

LTSpice を用いた伝達関数の計算及びステップ計算

東京大学理学系研究科天文学専攻 M1 ちんたん

2011/4/15
chen2011041501*

1 目的

回路シミュレーションソフト LTSpice を用いて、好きな回路の伝達関数の計算を行うことを第一の目的とし、回路中のある定数（例えばある抵抗の値）を変化させ、それぞれの値での計算を行うことを第二の目的とする。ちなみにこれをステップ解析というらしい。

2 伝達関数

伝達関数とは、入力に対して出力がどうなっているかを周波数ごとに表したものである。ある回路群があり、それには入力端子と出力端子があるとする。入力端子に各周波数の $\sin$ 波を入れ、その出力を見ていけばよい。LTSpice にはこれを簡単にできるシステムがある。「AC Analysis」というものだ。「Edit-SPICE Analysis」でその設定を行うことができる。（もちろん初回のみは「Run」ボタン、二回目からは回路上の「.ac oct 10 1 1k」などを右クリックすることでも設定を行うことができる。）

実際の例を以下に示す。

*ChenDan が書いたレポート中の固有番号

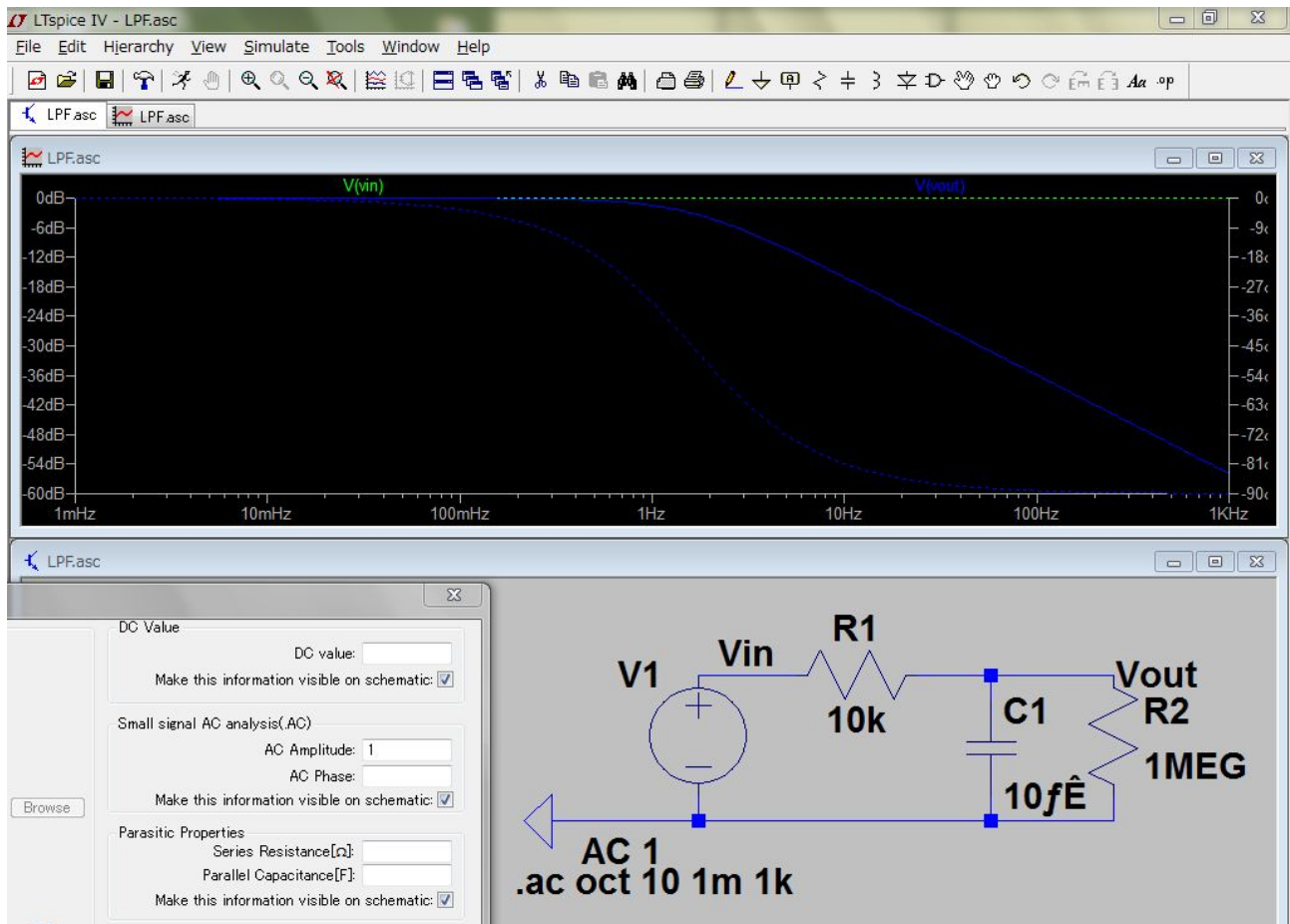


図 1: ローパスフィルターのシミュレーション回路 (下) とその結果 (上)。左下のウィンドウは入力信号（電源）の設定である。

これはローパスフィルターをシミュレーションする簡単なプログラムである。

まずは回路図の説明を行う。10kΩ の抵抗と 10μF のコンデンサーがある。抵抗の片側 [Vin のラベル] には電源がつながっていて、これが入力となる。抵抗とコンデンサーの間 [Vout のラベル] が出力になっている。（ここにコンデンサーと並列に抵抗 1MEGAΩ があるがこれは必要ないかもね。）入力信号を担っている電源 V1 であるが、この中の設定が画像左下である。[Small signal AC analysis] の [AC Amplitude] に 1 とある。これは交流解析を行うにあたって、その入力信号の振幅を 1V にしたということである。そしてシミュレーション命令である [.ac oct 10 1m 1k] は [交流解析] を行い、その横軸の振り方は [オクターブ (log 的?)] で、1 オクターブごとの計算点が [10 点] で、周波数は [1mHz] から [1kHz] までの計算を行うということを表している。横軸の振り方は他に 10 ごととか線形とかがある。

次に結果について。結果に表示されているのは Vin と Vout の点の大きさと位相である。なお全部 Vin を基準にした dB や位相角であるから、Vin の大きさ、位相は常に 0dB, 0 度である。実線は左軸の大きさと、点線は右軸の位相である。Vout の大きさが 1Hz あたりから落ちてきていることがわかる。

このようにして各回路の伝達関数を調べることができる。

ただ疑問も少しある。例えば、もし入力電源を二つにした場合には出力の基準はどちらをとることになるのかとかである。

3 ステップ解析

この section では回路中の定数（抵抗値とか容量値とか）をいくつかに変化したときの結果をどうしたら見られるかを説明する。

先と同じような LPF 回路を例にしてみる。

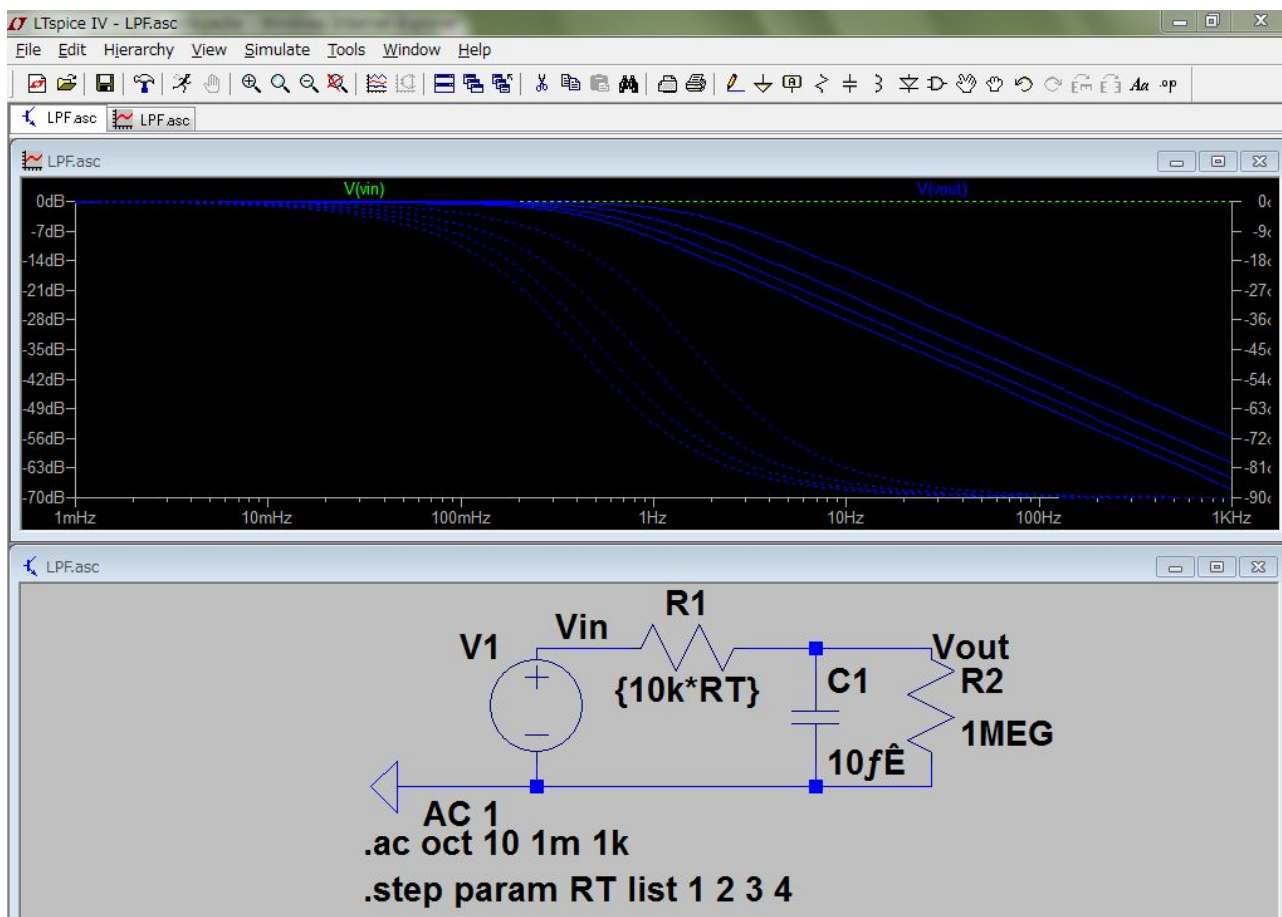


図 2: ローパスフィルターのシミュレーション回路 (下) とその結果 (上)。抵抗値を 10k, 20k, 30k, 40k と変化させる。

先と変えたのは、抵抗 ($R1$) の値に $[10k \cdot RT]$ と入力した点と、[SPICE Directive](.op ボタン) から [.step param RT list 1 2 3 4] を入力し書き込んだ点である。抵抗の値のは必要である。中身の $[RT]$ は変数で [.step] でこれを $[1 \ 2 \ 3 \ 4]$ と振っている。

結果を見ると出力の線 (青) が 4 組ある。これがそれぞれの抵抗値に対応している。

AppendixA ローパスフィルターの解析的解法

面倒なので回路図は書かない。記号の定義は概ね先の回路図にしたがい、 R, C, V_{in}, V_{out}, i とする。虚数単位は j とする。キルヒホッフ的な式を立てると以下の様になる。

$$V_{in} - V_{out} = iR \quad (1)$$

$$V_{out} - 0 = \frac{i}{j\omega C} \quad (2)$$

これを連立させて電流 i を消すと、

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (3)$$

ゲイン [dB] は次のように表される。

$$x[dB] = 20 \log \frac{|V_{out}|}{|V_{in}|} \quad (4)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (5)$$

次に位相を式で表す。

$$V_{out} = \frac{1}{1 + j\omega RC} V_{in} \quad (6)$$

$$= \frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2} (1 - j\omega RC) V_{in} \quad (7)$$

よって、

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\text{Im} \left(\frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2} (1 - j\omega RC) \right)}{\text{Re} \left(\frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2} (1 - j\omega RC) \right)} \quad (8)$$

$$= -\tan^{-1} \omega RC \quad (9)$$

上記のゲイン [dB]、位相をそれぞれグラフにしてみた。($CR = 0.1[s]$)

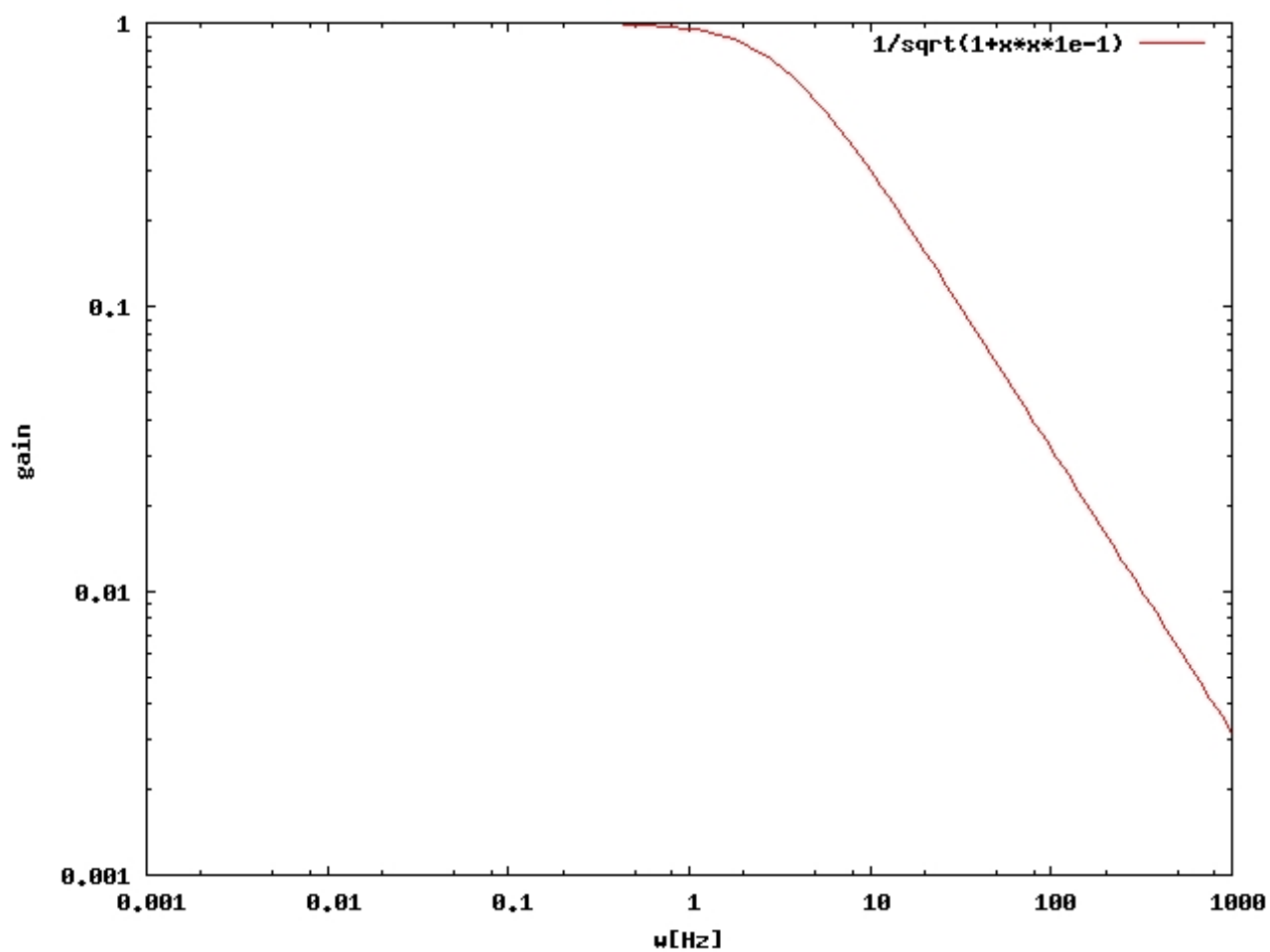


図 3: ゲイン

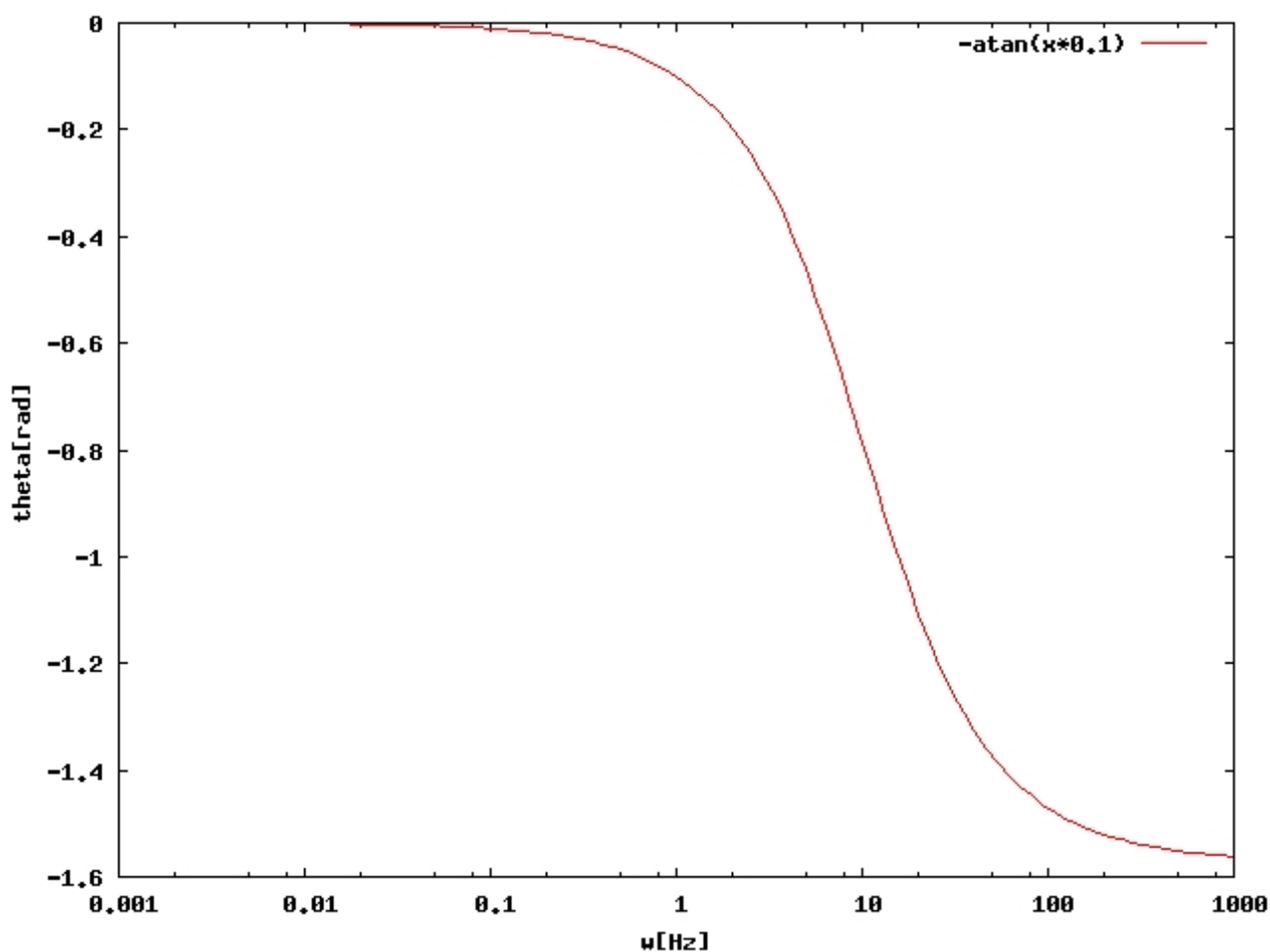


図 4: 位相

AppendixB dB とはなにか

dB とは簡単にいうと、ある値 A を基準に他の値 B, C, D を表す単位である。説明は以下の式に集約される。

$$x[\text{dB}] = 10 \log \left(\frac{B[\text{V}]}{A[\text{V}]} \right)^2 \quad (10)$$

$$= 20 \log \frac{B[\text{V}]}{A[\text{V}]} \quad (11)$$

ときに dBV などの単位を見ることがある。これは基準となる A を 1V に設定したものである。

以下に簡単な変換表を示しておく。

表 1: dB 変換表

$x[\text{dB}]$	B/A	$x[\text{dB}]$	B/A
-40	1/100	20	10
-30	1/30	30	30
-20	1/10	40	100
-10	1/3	50	300
0	1	60	1000
6	2	70	3000
10	3	80	10000