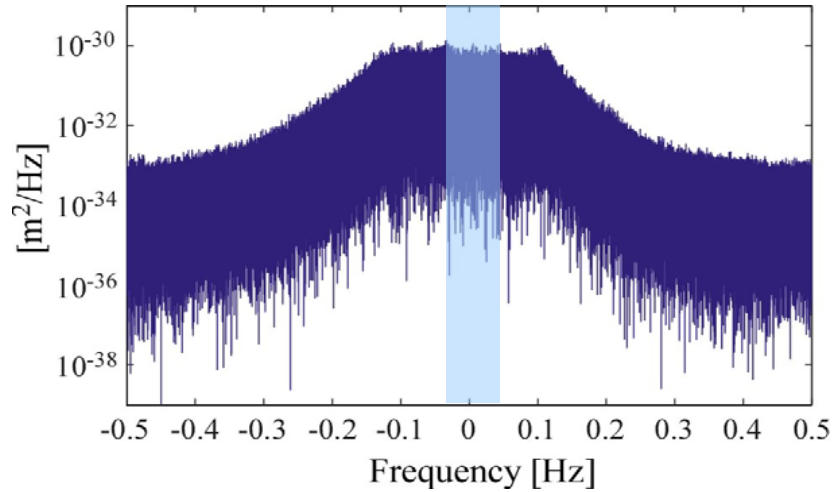
②

実際のデータを扱う際に
必要な処理

①

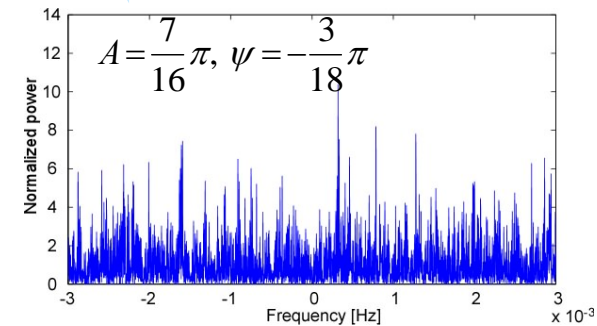
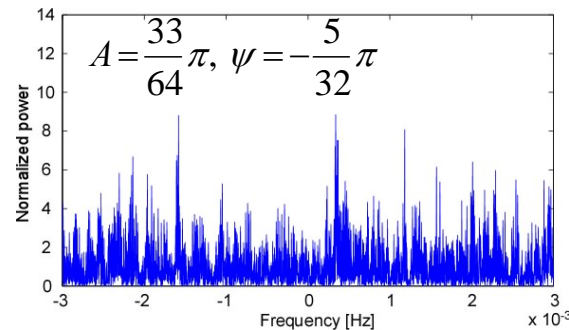
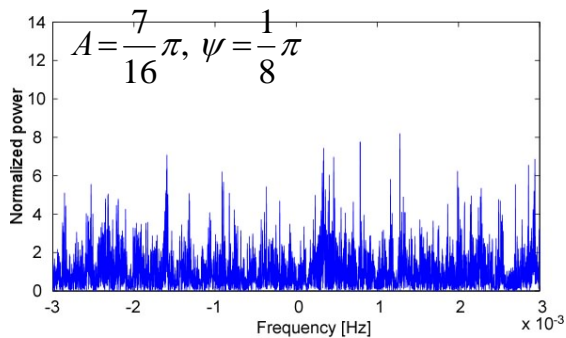
4 Results

Spectrum of all data



102 parameter templates

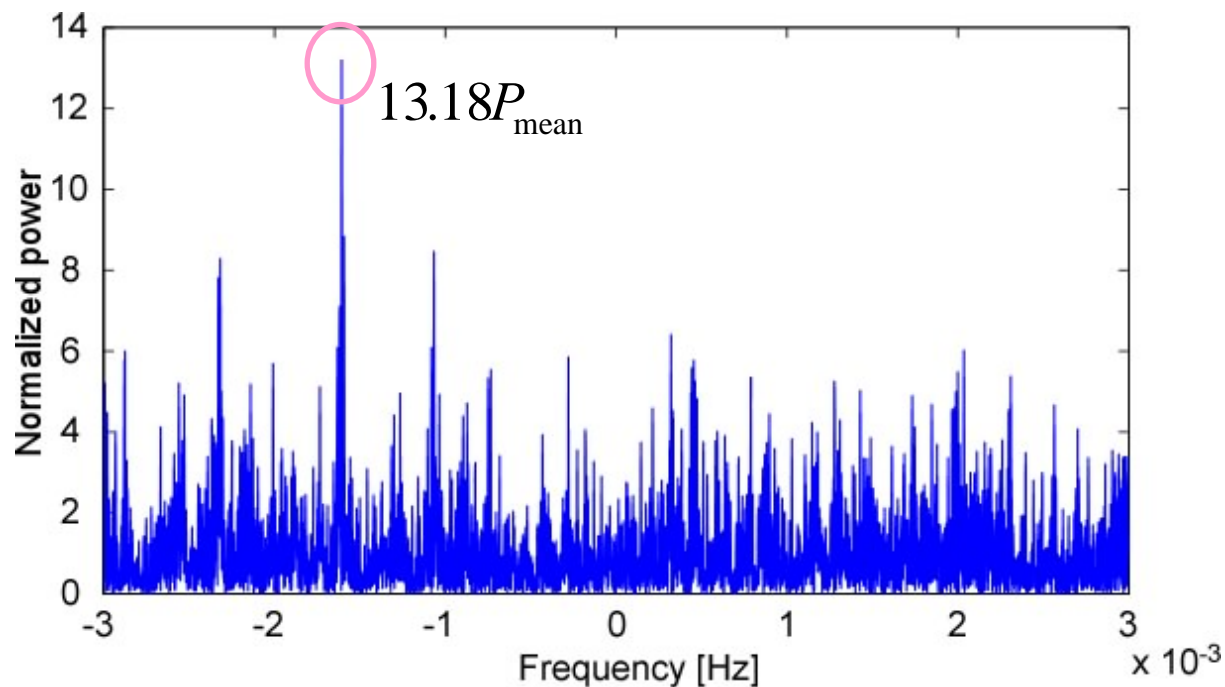
analysis frequency range $-0.003 \sim 0.003$ Hz



4 Results

最大power を含むspectrum

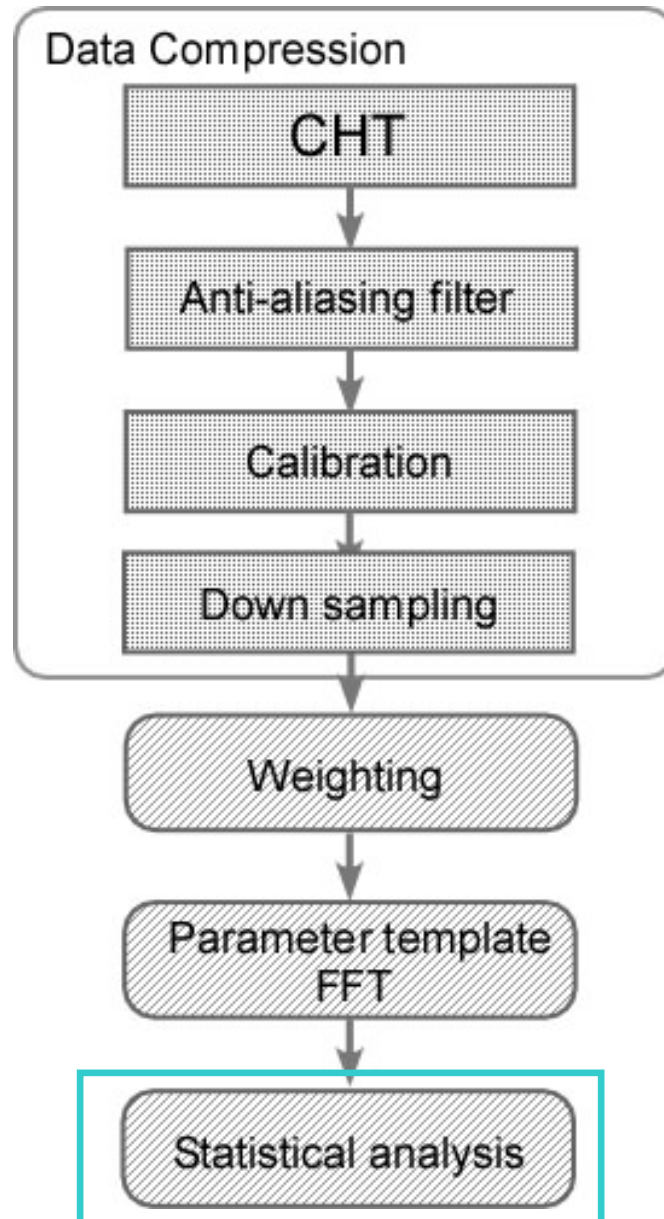
$$A = \frac{31}{64}\pi, \psi = \frac{1}{4}\pi \text{ のとき}$$



-0.0016069 Hz

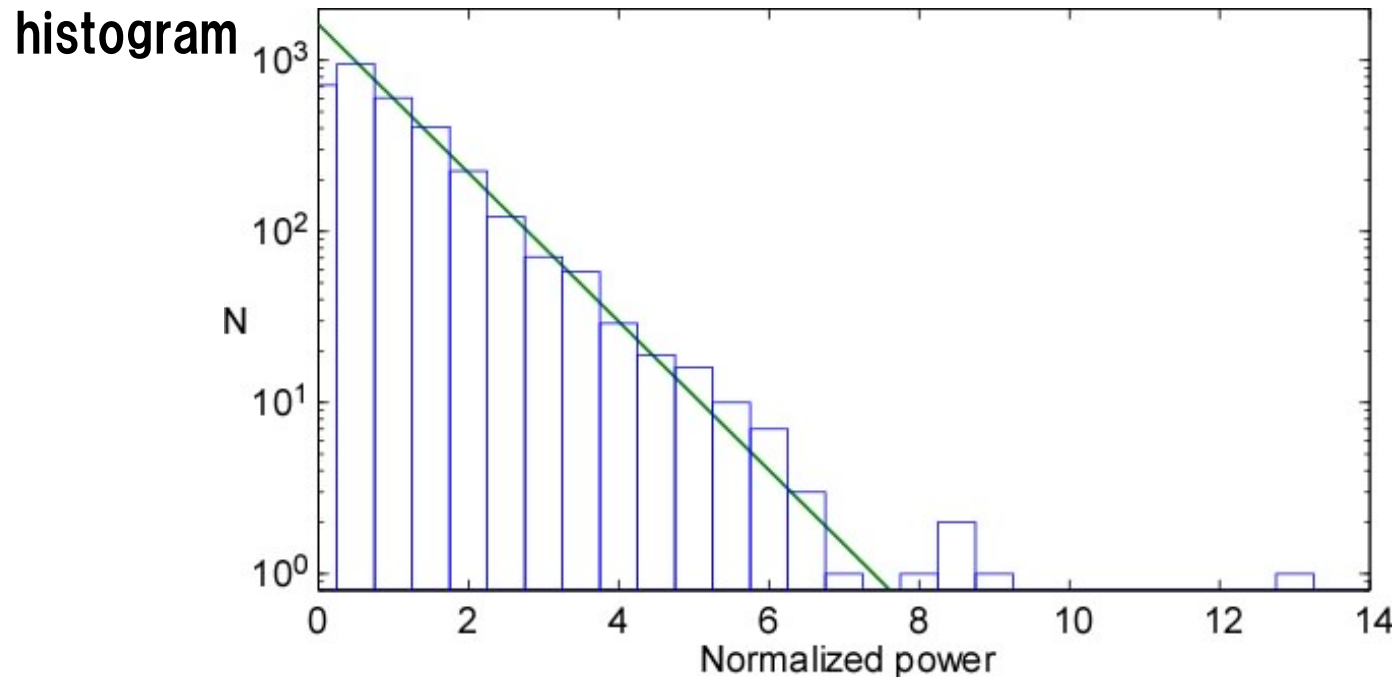
4 Results

Analysis flow



4 Results

Statistic analysis



histogram of power spectrum follows

$$f(P) = \frac{N \times \omega_{\text{bin}}}{P_{\text{mean}}} \exp\left(-\frac{P}{P_{\text{mean}}}\right)$$

P_{mean} : mean power

ω_{bin} : bin width of histogram

N : the number of power spectrum bin

$$P_{\text{mean}} = 9.58 \times 10^{-31} \text{ [m}^2/\text{Hz]}$$

$$\omega_{\text{bin}} = 4.8 \times 10^{-31}$$

$$N = 3245$$

4 Results

Statistic analysis

最大パワーイベントのsignal frequencyは-0.0016069 Hz より、
このイベントはbackground noiseであると考えられる

このときの**上限値**は

$$h_{\text{U.L.}} = \frac{\sqrt{P_{\text{T}}[\text{m}^2/\text{Hz}] \times \Delta\nu}}{L} = 4.8 \times 10^{-20}$$

$\Delta\nu$: 周波数分解能
 L : 干渉計の腕の長さ

対応する**false alarm rate**

P_{max} を越えるデータ点数の期待値 $\mu_e = N \times \exp\left(-\frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{mean}}}\right) = 0.006$

Poisson分布と仮定

P_{max} を越えない確率 $\exp(-\mu_e) = 0.9939$

 0.6%

systematic error

calibration errorを10%と仮定 $h_{\text{U.L.}} = 5.3 \times 10^{-20}$

4 Results

Moment of inertia - ellipticity plane

楕円率 $\varepsilon \cong 0.237 \frac{h_{\text{U.L.}}}{10^{-24}} \frac{r}{1\text{kpc}} \frac{1\text{Hz}^2}{\nu^2} \frac{10^{38}\text{kgm}^2}{I_{zz}} = 29$

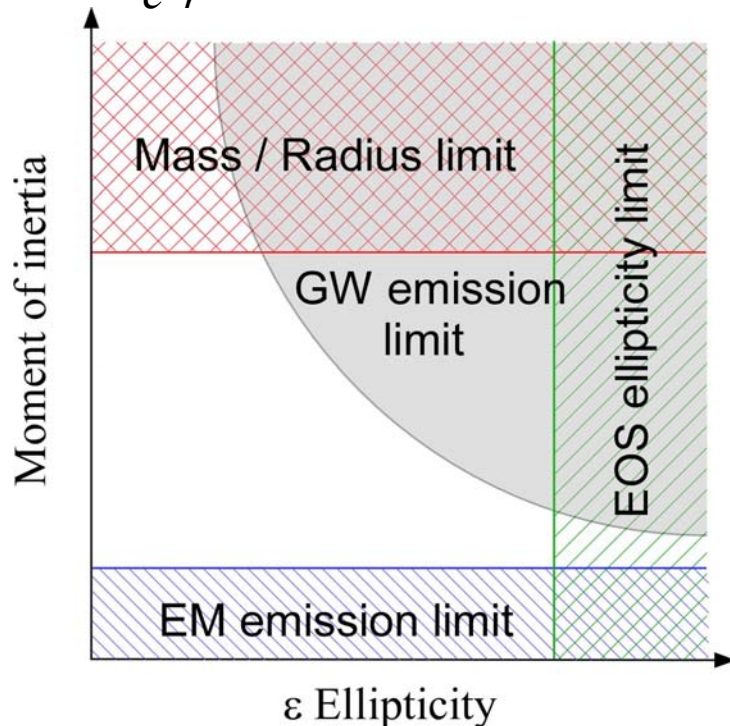
ν : 11.19Hz

r : 290pc

I_{zz} : 10^{38}kgm^2

Neutron starの I_{zz} と ε は既知の値ではない

$h = \frac{4G\Omega^2}{c^4 r} \varepsilon I_{zz}$ より neutron star の moment of Inertia と ellipticity に制限が付けられる



$$I_{zz} = \frac{c^4 r h}{4G\Omega^2 \varepsilon}$$

Mass/Radius limit
EOS elasticity limit

EOSから得られる

EM emission limit

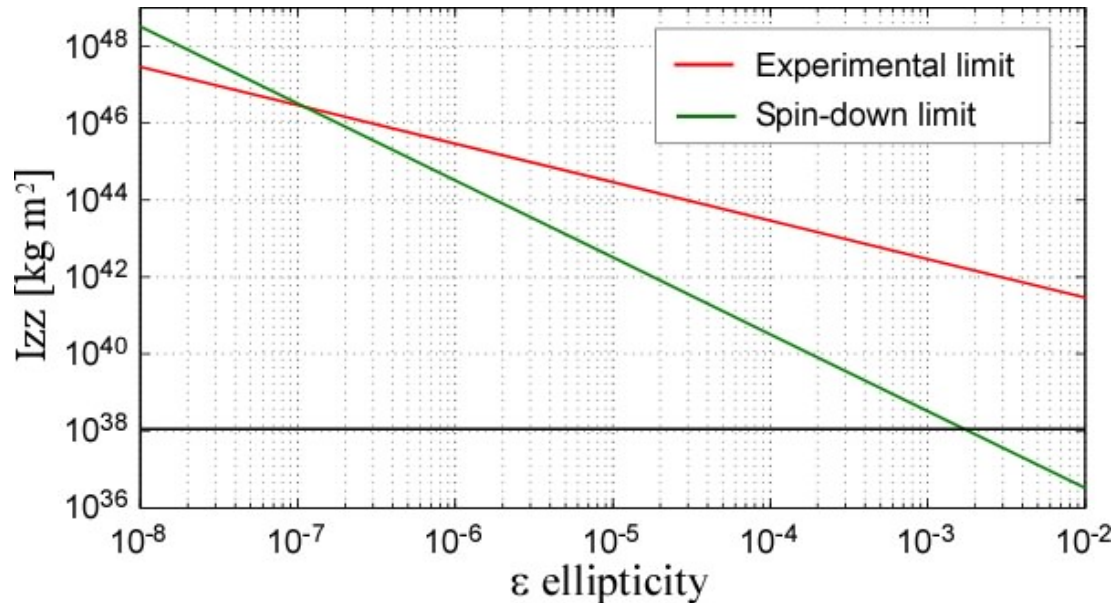
Radio, X-ray measurementによる制限

C.Q.G. 22 S1277 (2005)

4 Results

Moment of inertia – ellipticity plane

得られたupper limitからmoment of inertia–ellipticity planeを計算



Experimental limit

$$I_{zz} = \frac{c^4 r h}{4G\Omega^2 \varepsilon}$$

Spin-down limit

$$I_{zz} = -\frac{5c^2}{32G} \frac{\dot{\Omega}}{\Omega^5 \varepsilon^2}$$

Moment of inertiaが十分高いところでのみ制限

observed breaking index (Vela) によるellipticity上限値 3.3×10^{-4}
A&A 354 p163 (2000)

5 Summary

PSR J0835-4150からの連続重力波探査

今までspin frequency 25Hz (GW frequency 50Hz) 以下のpulsarを対象とした重力波探査は行われていないが、本研究ではspin frequency ~ 11 Hz (GW frequency 22Hz) のPSR J0835-4150を対象として探査を行った。

用いたデータ

低周波数で感度のよい2007年2月12日～18日に取得されたCLIOデータ
総時間 57時間

用いた解析方法

Matched Filtering

SNRロス2%以内になるようにparameter templateを用いた。

振幅上限値で 5.3×10^{-20} を得た。

Appendix I

Analysis results in last decades

Upper limits from major sources

Source	GW frequency	U.L.	Data	U.L.spin down
J0534+2200 (Crab)	59.6 [Hz]	2×10^{-22}	bar detector (1995)	1.4×10^{-24}
		4.1×10^{-24}	LIGO (2005)	
		3×10^{-24}	LIGO (2007)	
J1939+2134	1284 [Hz]	1×10^{-20}	bar detector (1983)	1.8×10^{-27}
		1.5×10^{-17}	Caltech 40-m (1983)	
		1.4×10^{-22}	LIGO-GEO (2004)	
		1.3×10^{-23}	LIGO (2005)	
		1.7×10^{-24}	LIGO (2007)	
1987A SNR			9×10^{-21} Glasgow (1991)	
			5×10^{-23} TAMA (2003)	

Crab を除くと過去には高周波源が多く解析されている

Appendix I

Theoretical upper limit for the Vela

Energy radiation $L_{\text{rad}} = \frac{32G}{5c^5} I_{zz}^2 \Omega^6 \varepsilon^2$

Rotation energy $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_{zz} \Omega^2$

回転エネルギーのロスが全て重力波エネルギーに変わると仮定して、

$$L_{\text{rad}} \leq -I_{zz} \Omega \dot{\Omega}$$

ε について

$$\varepsilon \leq \sqrt{-\frac{5c^2}{32G} \frac{\dot{\Omega}}{\Omega^5 I_{zz}}}$$

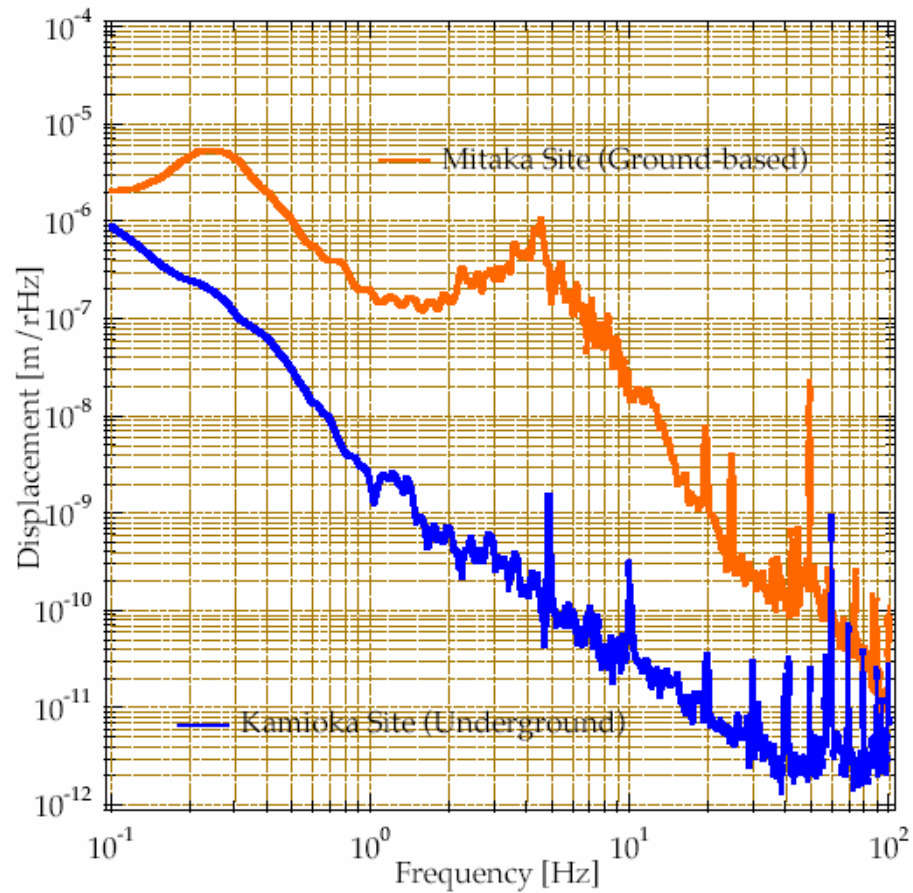
spin-down upper limit

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{h_+^2 + h_x^2} \\ &= \frac{4G\Omega^2}{c^4 r} \varepsilon I_{zz} \sqrt{(\cos^2 A + 1)^2 / 4 + \cos^2 A} \\ &\leq \underline{3.476 \times 10^{-24}} \sqrt{(\cos^2 A + 1)^2 / 4 + \cos^2 A} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{zz} = \frac{2}{5} M_{\text{sun}} R^2 \\ M = 1.4 M_{\text{sun}}, R = 10 \text{ km}, r = 0.29 \text{ kpc} \end{array} \right.$$

Appendix II

都市部と神岡鉱山内の地面振動の比較



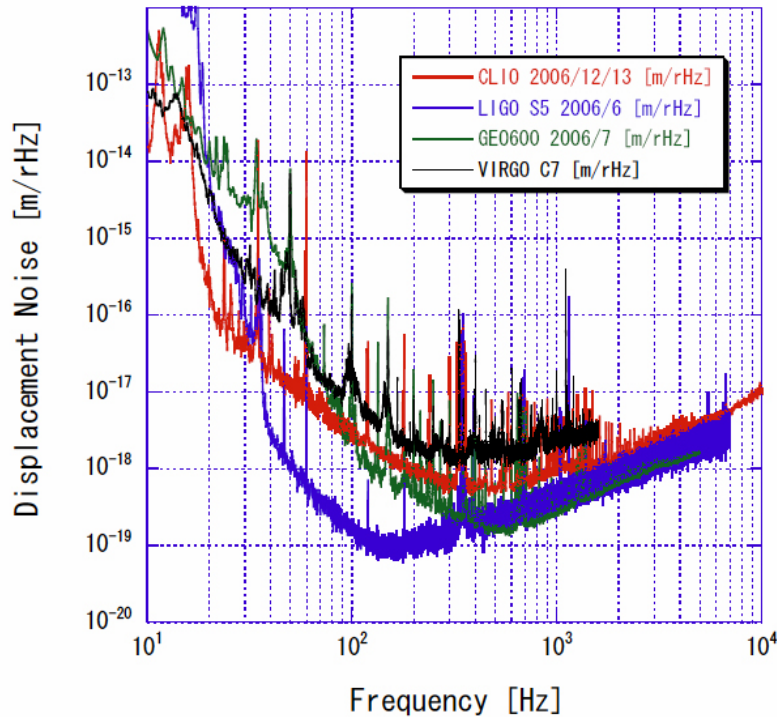
Appendix II

CLIOと他の検出器との比較（観測時）

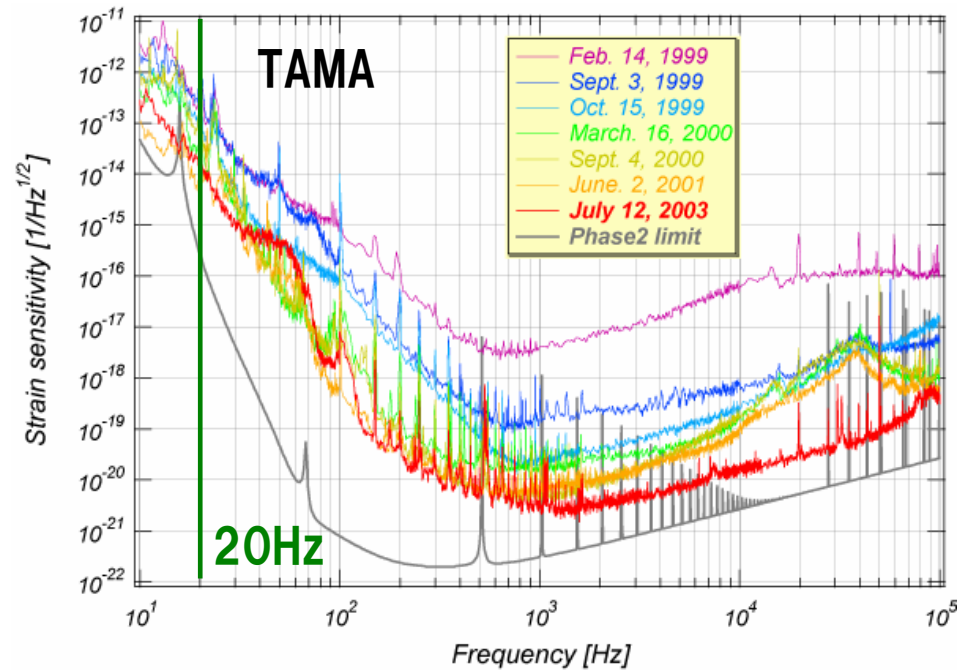
CLIOのベスト感度でのLIGO, VIRGO, GEOとの比較

TAMA@三鷹

変位 Displacement



感度 sensitivity



http://www.ligo.caltech.edu/~ll_news/07101_news/07101.htmより

都市部にあるため低周波帯の感度はあまりよくない (before SAS installation)

Appendix III

Pulsar timing

Δ_E Einstein relativistic delay

観測者の時間座標とSSBの時間座標が異なるために生じる時間差

世界線素 $ds^2 = (1 - 2U(\mathbf{r}))c^2 dt^2 - (1 + 2\gamma U(\mathbf{r}))(dx^2 + dy^2 + dz^2)$

$U(r)$: gravitational potential at the atomic clock

観測者とSSBでの固有時間の関係

$$c^2 d\tau^2 = (1 - 2U(\mathbf{r}))c^2 dt^2 - (1 + 2\gamma U(\mathbf{r})) \frac{\dot{s}^2}{c^2} dt^2$$

$$\tau = t - \int_0^t \left(U + \frac{1}{2} \frac{\dot{s}^2}{c^2} \right) dt'$$

地球のpotentialのみを考えたとき $t \approx \tau + (1.658\text{ms}) \sin E_{\oplus}$

$$E_{\oplus} \approx \left(1 - \frac{1}{8} e_{\oplus}^2\right) \sin M_{\oplus} + \frac{1}{2} e_{\oplus} \sin 2M_{\oplus} + \frac{3}{8} e_{\oplus}^2 \sin 3M_{\oplus} + \dots$$

E_{\oplus} Eccentric anomaly (離心近点角)

e_{\oplus} Eccentricity (軌道の離心率)

M_{\oplus} Mean anomaly of the Earth orbit (平均近点角)

Appendix III

Pulsar timing

Δ_S Shapiro delay

$$\begin{aligned}\Delta_S &= -2 \sum_j \frac{Gm_j}{c^3} \log(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_j + |r_j|) \\ &= - \sum_j \frac{2Gm_j}{c^3} \log |r_j| (1 - \cos \psi_j)\end{aligned}$$

G : gravity constant

m_j : mass of body j

r_j : vector from body j to the detector

ψ_j : a pulsar - detector - object angle for j - th object

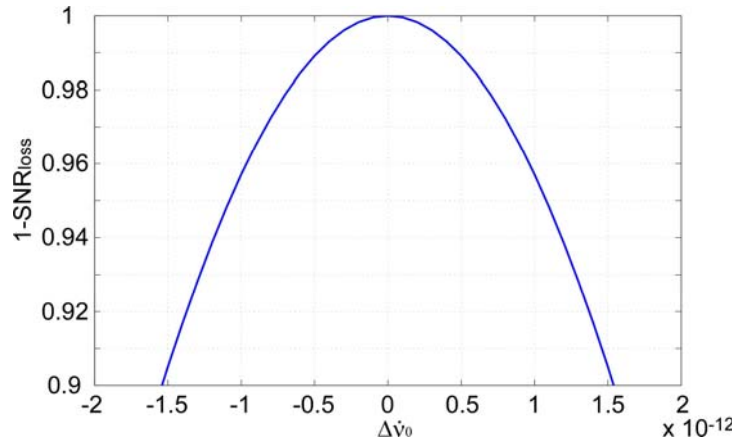
太陽のpotentialのみを考えたとき

$$GM_{\text{Sun}} / c^3 : \sim 5 \mu\text{s}$$

Appendix III

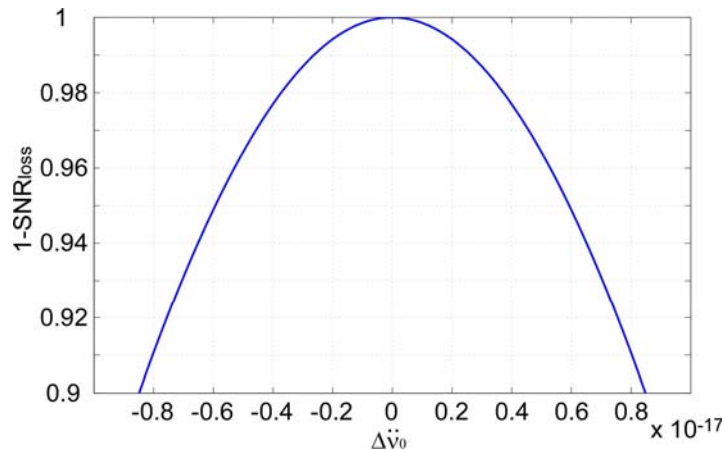
Frequency information に対してのSNのロスの考察

First derivative frequency によるSNロス



Uncertainty $6.594934679981e-16$ なので
問題ない。

Second derivative frequency によるSNロス



Uncertainty $1.2704e-22$ なので
問題ない。

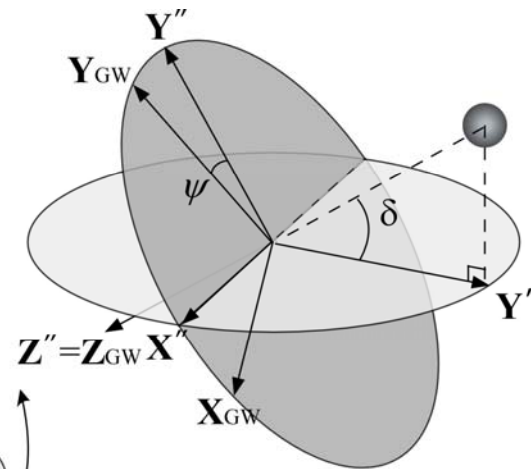
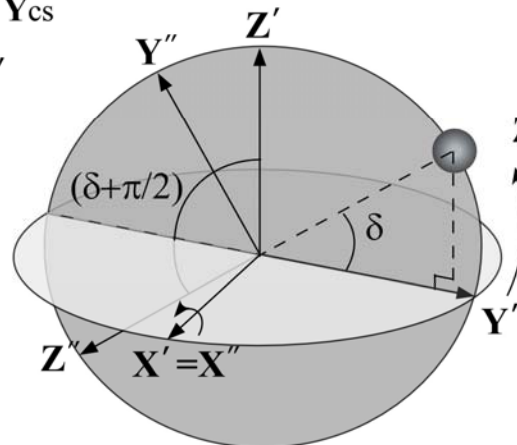
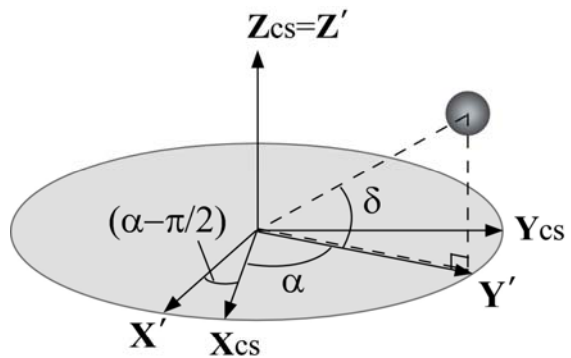
Appendix III

Antenna pattern

パルサーの座標系から地上の検出器への座標変換のためのmatrix $M = M_1 M_2 M_3^T$

1. transformation from wave to celestial sphere frame coordinate

$$M_1 = \begin{pmatrix} \sin \alpha \cos \psi - \cos \alpha \sin \delta \sin \psi & -\cos \alpha \cos \psi - \sin \alpha \sin \delta & \cos \delta \sin \psi \\ -\sin \alpha \sin \psi - \cos \alpha \sin \delta \cos \psi & \cos \alpha \sin \psi - \sin \alpha \sin \delta \cos \psi & \cos \delta \cos \psi \\ -\cos \alpha \cos \delta & -\sin \alpha \cos \delta & -\sin \delta \end{pmatrix}$$



α right ascension of the source
 δ declination of the source
 ψ polarization angle

Appendix III

Antenna pattern

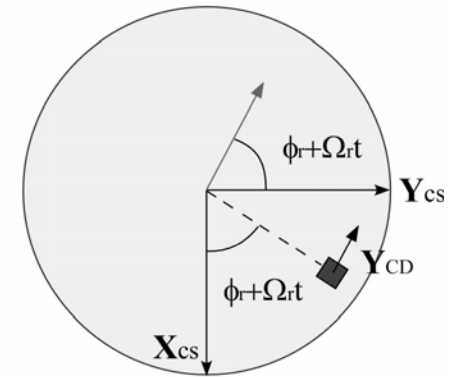
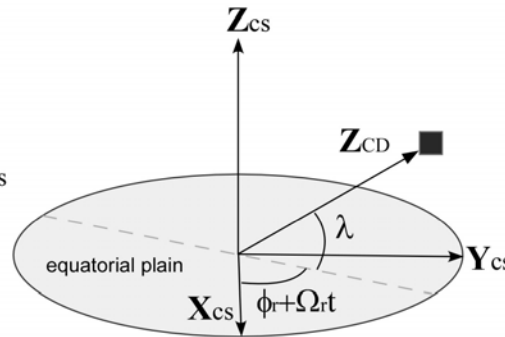
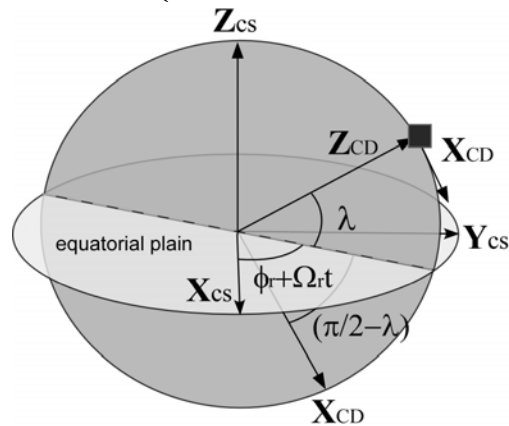
2. Transformation from celestial coordinates to cardinal coordinates

$$M_2 = \begin{pmatrix} \sin \lambda \cos(\phi_r + \Omega_r t) & \sin \lambda \sin(\phi_r + \Omega_r t) & -\cos \lambda \\ -\sin(\phi_r + \Omega_r t) & \cos(\phi_r + \Omega_r t) & 0 \\ \cos \lambda \cos(\phi_r + \Omega_r t) & \cos \lambda \sin(\phi_r + \Omega_r t) & \sin \lambda \end{pmatrix}$$

λ latitude of the detector's site

Ω_r rotational angular velocity

ϕ_r deterministic phase

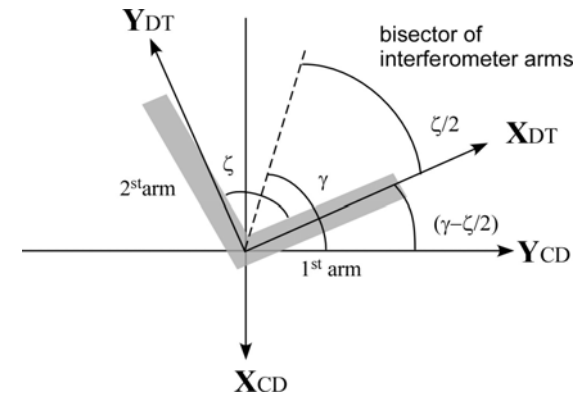


3. Transformation from cardinal coordinates to detector proper reference

$$M_3 = \begin{pmatrix} -\sin(\gamma + \xi/2) & -\cos(\gamma + \xi/2) & 0 \\ -\cos(\gamma + \xi/2) & -\sin(\gamma + \xi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

γ measured counterwise from East to the bisector of the interferometer arms

ξ angle between the interferometer arms



Appendix III

Antenna pattern

$$M = M_1 M_2 M_3^T \quad \text{を用いると}$$

$$F_+(t) = \sin \xi (a(t) \cos 2\psi + b(t) \sin 2\psi)$$

$$F_\times(t) = \sin \xi (b(t) \cos 2\psi - a(t) \sin 2\psi) \quad \text{が得られる}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a(t) = \frac{1}{16} \sin 2\gamma (3 - \cos 2\lambda) (3 - \cos \delta) \cos \{2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)\} \\ \quad - \frac{1}{4} \cos 2\gamma \sin \lambda (3 - \cos 2\delta) \sin \{2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)\} + \frac{1}{4} \sin 2\gamma \sin 2\lambda \cos(\alpha - \phi_r - \Omega_r t) \\ \quad - \frac{1}{2} \cos 2\gamma \cos \lambda \sin 2\delta \sin(\alpha - \phi_r - \Omega_r t) + \frac{3}{4} \sin 2\gamma \cos^2 \lambda \cos^2 \delta \\ b(t) = \cos 2\gamma \sin \lambda \sin \delta \cos \{2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)\} - \frac{1}{4} \sin 2\gamma (3 - \cos 2\lambda) \sin \delta \sin \{2(\alpha - \phi_r - \Omega_r t)\} \\ \quad + \cos 2\gamma \cos \lambda \cos \delta \cos(\alpha - \phi_r - \Omega_r t) + \frac{1}{2} \sin 2\gamma \sin 2\lambda \cos \delta \sin(\alpha - \phi_r - \Omega_r t) \end{array} \right.$$

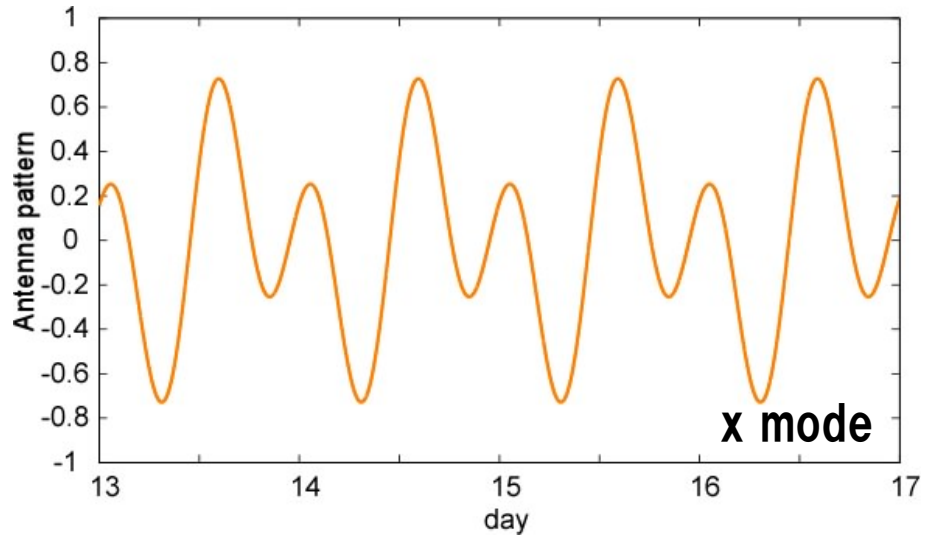
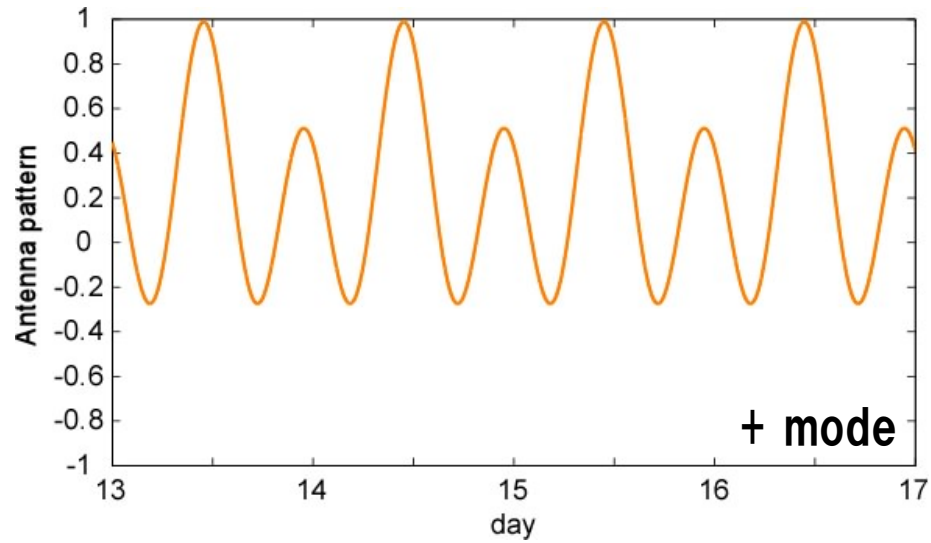
$S_+(t), S_\times(t)$ を用いて書き直すと

$$h(t) = h_+ + h_\times = h_+(t)F_+(t) + h_\times(t)F_\times(t) = S_+ \cos 2\Psi(t) + S_\times \sin 2\Psi(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_+ = \frac{1}{2} h_0 \sin \xi (1 + \cos^2 A) (a(t) \cos 2\psi + b(t) \sin 2\psi) \\ S_\times = h_0 \sin \xi \cos A (-a(t) \sin 2\psi + b(t) \cos 2\psi) \end{array} \right.$$

Appendix III

Antenna pattern



Appendix III

Digital filter

Boxcar filter (平均フィルタ)

伝達関数 $H(f) = \int \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M h_k \exp(-i2\pi f t) dt$ f_0 : sampling frequency

$$= \frac{f_0}{M} \sum_{k=1}^M \frac{1}{\pi f} \sin\left(2\pi \frac{fM}{2f_0}\right)$$
$$\propto \pi^{-1} \frac{f_0 M}{f} \sin\left(\pi \frac{f}{f_0 / M}\right) = \text{sinc}\left(\frac{\pi f}{f_0 / M}\right)$$

IIR (Infinite Impulse Response) filter

差分方程式 $y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x(n-i) + \sum_{i=1}^{M-1} a_i y(n-i)$ $x(n)$: 入力信号
 $y(n)$: 出力信号

Z変換

$$Y(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=0}^{M-1} a_i z^{-i}} X(z)$$

伝達関数

n pole butterworth filter $H^2(f) = \frac{1}{1 + (f/f_c)^{2n}}$ f_c : cut - off frequency

Appendix III

window function

Window functionの影響 $O(t)$ 平均0のGaussian noiseと仮定すると

ノイズのcorrelation function $\langle O(t)O(t') \rangle = W^2(t)\delta_{t,t'}$ $W(t)$: window function

$O(t)$ のフーリエ変換 $\tilde{O}(\omega) = \frac{1}{T_w} \sum_{t=-T_w/2}^{T_w/2} O(t)e^{-i\omega t}$ T_w : 全体の観測時間

周波数領域でのcorrelation functionを取ると、

$$\begin{aligned}\langle \tilde{O}(\omega)\tilde{O}^*(\omega') \rangle &= \frac{1}{T_w^2} \sum_t \sum_{t'} \langle O(t)O(t') \rangle e^{-i\omega t} e^{i\omega' t'} \\ &= \frac{1}{T_w} \left(\frac{1}{T_w} \sum_t W^2(t) e^{-i(\omega-\omega')t} \right)\end{aligned}$$

→ $\langle \tilde{O}(\omega)\tilde{O}^*(\omega') \rangle = \frac{1}{T_w} \tilde{W}^2(\omega - \omega')$

$\omega = \omega'$ のとき $\langle |\tilde{O}(\omega)|^2 \rangle = \frac{1}{T_w} \tilde{W}^2(0) = \frac{1}{T_w} \overline{W^2(t)}$

$$\tilde{W}^2(0) = \overline{W^2(t)}$$

$W(t)$ が周期的な関数でもスペクトルに影響しない。振幅の値のみ影響する

Appendix

Change of noise level

Optimal weighting データを N 個のsegmentに分ける


各segmentのdeviation $\sigma_i^2 (i = 1, 2, \dots, N)$

weighting noise power $y = \sum_i k_i^2 \sigma_i^2 \quad (\sum_i k_i = N)$

Lagrangeの未定乗数法 $\sum_i k_i = N$ の条件下で y が極値を取る

$$Y = \sum_i k_i^2 \sigma_i^2 - \kappa \left(\sum_i k_i - N \right)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial Y}{\partial k_i} = 2k_i \sigma_i^2 - \kappa = 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial \kappa} = \sum_i k_i - N = 0 \end{cases}$$

 $k_i = \frac{\frac{1}{\sigma_i^2}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}}$

ノイズパワーの逆数で重み付けすればよい

Appendix IV

Bayesian upper limit

posterior probability
(事後確率)

$$p(\mathbf{a} | \{B_k\}, I) = \frac{p(\mathbf{a} | I) p(\{B_k\} | \mathbf{a}, I)}{p(\{B_k\} | I)}$$

$\{B_k\}$ binned data
 \mathbf{a} a set of parameters of signal
 I given model

$$p(\{B_k\} | \mathbf{a}, \{\sigma_k\}) \propto \exp\left(-\sum_{k=1}^n \frac{|B_k - y_k|^2}{2\sigma_k^2}\right)$$

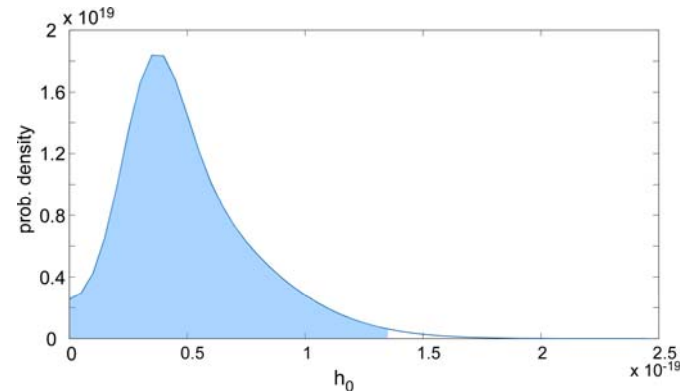
$$\mathbf{a} = [A, \psi, \Psi_0]$$

unknown parameters $A = [0, \pi]$
 $\Psi_0 = [0, 2\pi]$
 $\psi = [-\pi/4, \pi/4]$

$$p(h_0 | \{B_k\}) \propto \iiint p(\{B_k\} | \mathbf{a}) p(\mathbf{a}) dA d\psi d\Psi_0$$

$$\text{confidence level} = \int_{h_0=0}^{h_0^{\text{conf}}} p(h_0 | \{B_k\}) dh_0$$

$B_k = z_k - zh_k$ z_k 干渉計データ
 zh_k 信号波形



1.35×10^{-19} @99% confidence level