

回路計算

東京大学理学系研究科天文学専攻 M1 ちんたん

2011/01/05
chen2011010501*

1 出力側に共振回路を組んだ場合

共振用コンデンサーを入れたときの回路を考える。まずは出力側を共振回路にした場合を考える。

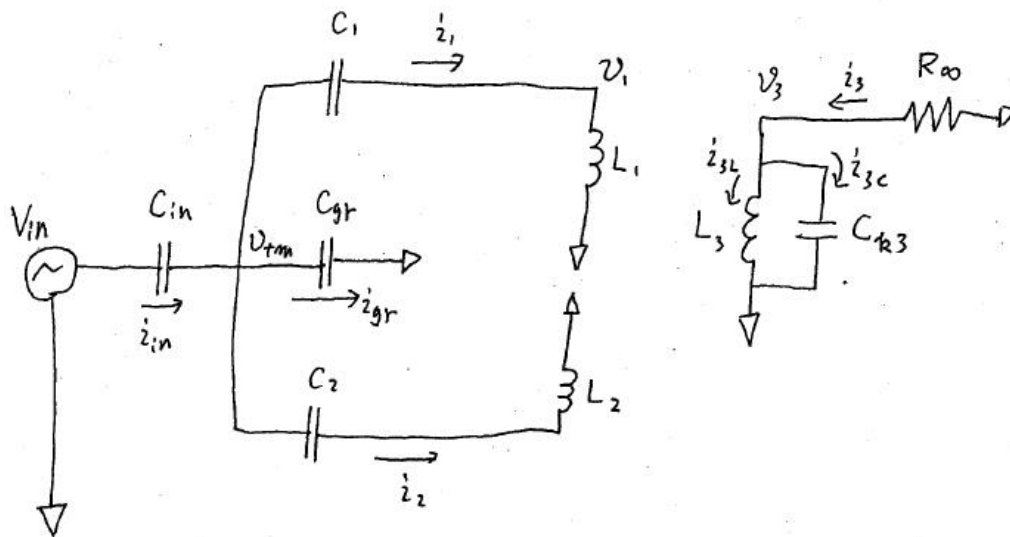


図 1: 出力側に共振回路を組んだときの回路

*ChenDan が書いたレポートの中の固有番号

以下のような式を立てた。

$$v_{tm} = \frac{i_1}{j\omega C_1} + j\omega L_1 i_1 + j\omega M_{12} i_2 + j\omega M_{13} i_{3L} \quad (1)$$

$$v_{tm} = \frac{i_2}{j\omega C_2} + j\omega L_2 i_2 + j\omega M_{12} i_1 + j\omega M_{23} i_{3L} \quad (2)$$

$$v_3 = j\omega L_3 i_{3L} + j\omega M_{13} i_1 + j\omega M_{23} i_2 \quad (3)$$

$$v_3 = -i_3 R_\infty \quad (4)$$

$$v_{tm} = \frac{i_{gr}}{j\omega C_{gr}} \quad (5)$$

$$v_{in} = v_{tm} + \frac{i_{in}}{j\omega C_{in}} \quad (6)$$

$$i_{in} = i_{gr} + i_1 + i_2 \quad (7)$$

$$v_3 = \frac{i_{3C}}{j\omega C_{k3}} \quad (8)$$

$$i_3 = i_{3L} + i_{3C} \quad (9)$$

$$M_{12} = -L \quad (10)$$

$$M_{13} = L \quad (11)$$

$$M_{23} = -L \quad (12)$$

$$L = L_1 = L_2 = L_3 \quad (13)$$

$$C_1 = C_0 + \delta C \quad (14)$$

$$C_2 = C_0 - \delta C \quad (15)$$

$$i_1 = i_0 + i_t \quad (16)$$

$$i_2 = i_0 - i_t \quad (17)$$

$$C_{in} = C_0 \quad (18)$$

$$C_0 \ll C_{k3} \quad (19)$$

ここで最後の近似は共振用コンデンサーが $6.3 \times 10^{-10} F$ でセンサー用コンデンサーが $10^{-11} F$ であることから。以下では近似を行うとき、いくつかのパラメータの大体の値が必要になってくる。そこでここにその大体の値を記しておく。

$$L = 5 \times 10^{-3} [H] \quad (20)$$

$$C_0 = 10^{-11} [F] \quad (21)$$

$$C_{k3} = 6.3 \times 10^{-10} [F] \quad (22)$$

以下では $10^{-2} \ll 1$ として近似を行う。式 (1),(2) に近似を使用し、式 (3),(4),(8),(9) をまとめて、近似を行った。

$$v_{tm} = \frac{i_0 + i_t}{j\omega(C_0 + \delta C)} + j\omega L(i_0 + i_t) - j\omega L(i_0 - i_t) + j\omega L i_{3L} \quad (23)$$

$$v_{tm} = \frac{i_0 - i_t}{j\omega(C_0 - \delta C)} + j\omega L(i_0 - i_t) - j\omega L(i_0 + i_t) - j\omega L i_{3L} \quad (24)$$

$$0 = \frac{i_{3L} R_\infty}{1 + j\omega C_{k3} R_\infty} + j\omega L i_{3L} + j\omega L(i_0 + i_t) - j\omega L(i_0 - i_t) \quad (25)$$

ここでの変数を i_0, i_t, i_{3L} と見て、方程式を求める。

$$C_0^2 \gg \delta C^2 \quad (26)$$

という近似を行う。

$$v_{tm} = \frac{C_0 - \delta C}{j\omega C_0^2} i_0 + \left(\frac{C_0 - \delta C}{j\omega C_0^2} + 2j\omega L \right) i_t + j\omega L i_{3L} \quad (27)$$

$$v_{tm} = \frac{C_0 + \delta C}{j\omega C_0^2} i_0 - \left(\frac{C_0 + \delta C}{j\omega C_0^2} + 2j\omega L \right) i_t - j\omega L i_{3L} \quad (28)$$

$$0 = 2j\omega L i_t + \left(\frac{R_\infty}{1 + j\omega C_{k3} R_\infty} + j\omega L \right) i_{3L} \quad (29)$$

次に、式 (29) から i_t を i_{3L} で表す。

$$i_t = \left(\frac{R_\infty}{2\omega^2 C_{k3} R_\infty L - 2j\omega L} - \frac{1}{2} \right) i_{3L} \quad (30)$$

次に式 (30) を式 (27),(28) に代入する。

$$v_{tm} = \frac{C_0 - \delta C}{j\omega C_0^2} i_0 + \left(\frac{C_0 - \delta C}{j\omega C_0^2} + 2j\omega L \right) \left(\frac{1}{2\omega^2 C_{k3} L} - \frac{1}{2} \right) i_{3L} + j\omega L i_{3L} \quad (31)$$

$$v_{tm} = \frac{C_0 + \delta C}{j\omega C_0^2} i_0 - \left(\frac{C_0 + \delta C}{j\omega C_0^2} + 2j\omega L \right) \left(\frac{1}{2\omega^2 C_{k3} L} - \frac{1}{2} \right) i_{3L} - j\omega L i_{3L} \quad (32)$$

なおここでは i_t の虚部と $j\omega L i_{3L}$ を比較して落とした。この二式の両辺にそれぞれ $(C_0 + \delta C)$, $(C_0 - \delta C)$ を掛けて、二式の差をとると以下のように i_{3L} を v_{tm} , δC で表すことができる。

$$i_{3L} = \frac{2j\omega^3 C_{k3} L v_{tm} \delta C}{1 - \omega^2 C_{k3} L - 2\omega^2 L C_0} \quad (33)$$

ここで以下の近似を使用した。

$$C_0^2 - \delta C^2 \simeq C_0^2 \quad (34)$$

最後に、式 (4),(8),(9) を連立させてできる次の式に i_{3L} を代入すればよい。

$$v_3 = -\frac{i_{3L}}{j\omega C_{k3}} \quad (35)$$

ここでは、

$$\frac{v_3}{R_\infty} \ll i_{3L} \quad (36)$$

という近似を使用した。以上から v_3 は次のように求まる。

$$v_3 = \frac{-2\omega^2 L v_{tm} \delta C}{1 - \omega^2 C_{k3} L - 2\omega^2 L C_0} \quad (37)$$

ここで疑問に思ったのは、出力にインジェクションの情報が含まれていない。つまりインジェクションがどんな電圧でもよい。この解答としては、インジェクション電圧の情報は v_{tm} に含まれると考えられる。

式 (37) を近似する。分母の中身は大きい順に並んでいる。二項目と三項目の間の比は大体 30 である。三項目を無視すると、

$$v_3 = \frac{-2\omega^2 L v_{tm} \delta C}{1 - \omega^2 C_{k3} L} \quad (38)$$

となり、共振周波数 $\frac{1}{\sqrt{LC_{k3}}}$ をもつような感じになる。

次に

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad (39)$$

$$\rightarrow \delta C = -\frac{\varepsilon_0 S}{d^2} \delta d \quad (40)$$

であるから、

$$v_3 = \frac{-2\omega^2 L v_{tm}}{1 - \omega^2 C_{k3} L - 2\omega^2 L C_0} \frac{\varepsilon_0 S}{d^2} \delta d \quad (41)$$

$$\simeq -\frac{2\omega^2 L v_{tm}}{1 - \omega^2 C_{k3} L} \frac{\varepsilon_0 S}{d^2} \delta d \quad (42)$$

ここで共振するように C_{k3} の値を次のようにする。

$$C_{k3} = \frac{1}{L\omega^2} = 2.0 \times 10^{-8} [F] \quad (43)$$

このようにして得られた結果（最後の近似はしない。つまり分母は三項。）をグラフに示す。（念のため $C_{k3} = 6.3 \times 10^{-10} [F]$ のときのグラフも示しておく。）

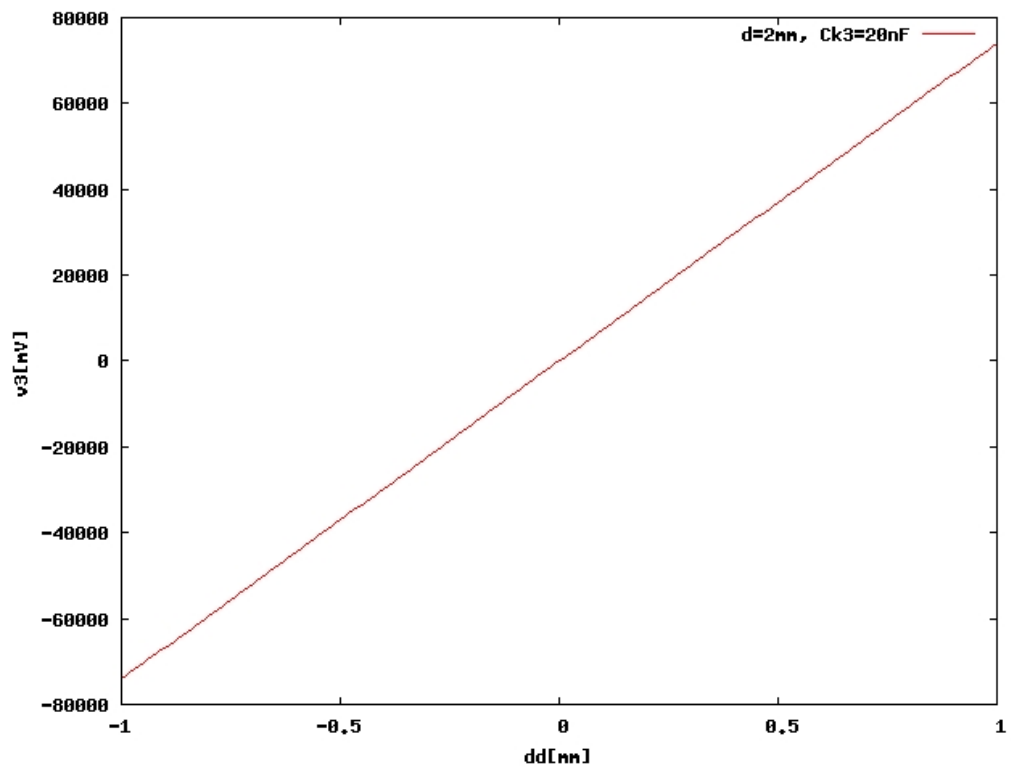


図 2: 共振したとき

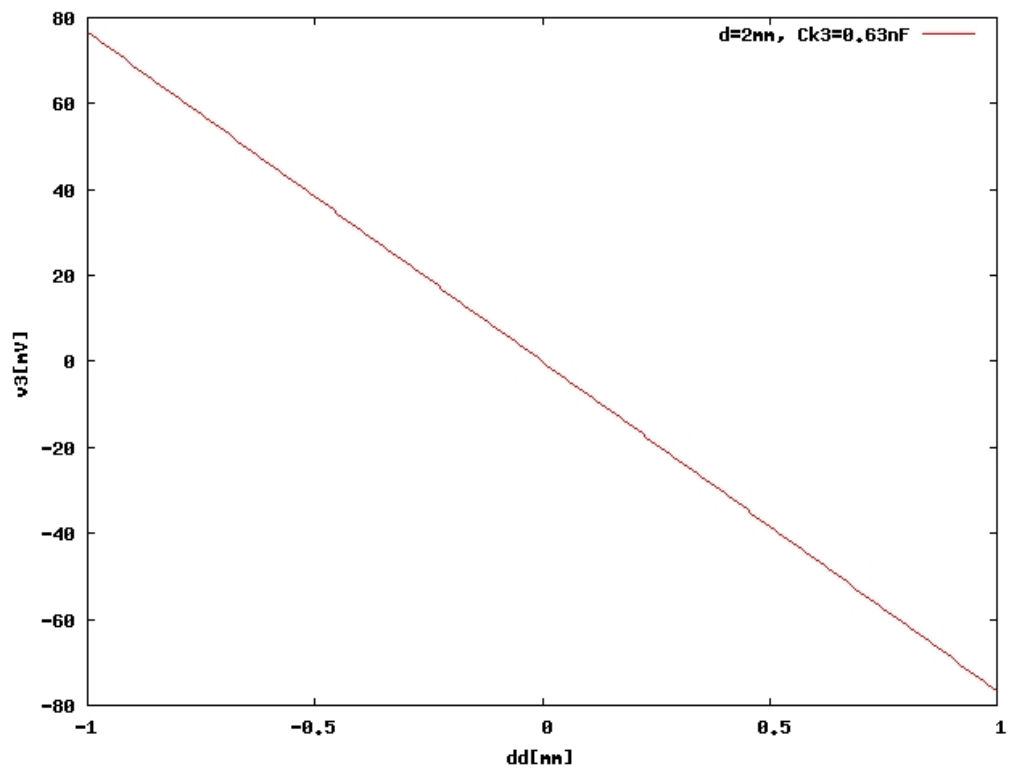


図 3: 共振していないとき

なお計算にいったパラメータは以下の通りである。(SI 単位)

$$L = 5.0e - 3 \quad (44)$$

$$v_{tm} = 300.0 \quad (45)$$

$$C_0 = 1.0e - 11 \quad (46)$$

$$e_0 = 8.85419e - 12 \quad (47)$$

$$S = 1.116e - 3 \quad (48)$$

$$d = 2.0e - 3 \quad (49)$$

$$w = 1.0e5 \quad (50)$$