

# 変位雑音フリー重力波検出器 の新たな進展


京都大学 人間・環境学研究科  
宇宙論・重力グループ D2  
西澤 篤志

2008年1月11日 @ 重力波研究交流会

# 目次

---

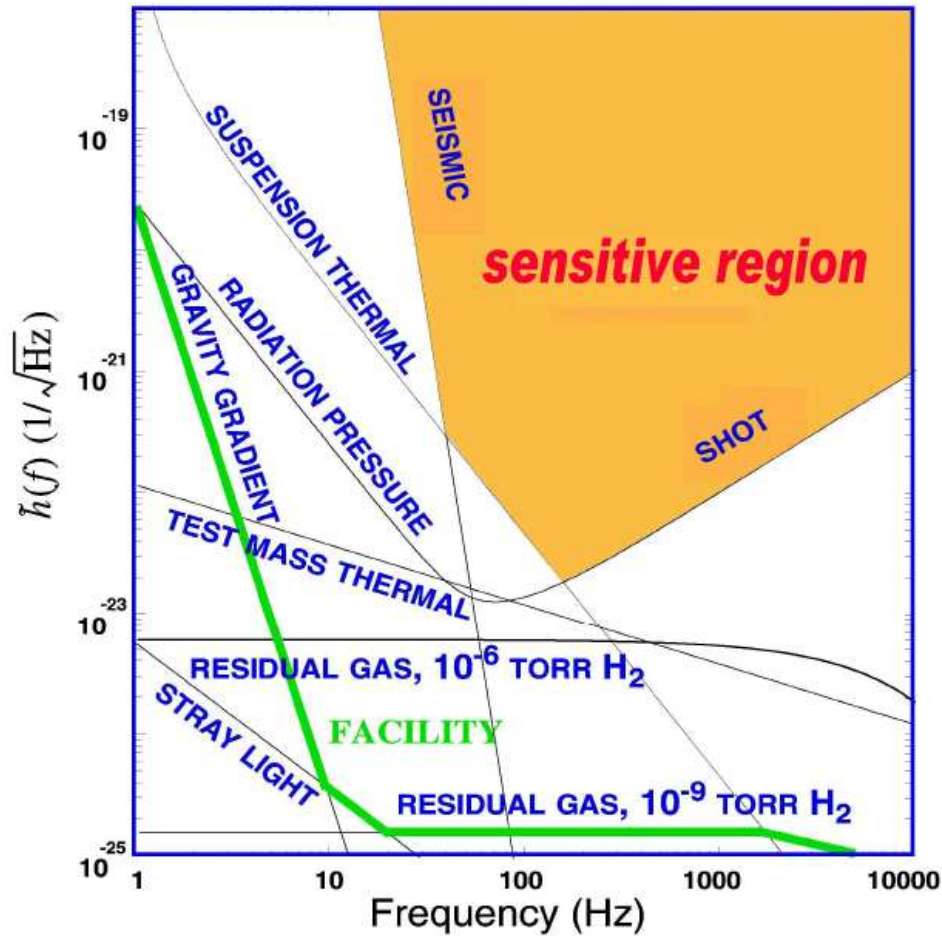
1. イントロダクション
2. 変位雑音フリー重力波干渉計 (DFI)
3. Fabry-Perot キャビティーDFI
4. シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI



# イントロダクション

## — 重力波干渉計における変位雑音 —

# イントロダクション



## 変位雑音

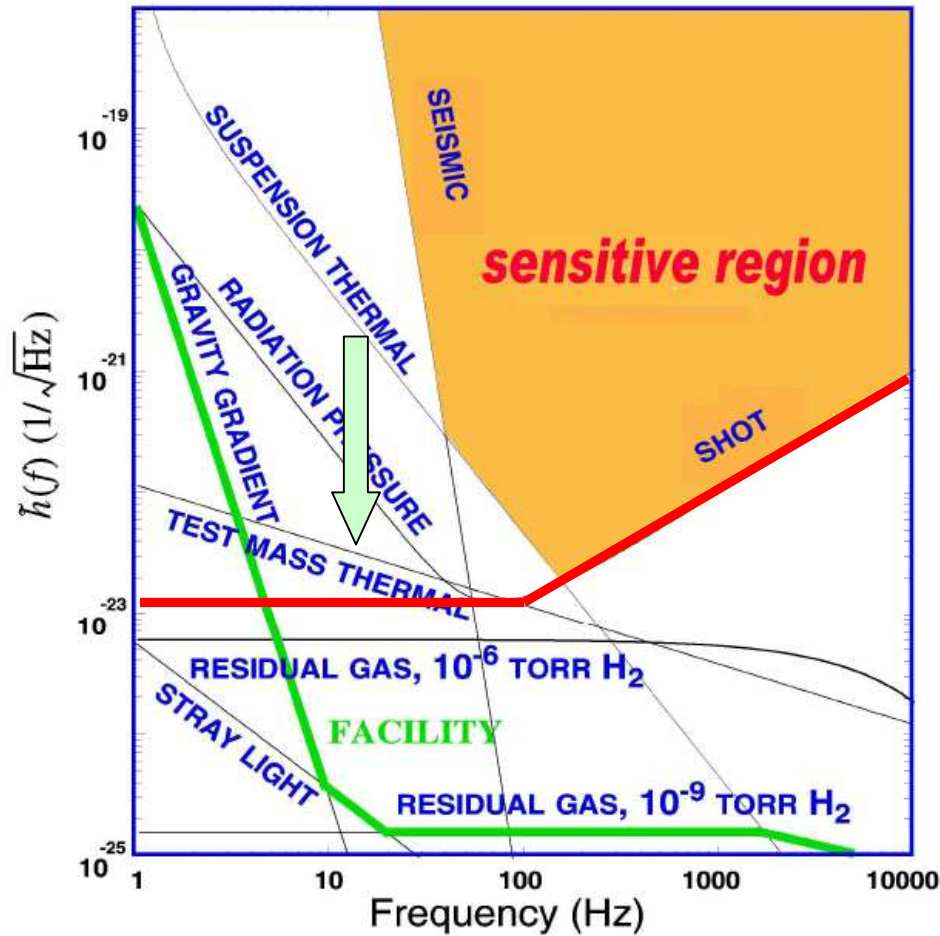
地面振動雑音、熱雑音、  
輻射圧雑音など



低周波数帯における  
ほとんど雑音

もし、変位雑音を消す事が  
出来たら...

# イントロダクション




## 変位雑音

地面振動雑音、熱雑音、  
輻射圧雑音など

↓  
低周波数帯における  
ほとんど雑音

もし、変位雑音を消す事が  
出来たら...



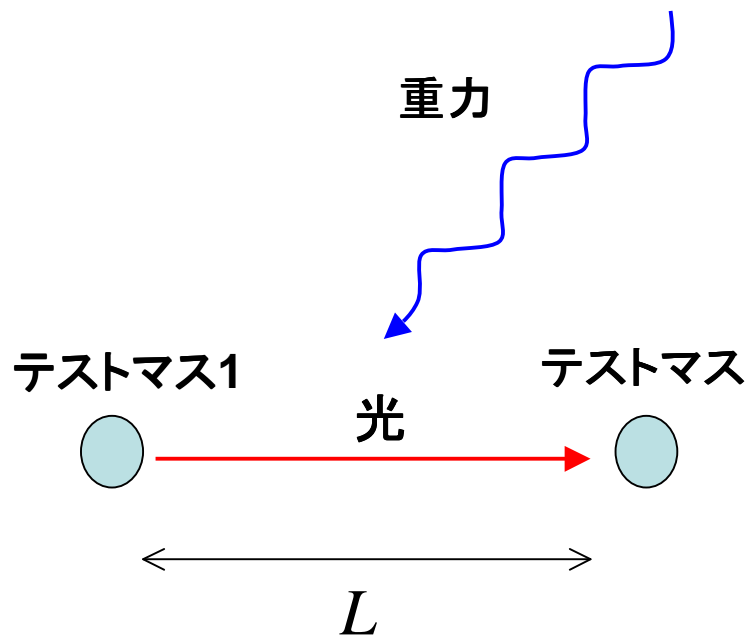
# 変位雑音フリー重力波干渉計

( **DFI : Displacement noise-Free gravitational wave Interferometer** )

# DFI の原理 1

S.Kawamura & Y.Chen, PRL 93, 2111103 (2004)  
Y.Chen & S.Kawamura, PRL 96,231102 (2006)

## 重力波と変位雑音の違



$$(L/\lambda) < 1$$

重力波は2つのテストマスに対し  
潮汐力として働く → **区別できない**

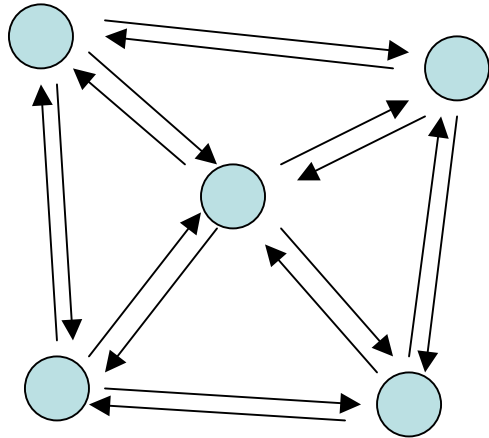
$$(L/\lambda) > 1$$

重力波シグナルと変位雑音は異なる。  
(重力波シグナルは光の伝播中の積分  
として作用する。一方、変位雑音はテストマ  
スの位置でのみ作用する。)

→ **区別可能**

# DFI の原理 2

## シグナルの組み合わせ



D次元に N 個の検出器がある場合

シグナルの数	$N(N-1)$
変位雑音の数	$N \times D$
時計雑音 (レーザー周波数雑音)	$N$

$$s_i = h_i + n^{displace}_i + n^{clock}_i \longrightarrow \text{連立方程式を解けばよい}$$

雑音のキャンセルのための条件

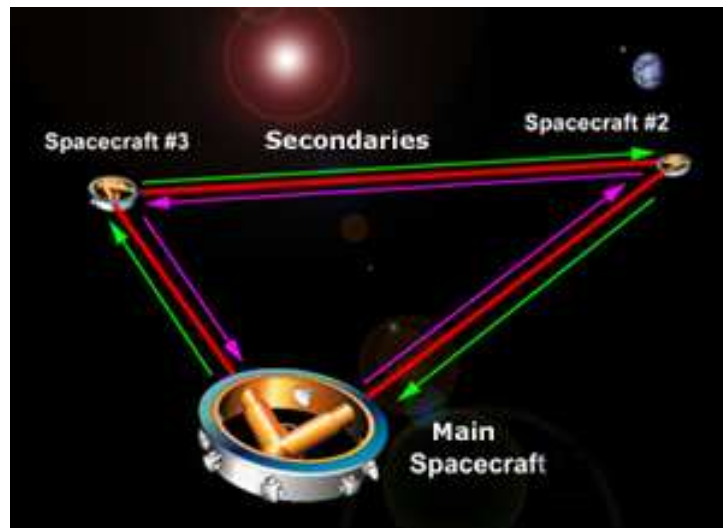
シグナルの数 > 雑音の数	$\longrightarrow$	$N(N-1) \geq N \times D + N$
	$\longrightarrow$	$N \geq D + 2$



よって、複数のテストマスを用いて変位雑音、時計雑音の両方を消せばよい。  
(2次元配置ならば4つ以上、3次元配置ならば5つ以上)

→ 低周波数帯以外では、変位雑音と重力波の応答は異なるので  
変位雑音を全て消去しても重力波シグナルは残る。

ちなみに、LISA では



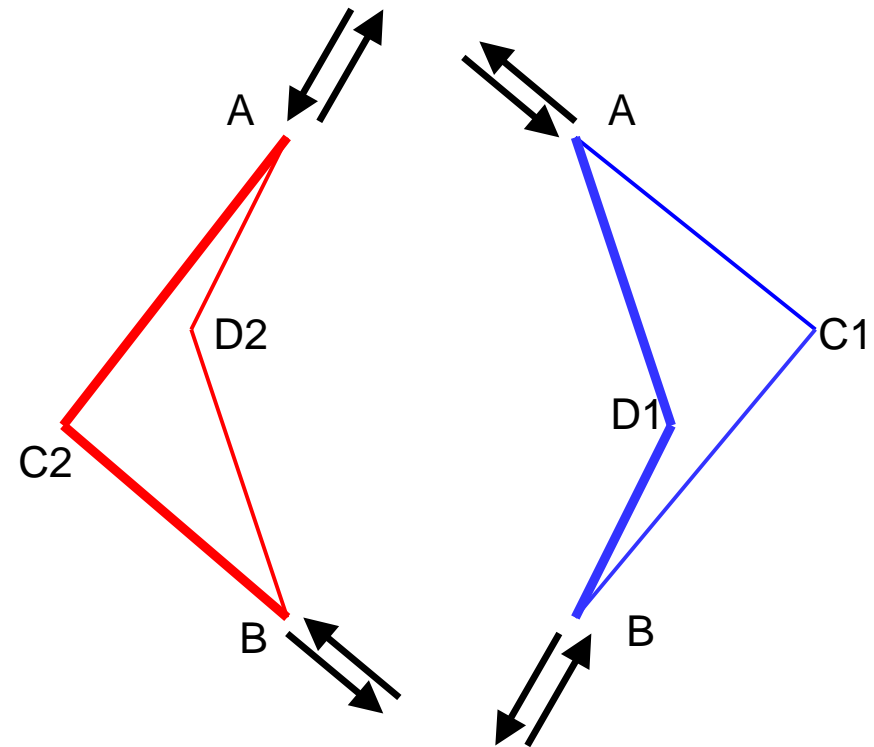
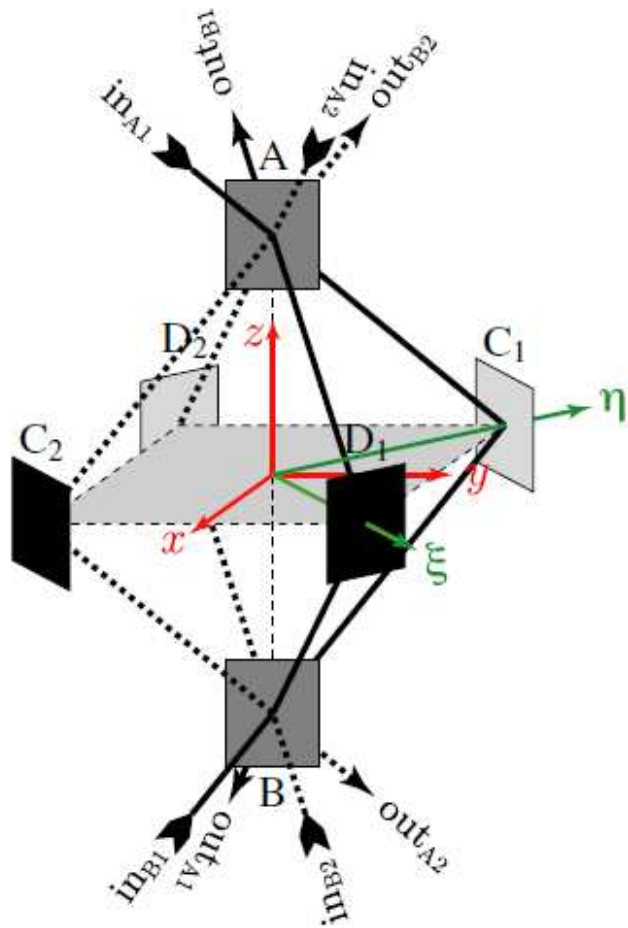
$N=3$  ,  $D=2$

時計雑音のみを消去。変位雑音は消せない。

Time Delay Interferometry (TDI)

# 3D 双方向 MZI の干渉計デザイン

Y.Chen et al., PRL 97, 151103 (2006)



$(outA1) - (outB1) : C1 \text{ と } D1 \text{ がキャンセル}$   
 $(outA2) - (outB2) : C2 \text{ と } D2 \text{ がキャンセル}$

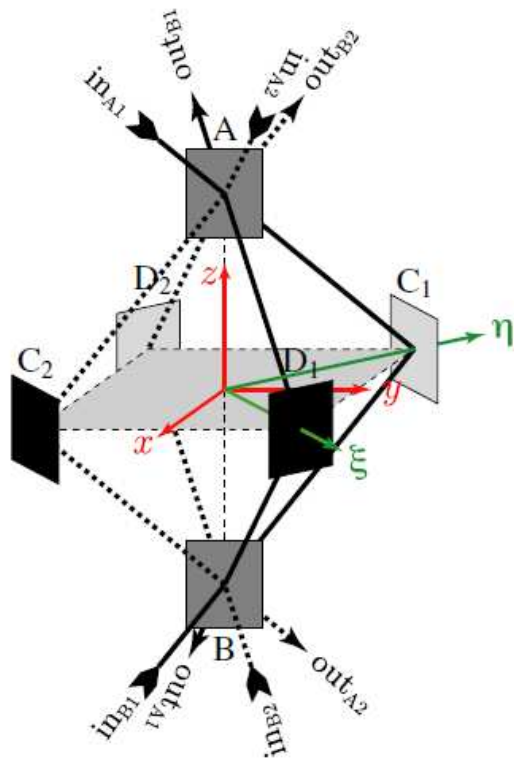
そして、 $[(outA1)-(outB1)] - [(outA2)-(outB2)]$   
 $: A \text{ と } B \text{ もキャンセル}$

# 3D 双方向 MZI における重力波シグナル

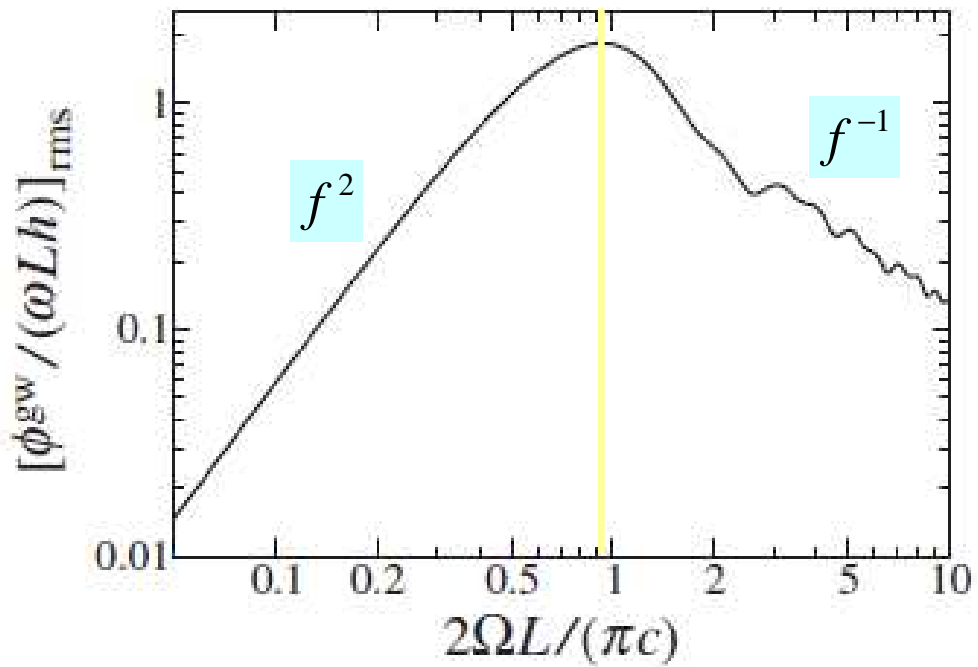
$$\phi_{\text{DFI}} \equiv [\delta\phi_{A_1} - \delta\phi_{B_1}] - [\delta\phi_{A_2} - \delta\phi_{B_2}].$$

$$\tilde{\phi}_{\text{DFI}}^{\text{GW}} = i\omega\tilde{h}e^{-i\sqrt{2}\Omega L/c} / (4\Omega) [(2 - \sqrt{2})[1 - e^{(4+2\sqrt{2})i\Omega L/c}] + (2 + \sqrt{2})[e^{4i\Omega L/c} - e^{2\sqrt{2}i\Omega L/c}]]$$

← 真上からの重力波  
に対して



角度平均された重力波応答関数



# DFI シグナルの形式的説明

## シグナル組み合わせの形式的な説明

$$s_i = g_i + d_i + \eta_i$$

$g_i$  : 重力波シグナル       $\eta_i$  : 散射雑音  
 $d_i$  : 変位雑音



$$s_{DFI} = s_1 + \sum \gamma_i s_i$$
$$= (g_1 + \sum \gamma_i g_i) + \cancel{(d_1 + \sum \gamma_i d_i)} + (\eta_1 + \sum \gamma_i \eta_i)$$

$\gamma_i$  : DFI 係数  
 $\gamma_i \sim O(1)$   
平坦なスペクトル



DFI 係数を適切に選べば、キャンセル

$$Sensitivity = \frac{\eta_1 + \sum \gamma_i \eta_i}{g_1 + \sum \gamma_i g_i}$$

# DFI の問題点

- 重力波に対する応答関数が低周波帯で  $\propto f^2$

- カットオフ周波数は地上の干渉計の場合

$$L \sim 3km \quad \longrightarrow \quad f_{cutoff} \sim 10kHz$$



- 低周波側での重力波応答関数を改善する
- カットオフ周波数を低周波側にずらす



まず思いつくのは Fabry-Perot キャビティを用いる方法



# Fabry-Perot キャビティ DFI

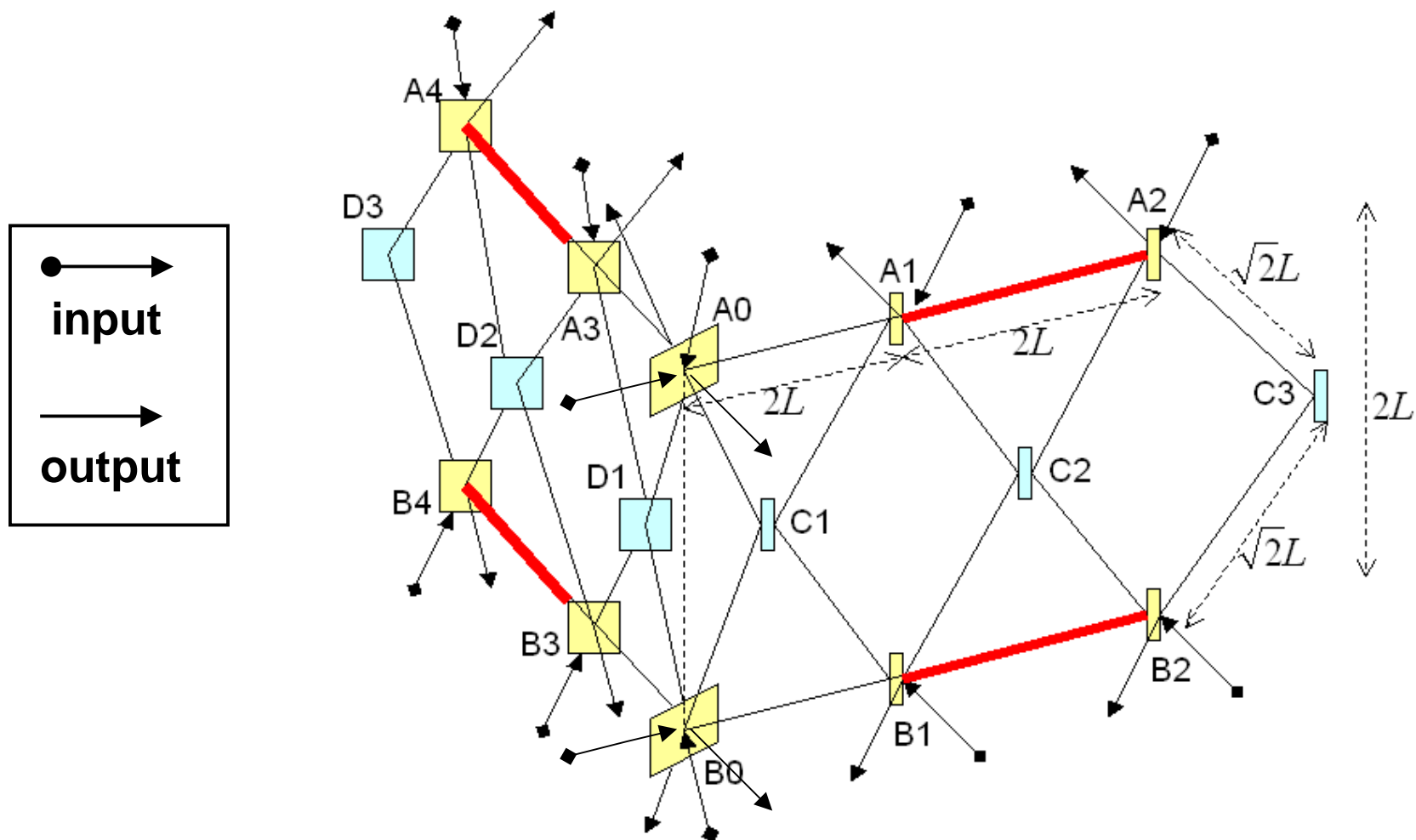
# 干渉計デザインへの要請

- 1つのミラーの変位を2つ以上の異なる方向からの光でモニターする  
→ 変位雑音キャンセルのためには2つ以上の独立なシグナルが必要。
- 変位雑音だけではなく、レーザー周波数雑音も消す  
→ Michelson、Fabry-Perot Michelson、Machzender、Sagnacなどで構成すべき。
- 出来るだけミラーやビームスプリッタの数は少なくする  
(シンプルさ。変位雑音の数を減らす。)  
→ アーム長や光のパスの方向に関して、対称性が必要。
- FP キャビティーを入れる  
→ 向かい合う2枚の鏡。他のキャビティーでは感度を低周波側にシフト出来ない。

これらの要請を全て満たさなければならない

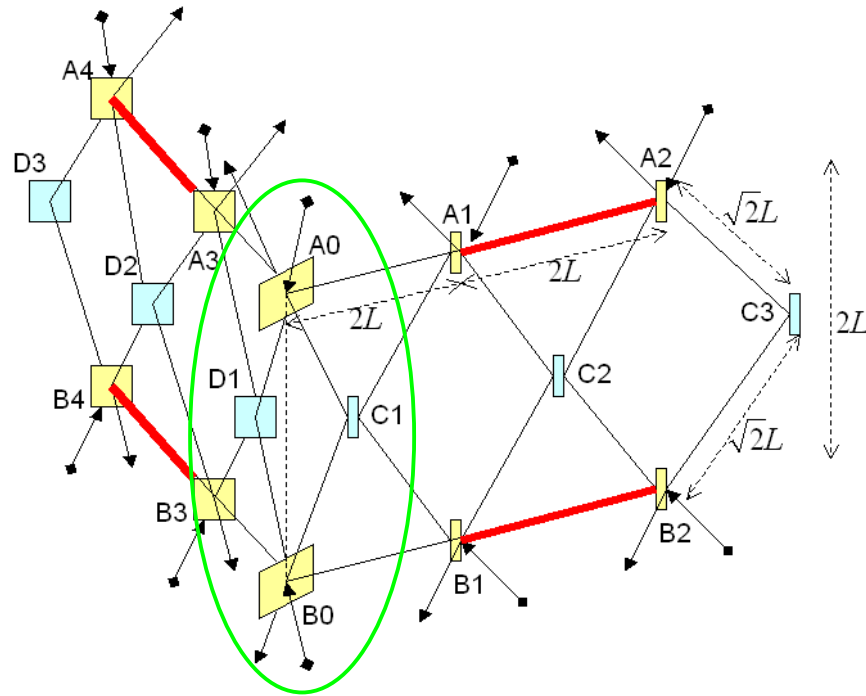
# FP キャビティー DFI 干渉計のデザイン

- 2 FPMI + 5 MZI
- 全ての変位雑音はキャンセルされる





# FP キャビティ-DFI の変位雑音 (MZI 0 部分)

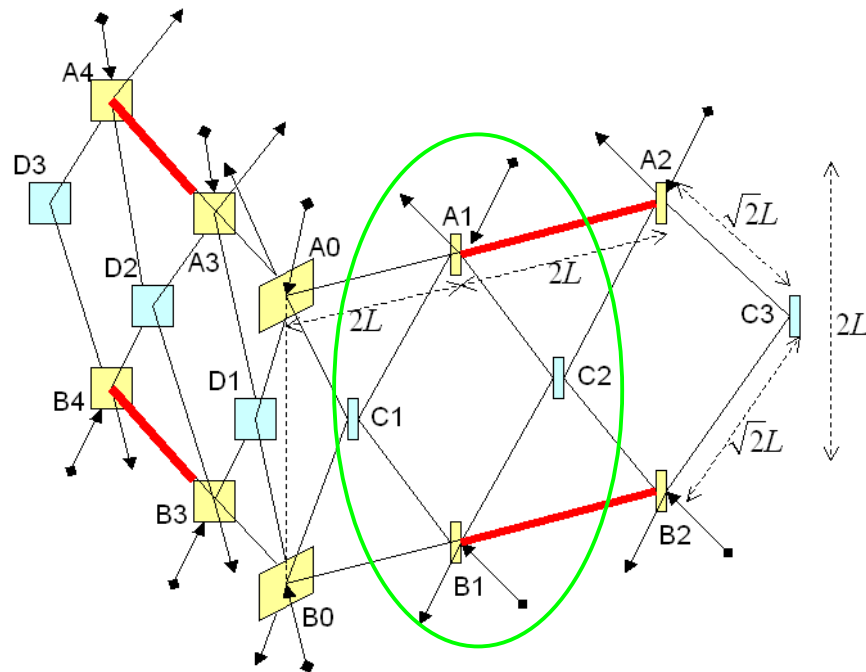


$$\begin{aligned} \delta\phi_{MZ0}^{(d)}(t) &\equiv [\delta\phi_{A0B0}^{(T)}(t) - \delta\phi_{A0B0}^{(R)}(t)] - [\delta\phi_{B0A0}^{(T)}(t) - \delta\phi_{B0A0}^{(R)}(t)] \\ &= \omega[\eta_{A0}(t) - \eta_{B0}(t) - \{\eta_{A0}(t - 2\sqrt{2}L) - \eta_{B0}(t - 2\sqrt{2}L)\}] \end{aligned}$$



$$\tilde{\delta\phi}_{MZ0}^{(d)}(\Omega) = \omega(\tilde{\eta}_{A0} - \tilde{\eta}_{B0})(1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L})$$

# FP キャビティ-DFI の変位雑音 (MZI 1-4 部分)



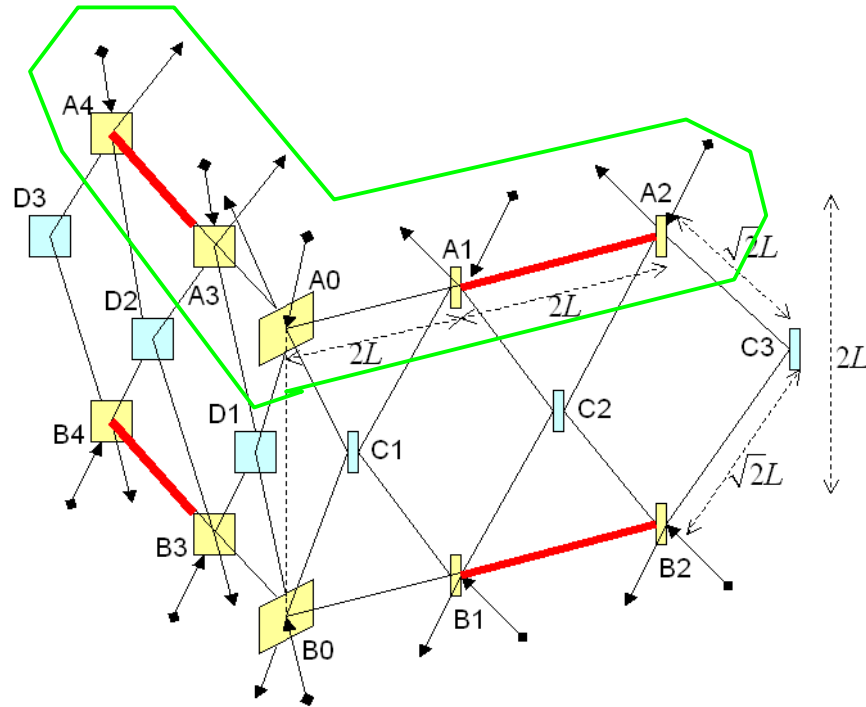
$$\begin{aligned} \delta\phi_{MZ1}^{(d)}(t) &\equiv [\delta\phi_{A1B1}^{(R)}(t) - \delta\phi_{A1B1}^{(T)}(t)] - [\delta\phi_{B1A1}^{(R)}(t) - \delta\phi_{B1A1}^{(T)}(t)] \\ &= \sqrt{2}\omega[x_{A1}(t) - x_{B1}(t) - \{x_{A1}(t - 2\sqrt{2}L) - x_{B1}(t - 2\sqrt{2}L)\}] \end{aligned}$$



$$\tilde{\delta\phi}_{MZ1}^{(d)}(\Omega) = \sqrt{2}\omega(\tilde{x}_{A1} - \tilde{x}_{B1})(1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L})$$

**MZI 2-4 も同様。**

# FP キャビティ-DFI の変位雑音 (FPM 部分)



$$\delta\phi_A^{(d)}(t) \equiv \delta\phi_{A,M}^{(d)}(t) + \delta\phi_{A,FP}^{(d)}(t - 2L)$$



$$\alpha = \frac{e^{-2i\Omega L}}{1 - R^2 e^{-4i\Omega L}}$$

$$\tilde{\delta\phi}_A^{(d)} = -\sqrt{2}\omega\tilde{\eta}_{A0} + \omega [ 2\alpha \cos(2\Omega L)e^{-2i\Omega L} + 1 ] e^{-2i\Omega L} (\tilde{y}_{A3} - \tilde{x}_{A1}) - 2\omega\alpha e^{-4i\Omega L} (\tilde{y}_{A4} - \tilde{x}_{A2})$$

底面の FPM (FPM B) も同様。

# 変位雑音キャンセルのためのシグナル組み合わせ

## DFI シグナル

$$S_{DFI} = S_{FP1} - S_{FP2} + \sum_{i=0}^4 \gamma_i S_{Mzi}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}\phi_{DFI}^{(d)}(\Omega)/\omega = & [-\sqrt{2} + \gamma_0(1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L})] (\tilde{\eta}_{A0} - \tilde{\eta}_{B0}) \\ & + [-\{2\alpha \cos(2\Omega L)e^{-2i\Omega L} + 1\} e^{-2i\Omega L} + \sqrt{2}\gamma_1(1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L})] (\tilde{x}_{A1} - \tilde{x}_{B1}) \\ & + [2\alpha e^{-4i\Omega L} + \sqrt{2}\gamma_2(1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L})] (\tilde{x}_{A2} - \tilde{x}_{B2}) \\ & + [\{2\alpha \cos(2\Omega L)e^{-2i\Omega L} + 1\} e^{-2i\Omega L} + \sqrt{2}\gamma_3(1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L})] (\tilde{y}_{A3} - \tilde{y}_{B3}) \\ & + [-2\alpha e^{-4i\Omega L} + \sqrt{2}\gamma_4(1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L})] (\tilde{y}_{A4} - \tilde{y}_{B4}) \end{aligned}$$

## DFI 係数

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{2}}{1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L}}, \quad \gamma_1 = \frac{\{2\alpha \cos(2\Omega L) e^{-2i\Omega L} + 1\} e^{-2i\Omega L}}{\sqrt{2}(1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L})}, \quad \gamma_2 = \frac{-\sqrt{2}\alpha e^{-4i\Omega L}}{1 - e^{-2\sqrt{2}i\Omega L}}$$

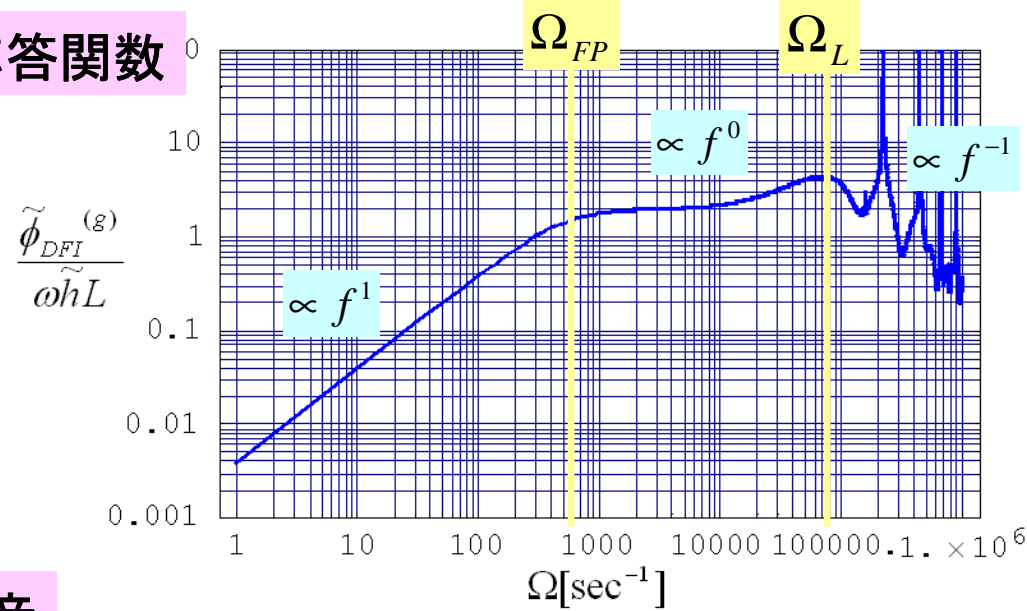
$$\gamma_3 = -\gamma_1, \quad \gamma_4 = -\gamma_2$$

$$\text{,where } \alpha = \frac{e^{-2i\Omega L}}{1 - R^2 e^{-4i\Omega L}}$$

係数が周波数依存性を持ってしまう！

# DFI シグナルの周波数応答

## 重力波応答関数



## 特徴的周波数

$$\Omega_{FP} \equiv \frac{T^2 c}{4L}$$

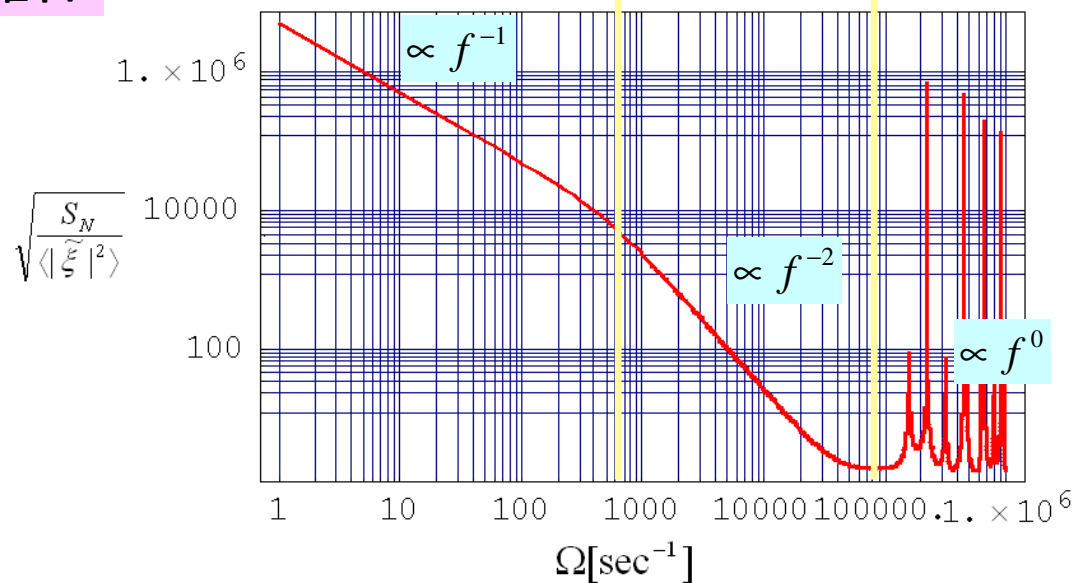
$$\Omega_L \equiv \frac{c}{L}$$

## パラメータ

$$L = 3\text{km}$$

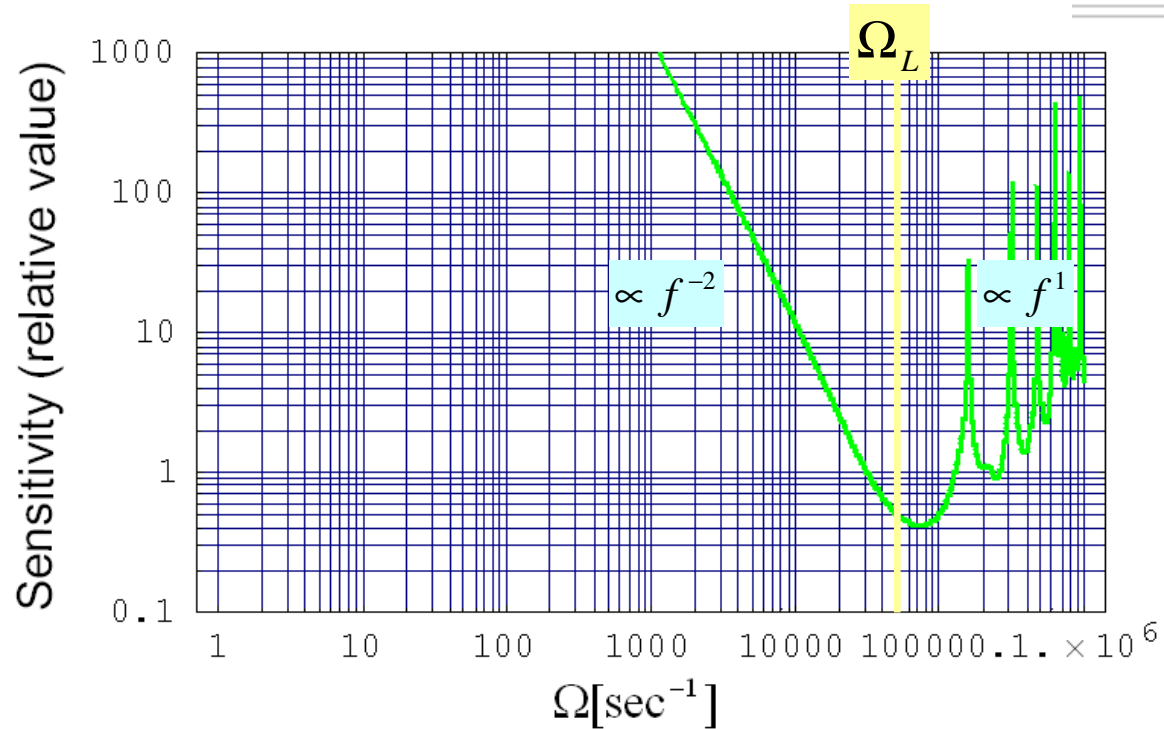
$$F \approx 157$$

## 散射雑音



散射雑音は DFI 係数により周波数依存性をもつ

## 感度



- 感度はカットオフ周波数  $\Omega_L$  以下で悪くなる。
- これはキャビティーを入れない時と全く同じ結果。

キャビティーを用いた方法では低周波帯において感度を持たせる事が出来ない。

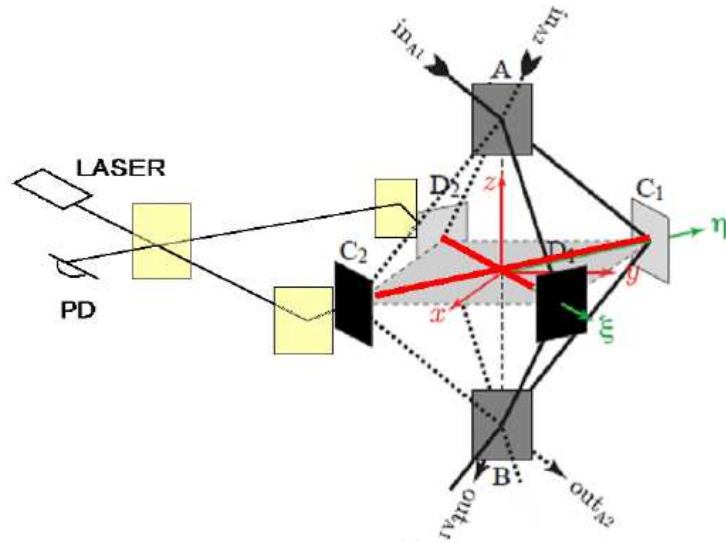
# なぜ低周波での感度が改善されないか？

$$\begin{aligned}
 S_{DFI} &= S_{FP1} - S_{FP2} + \sum_{i=0}^4 \gamma_i S_{MZi} \\
 &= (\underbrace{g_{FP1} - g_{FP2} + \sum_{i=0}^4 \gamma_i g_{MZi}}_{\text{重力波シグナル}}) + \underbrace{(d_{FP1} - d_{FP2} + \sum_{i=0}^4 \gamma_i d_{MZi})}_{\text{変位雑音}} + (\underbrace{\eta_{FP1} - \eta_{FP2} + \sum_{i=0}^4 \gamma_i \eta_{MZi}}_{\text{散射雑音}})
 \end{aligned}$$

- 変位雑音は完全にキャンセル。雑音は散射雑音のみ。
- キャビティー無しの場合は、散射雑音は平坦なスペクトルだったが、、、  
(DFI 係数はオーダー1の定数だった)

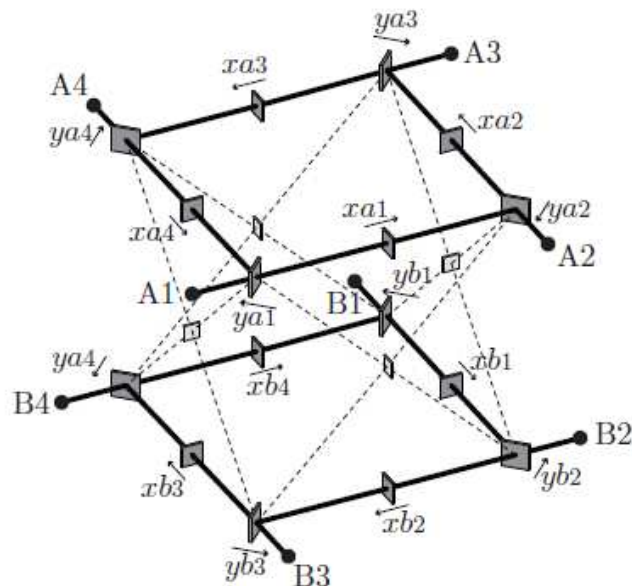
$$\text{Sensitivity} = \frac{\eta_{FP1} - \eta_{FP2} + \sum_{i=0}^4 \gamma_i \eta_{MZi}}{g_{FP1} - g_{FP2} + \sum_{i=0}^4 \gamma_i g_{MZi}}$$

# その他のキャビティ DFI



## Nishizawa デザイン

- 3D-MZI の中段をキャビティとして用いる。MZI は双方向ではない。
- 左側3枚のミラーの変位雑音は消していない。
- それらの変位雑音を無視したとしても低周波数帯でやはり  $\propto f^{-2}$  の感度。



## Sato デザイン

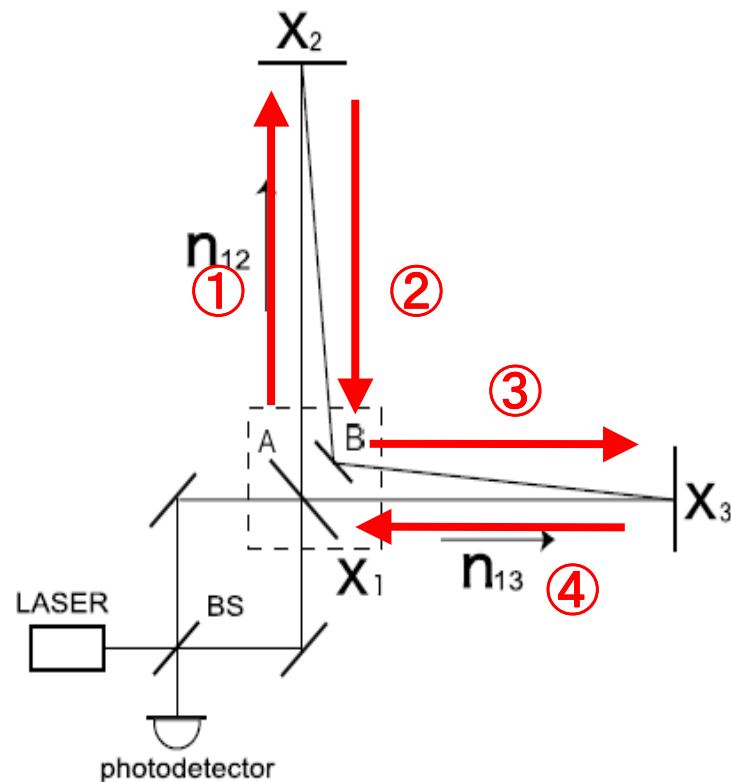
- 図はキャビティ入ってないが、入れた場合も計算済み。
- 低周波数帯でやはり  $\propto f^{-2}$  の感度。(まだ議論はあるが、、、)





# シンクロナス・リサイクリング キャビティー DFI

# シンクロナス・リサイクリング干渉計 (SRI)



$$f = (2n - 1) \times c / 4L, \quad n = 1, 2, \dots$$

で、重力波シグナルは共振

例えば、

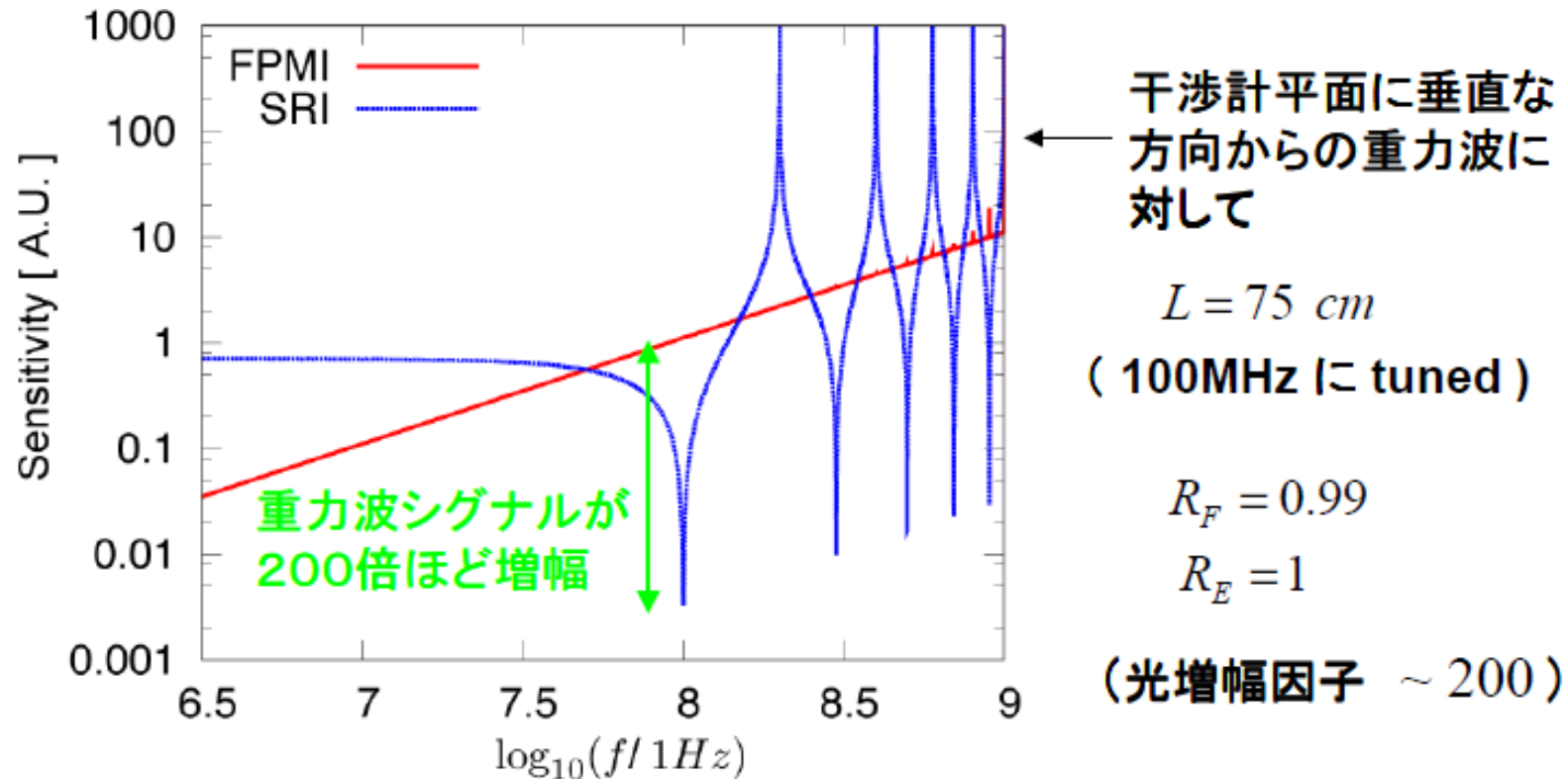
$L = 75 \text{ cm}$  ならば  $100 \text{ MHz}$

( 国立天文台での  
超高周波帯重力波検出実験 )

重力波シグナルはキャビティ内で常に増幅される。

→ フィネスを上げるほど狭帯域だが、高感度化できる。

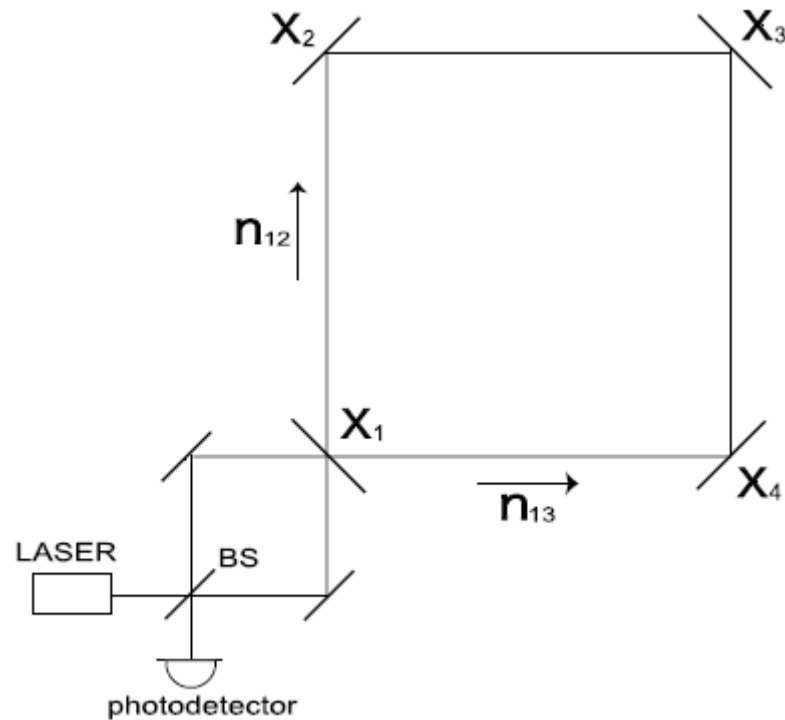
# 重力波に対する感度



100MHz においては散射雑音が検出器感度を制限。  
 1W レーザー、光増幅因子を  $10^5$  の場合、  
 100 MHz において、バンド幅  $\sim 2 \text{ kHz}$  で  $h \sim 7.8 \times 10^{-21} [\text{Hz}^{-1/2}]$

しかし、実際は熱雑音・輻射圧雑音が効いてくるかもしれない。

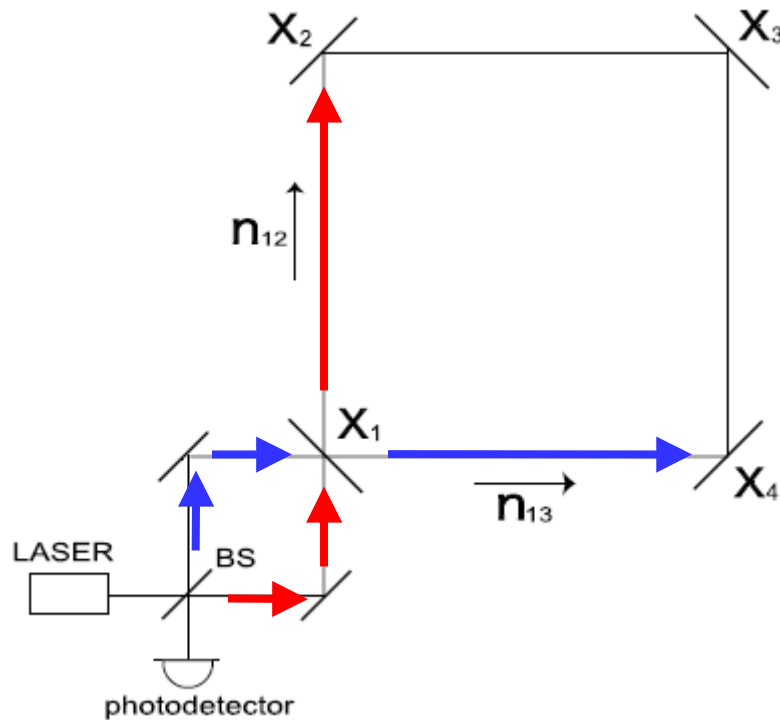
# シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI



低周波に感度はないが、  
狭帯域で重力波が増幅され、かつ、  
変位雑音がキャンセルするデザイン

# シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI

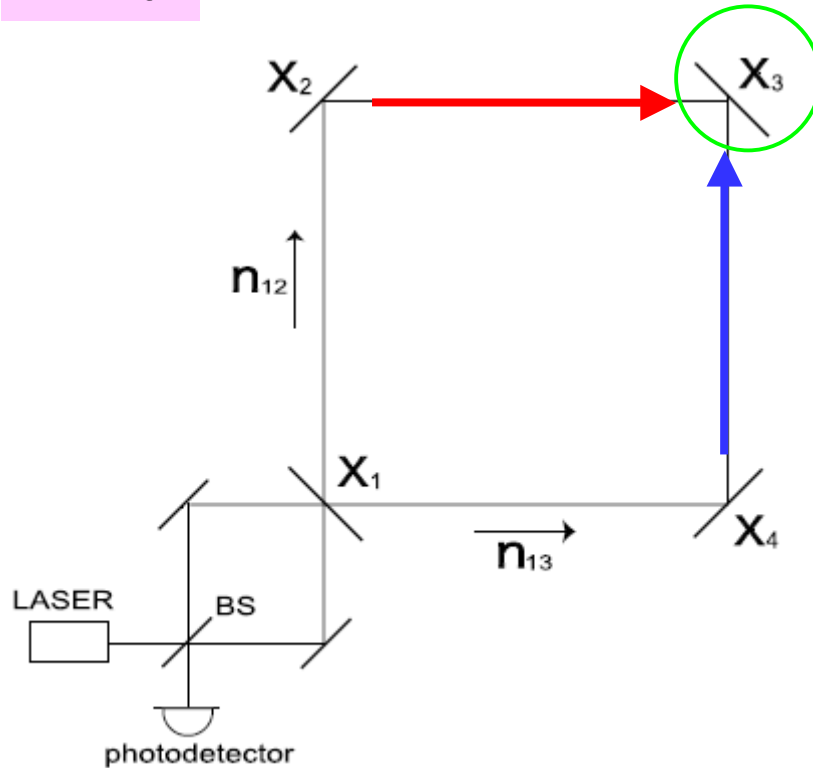
$$t = \frac{L}{c}$$



低周波に感度はないが、  
狭帯域で重力波が増幅され、かつ、  
変位雑音がキャンセルするデザイン

# シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI

$$t = 2 \frac{L}{c}$$

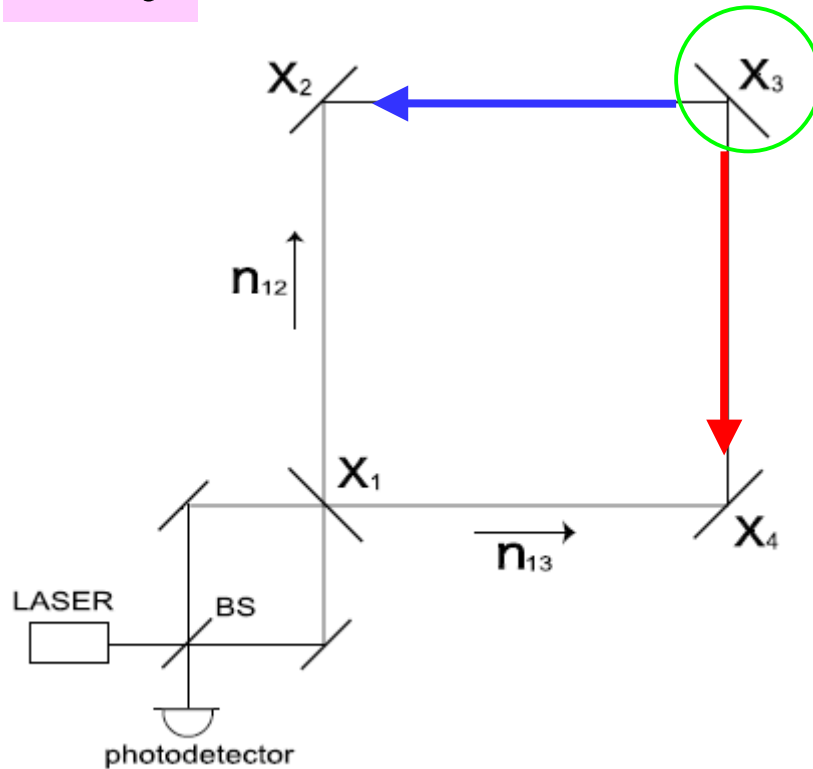


低周波に感度はないが、  
狭帯域で重力波が増幅され、かつ、  
変位雑音がキャンセルするデザイン

- $X_3$  の変位雑音はキャンセル

# シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI

$$t = 3 \frac{L}{c}$$

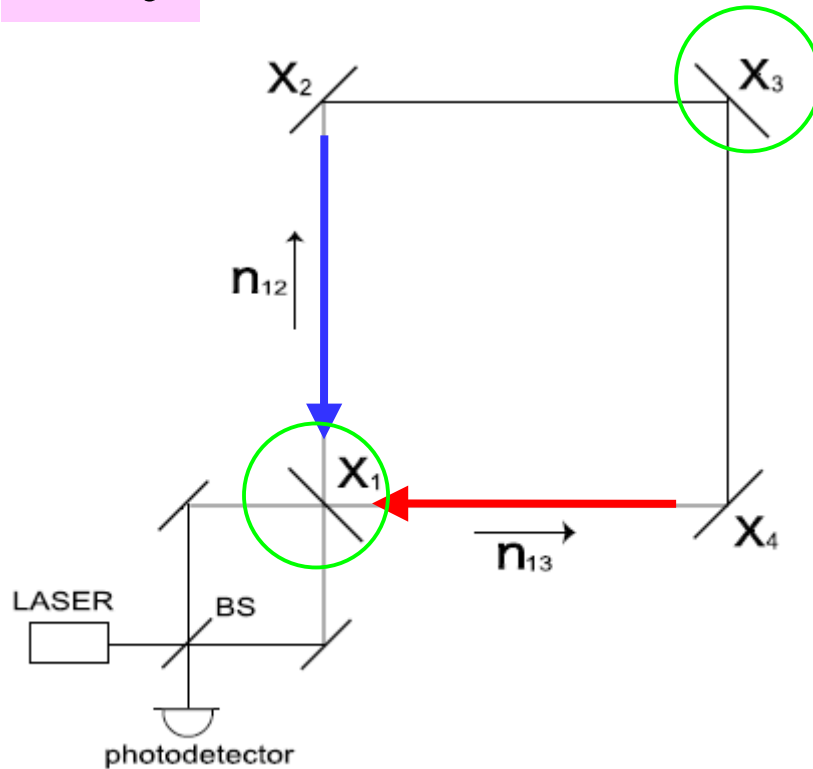


低周波に感度はないが、  
狭帯域で重力波が増幅され、かつ、  
変位雑音キャンセルするデザイン

- $X_3$  の変位雑音はキャンセル

# シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI

$$t = 4 \frac{L}{c}$$



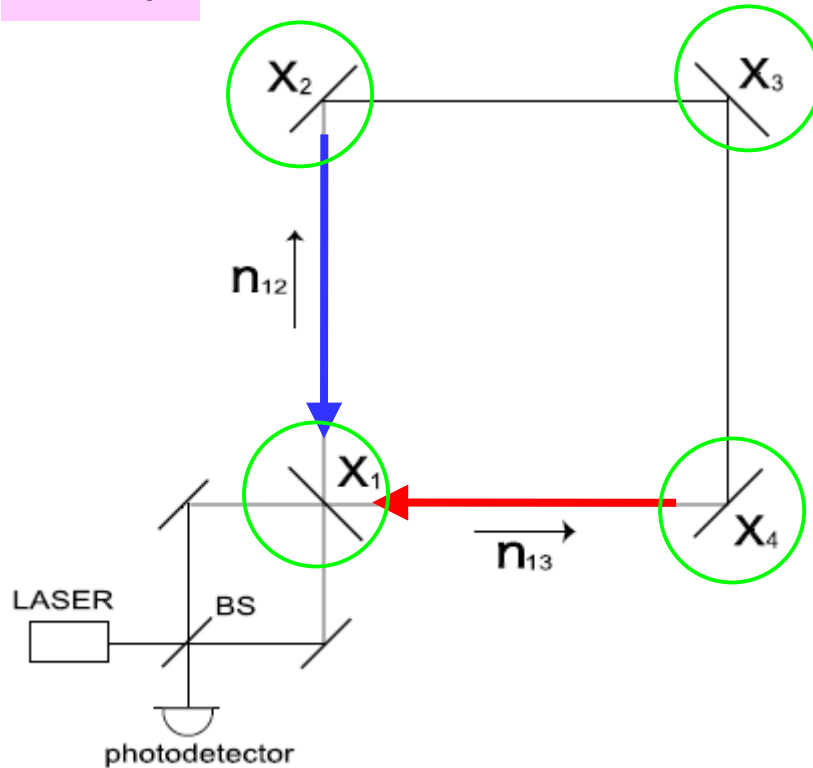
低周波に感度はないが、  
狭帯域で重力波が増幅され、かつ、  
変位雑音がキャンセルするデザイン

- $X_3$  の変位雑音はキャンセル
- $X_1$  の変位雑音はキャンセル



# シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI

$$t = 4 \frac{L}{c}$$

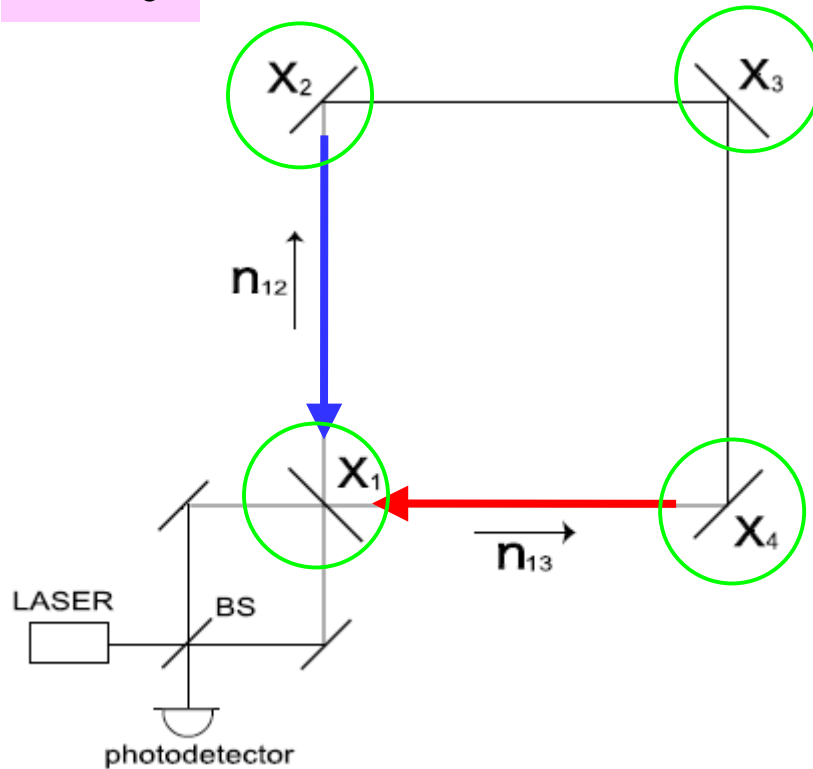


低周波に感度はないが、  
**狭帯域で重力波が増幅され**、かつ、  
**変位雑音がキャンセルする**デザイン

- $X_3$  の変位雑音はキャンセル
- $X_1$  の変位雑音はキャンセル
- $X_2$  と  $X_4$  の変位雑音は  
 $f = n \frac{c}{2L}$  ならばキャンセル

# シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI

$$t = 4 \frac{L}{c}$$



低周波に感度はないが、  
**狭帯域で重力波が増幅され**、かつ、  
**変位雑音がキャンセルする**デザイン

- $X_3$  の変位雑音はキャンセル
- $X_1$  の変位雑音はキャンセル
- $X_2$  と  $X_4$  の変位雑音は

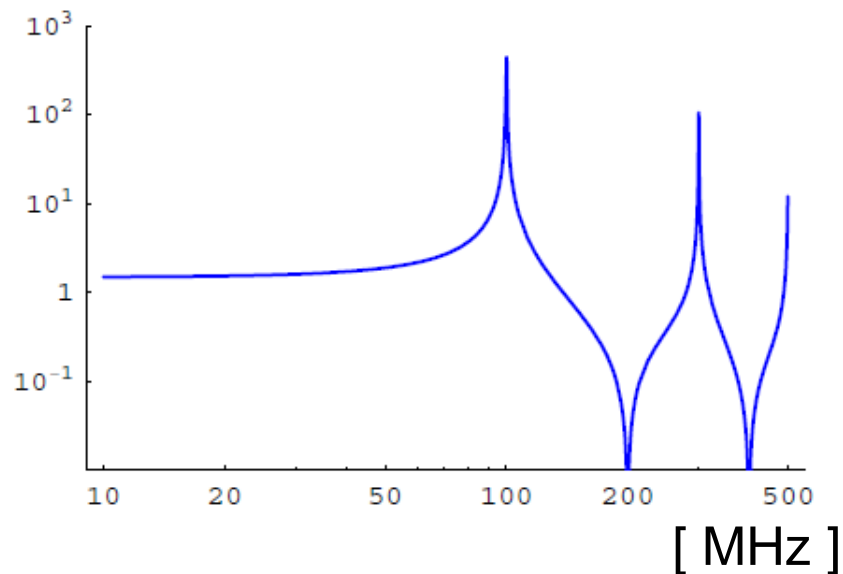
$$f = n \frac{c}{2L} \quad \text{ならばキャンセル}$$

- 重力波シグナルは

$$f_{gw} = (2n-1) \frac{c}{2L} \quad \text{ならば共振する}$$

➡  $n = 1$  (100 MHz ならば  $L = 1.5 \text{ m}$ ) と選べばよい

# 重力波応答と変位雑音

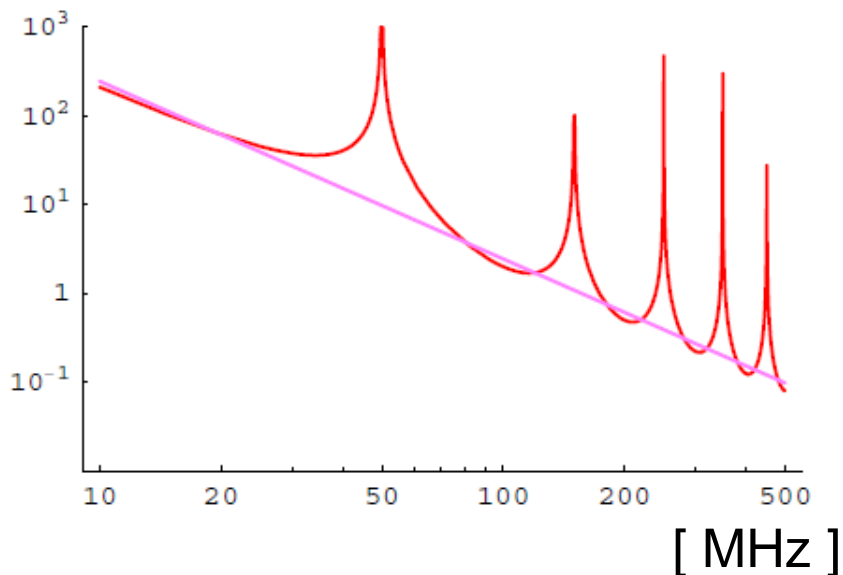


## 重力波応答

キャビティの 1st FSR ピークは 50 MHz.

フィネス~3000.

$$f_{gw} = (2n-1) \frac{c}{2L} \quad \text{で共振}$$



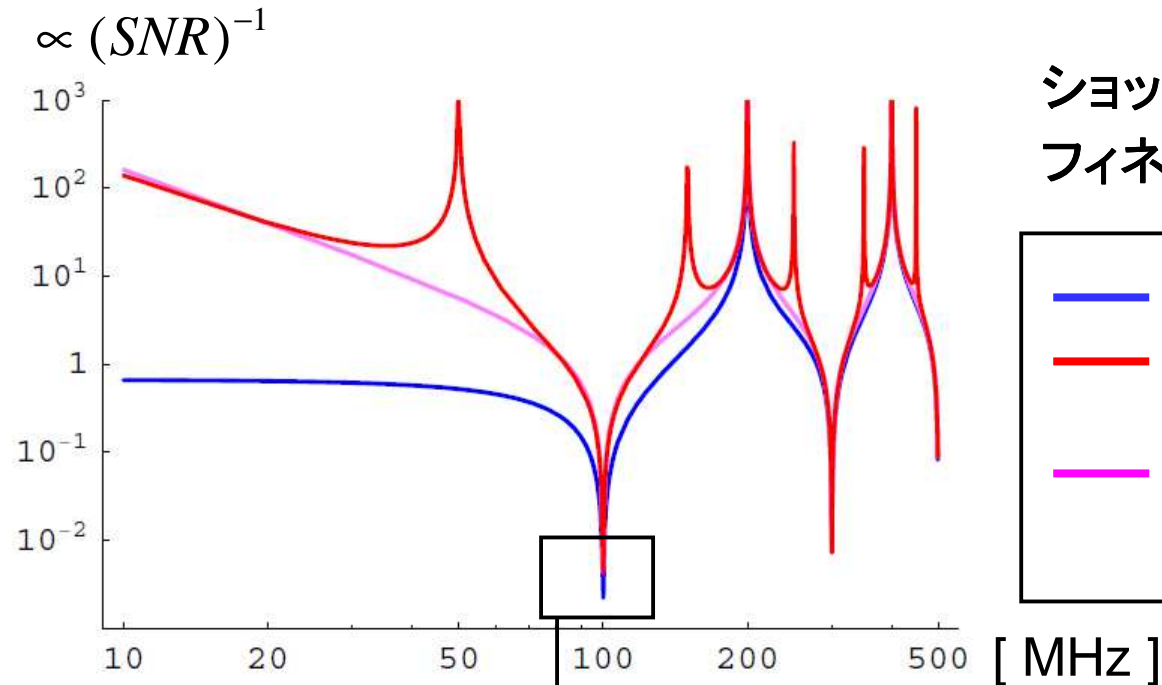
## 変位雑音

$f^{-2}$  の変位雑音を仮定.

- キャビティ部分の変位雑音
- Sagnac 部分の変位雑音

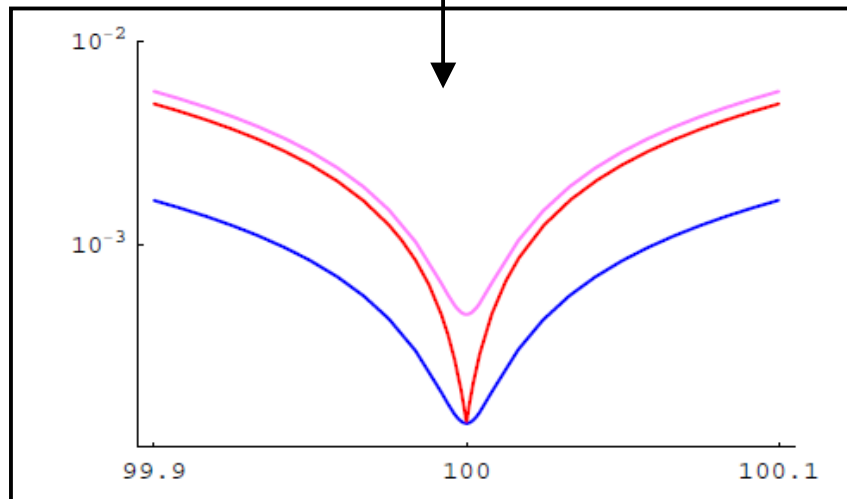
$$f = n \frac{c}{2L} \quad \text{でキャンセル}$$

# (相対) 感度曲線



ショット雑音 < 変位雑音を仮定  
 フィネス ~ 3000.

- ショット雑音のみ
- キャビティ部分の変位雑音  
+ ショット雑音
- Sagnac 部分の変位雑音  
+ ショット雑音



キャビティの変位雑音は  
 ほとんど効かず、  
 Sagnac 部分の変位雑音で  
 リミットされている。

# まとめ

- **DFI の原理**: 低周波以外では重力波と変位雑音の応答は異なる。
- **3D 双方向 MZI**: 現実的に実現可能な DFI デザイン。  
しかし、干渉計サイズより低周波側では  $f^{-2}$  の感度。
- **FP キャビティ DFI**: 低周波に感度をもつ DFI をキャビティを用いて構成しようとしたがすべて失敗。  
もうダメそう、、、
- 代わりに、高周波において、狭帯域だがキャビティを用いた **シンクロナス・リサイクリング型キャビティ DFI** を考案。  
重力波シグナルを増幅させつつ、かつ、変位雑音は増幅しないのでフィネスを高めることで高感度を実現できる。
- DFI の低周波側の感度が  $f^{-2}$  になる事の一般的な証明は出来ないか？

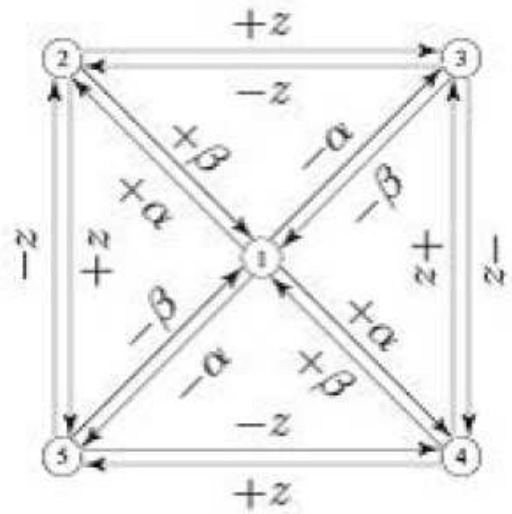


# DFI の低周波での感度限界

# キャビティーなしデザイン

Y.Chen & S.Kawamura,  
PRL 96,231102 (2006)

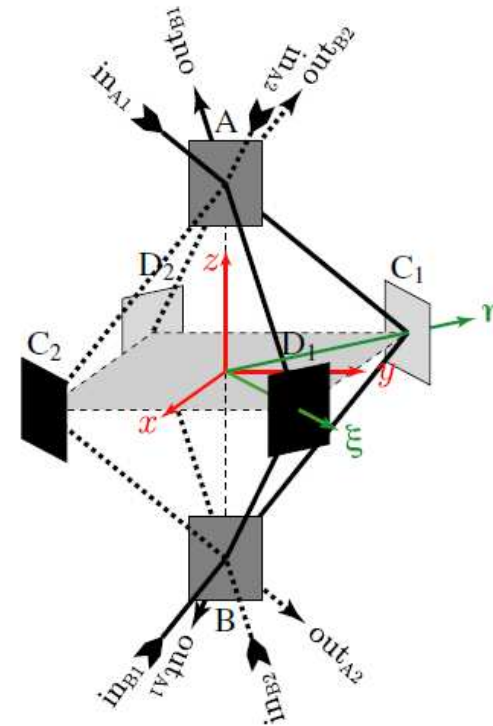
## 2D 5-detector



低周波での感度  $\propto f^{-3}$

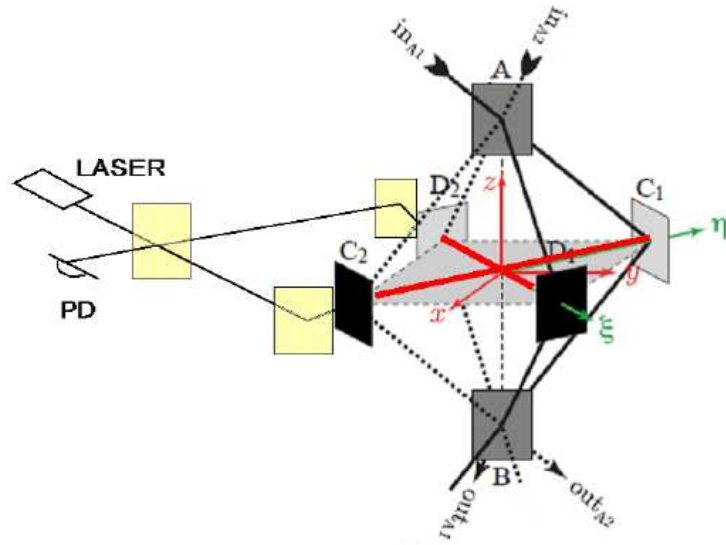
Y.Chen et al.,  
PRL 97, 151103 (2006)

## 3D 双方向 MZI



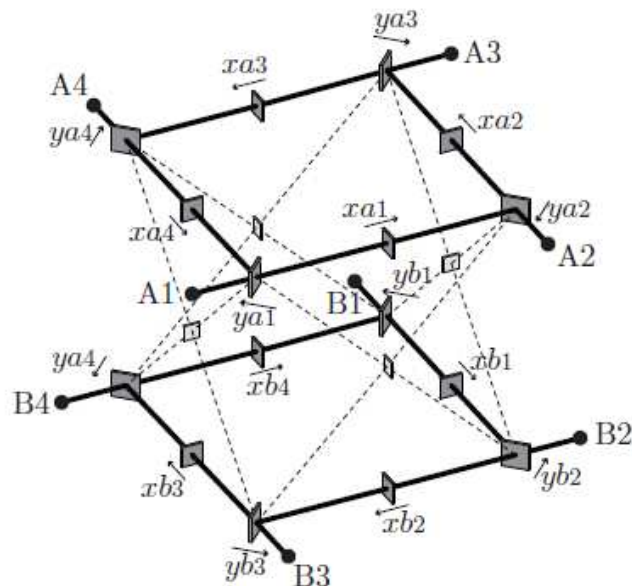
低周波での感度  $\propto f^{-2}$

# キャビティーあり (その他の案)



## Nishizawa デザイン

- 3D-MZI の中段をキャビティーとして用いる。MZI は双方向ではない。
- 左側3枚のミラーの変位雑音は消していない。
- それらの変位雑音を無視したとしても低周波数帯でやはり  $\propto f^{-2}$  の感度。



## Sato デザイン

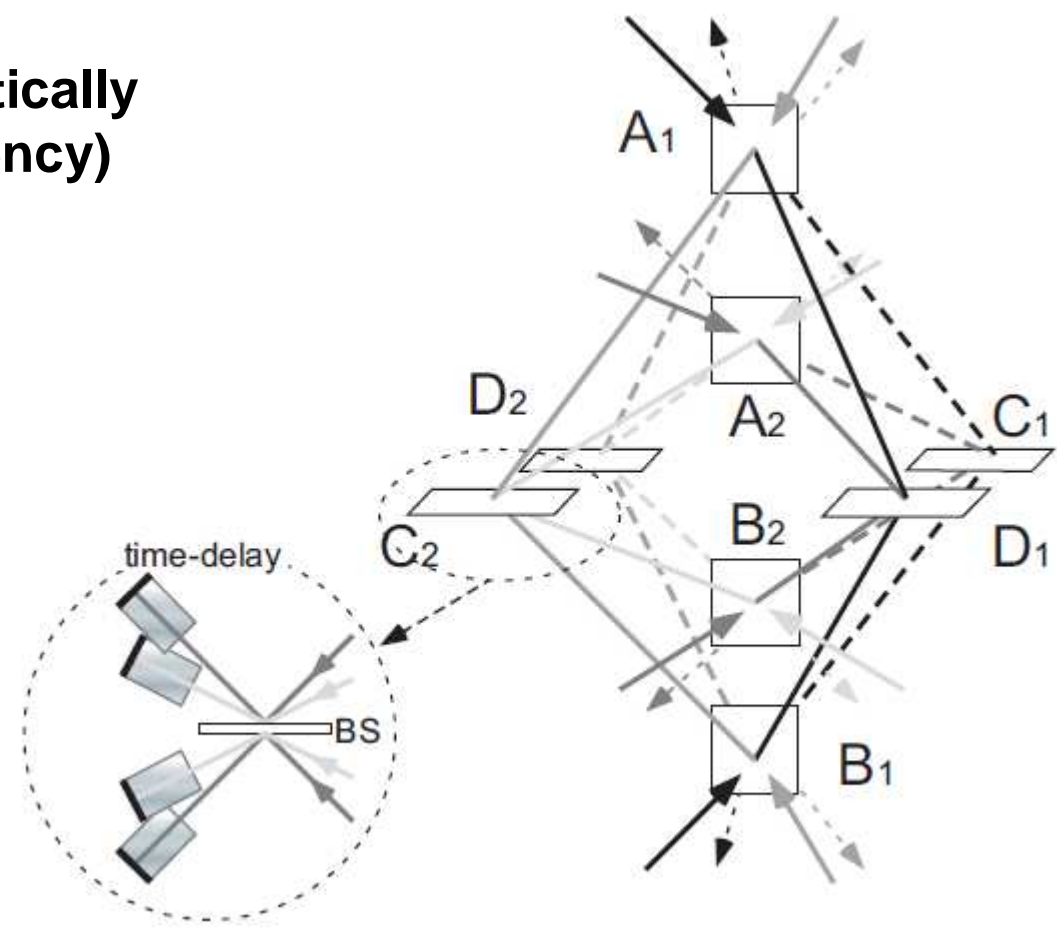
- 図はキャビティー入ってないが、入れた場合も計算済み。
- 低周波数帯でやはり  $\propto f^{-2}$  の感度。(まだ議論はあるが、、、)



# その他の DFI

K.Somiya et al. , gr-qc/0610117

- EIT (Electromagnetically Induced Transparency) による時間遅れを利用する。



# 2つの SRI を用いたキャビティ DFI

