

誘電体を使用して静電アクチュエーターの力を大きくすることができるか

東京大学理学系研究科天文学専攻 M1 ちんたん

2011/01/05
chen2011010502*

1 概要

2011 年 1 月現在の静電アクチュエータの出せる力は自由落下実験時に想定される残留重力から考えると、小さい。これを大きくしたい。本レポートは極板に誘電体チタン酸バリウム BaTiO_3 をコーティングすることで、アクチュエータ力がどれくらい大きくなるかを計算した。結果としては金属マスと極板間の距離を 1mm にして、誘電体を 0.9mm 極板に塗った場合（つまりすき間は 0.1mm）には、アクチュエータ力は誘電体を塗らない場合の 10^{-5}N から 10^{-3}N に上昇した。この誘電体膜はマスが極板に触れるのを防ぐ作用もある。ただ問題としては、誘電体の薄膜は精度良く塗れるか、インジェクション電圧への影響はあるのか、などが考えられる。

2 コンデンサー容量の計算

まずは異なる種類の誘電体がいくつか平行板コンデンサー間にあったときのコンデンサー容量を求める。面積 S の平行板コンデンサーの両極板の間の厚さ $d_1, d_2, \dots, d_n$ 、誘電率 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ の誘電体板でみたされているときの静電容量を求める。

両極板に面密度 $\pm\sigma$ の真電荷を与える。すると、電束密度 D は

$$\sigma = D = \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2 = \dots = \varepsilon_n E_n \quad (1)$$

となる。よって、それぞれの誘電体中での電場 E は次のように計算できる。

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_1}, E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_2}, \dots, E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_n}, \quad (2)$$

これより両極板の間の電圧差 V は、

$$V = E_1 d_1 + E_2 d_2 + \dots + E_n d_n \quad (3)$$

$$= \sigma \left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\varepsilon_n} \right) \quad (4)$$

となる。これより静電容量 C は

$$C = \frac{\sigma S}{V} \quad (5)$$

$$= \frac{S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\varepsilon_n}} \quad (6)$$

となる。

*ChenDan が書いたレポート中の固有番号

次に今回の問題に適した形にする。今回はコンデンサーの間に入るのは二種類の物質、つまり空気（真空）と誘電体である。これらの厚さをそれぞれ d_0, d_r 、誘電率を $\varepsilon_0, \varepsilon_r \varepsilon_0$ として静電容量 C を計算すると以下の様になる。

$$C = \frac{S}{\frac{d_0}{\varepsilon_0} + \frac{d_r}{\varepsilon_r \varepsilon_0}} \quad (7)$$

$$= \frac{\varepsilon_0 S}{d_0 + \frac{d_r}{\varepsilon_r}} \quad (8)$$

3 静電アクチュエータによる力

静電アクチュエータで発生する力がどれくらいになるかを計算する。変調は考えない。

方針としては極板間に蓄積される静電エネルギーを求め、その微分をとることで、力を求める。

まず静電エネルギー U は、

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \quad (9)$$

である。 C を代入してみると、

$$U = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 S}{d_0 + \frac{d_r}{\varepsilon_r}} V^2 \quad (10)$$

となる。ここで微分をとって力を求める。今回考えているのはマスがちょっと動いて、極板との距離が縮んだ（広がった）ときにどのような力が働くかであるので、微分変数は空気の層の厚さ d_0 である。よって力 f は次のように計算できる。

$$f = \frac{\partial U}{\partial d_0} \quad (11)$$

ここで力学のようにマイナス符号が付かないのは負電荷を考えているため（?）。これを計算する。

$$f = -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon S}{\left(d_0 + \frac{d_r}{\varepsilon_r}\right)^2} V^2 \quad (12)$$

この結果から誘電体の比誘電率 ε_r を非常に大きくすれば、アクチュエータ力は単順に空気の層の厚さ d_0 の2乗に依存してくる。これは誘電体を入れない場合と同じであるが、誘電体を入れた場合ではマスと極板の接触を気にする必要がなく、 d_0 を小さくすることができる。

4 値を代入してみた

実際にどれくらいの力が加わるのかをみるために、値を代入してみた。以下の値を使用した。

$$d_0 + d_r = 1[mm] = 1.0 \times 10^{-3}[m] : \text{金属マスと極板間の距離} \quad (13)$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}[F/m] : \text{真空の誘電率} \quad (14)$$

$$\varepsilon_r = 1000 : \text{チタン酸バリウムの室温での比誘電率} \quad (15)$$

$$S = 18[mm] \times 62[mm] = 1116[mm^2] = 1.116 \times 10^{-3}[m^2] : \text{極板の面積} \quad (16)$$

$$V = 100[V] : \text{印加電圧} \quad (17)$$

まず、誘電体が無い場合 ($d_0 = 1[mm], d_r = 0[mm]$) の力は、

$$f = -4.9 \times 10^{-5}[N] \quad (18)$$

となる。次に誘電体チタン酸バリウムを厚さ $d_r = 0.9[mm]$ だけ塗った場合 ($d_0 = 0.1[mm]$) は、

$$f = -4.9 \times 10^{-3}[N] \quad (19)$$

となる。

5 まとめ

誘電体をマスに塗ることで絶縁させたまま、仮想的にマスと極板間の距離を縮めることができる。これを利用して、金属マスと極板間の距離を 1mm に保ったままで誘電体を 0.9mm だけ塗った場合ではアクチュエータ力は 100 倍 (数 mN) になった。今回塗ったのはチタン酸バリウムで、これは比誘電率が高いとして知られていて、実際のコンデンサーの誘電体として使われている。他にもチタン酸ストロンチウム SrTiO_3 が室温で $\epsilon_r = 300$ だったりして、使えそうな誘電体は結構ありそう。