

第1章 特殊相対論の基礎

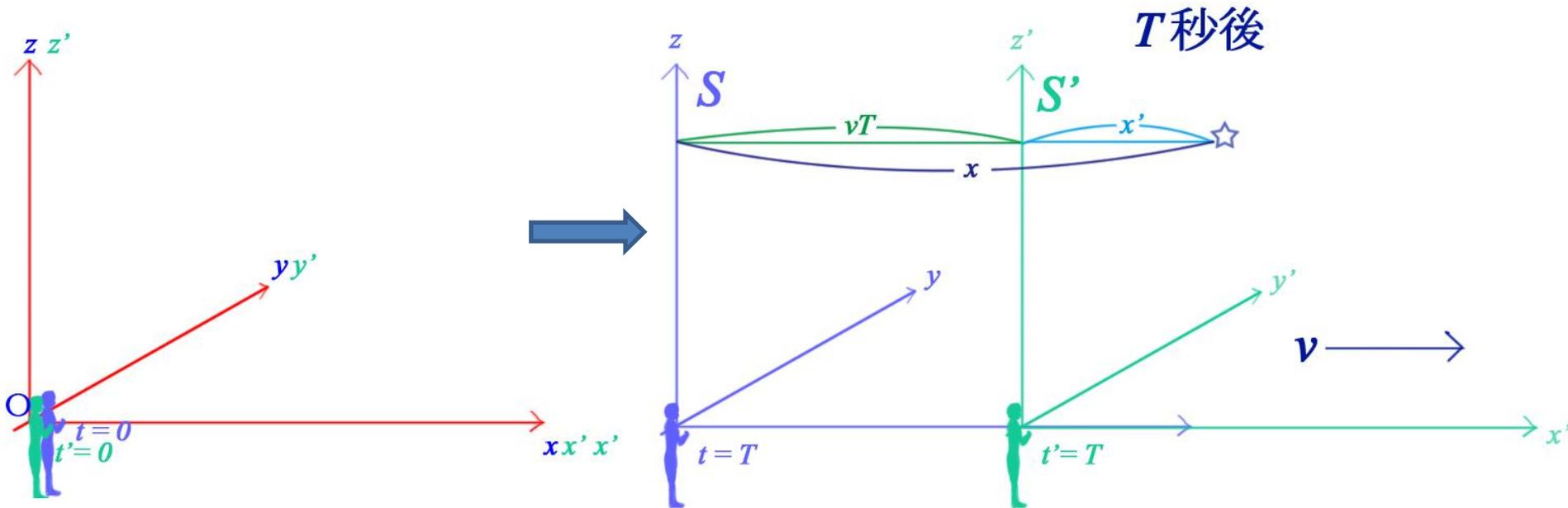
ガリレイの相対性原理

Newton力学の3つの法則→

- 1、外力が作用していないとき、すべての物体は静止または、等運動し続ける
- 2、外力が作用しているとき、物体の加速度は外力に比例する
- 3、作用と反作用の大きさは等しく、向きは逆向きである

1については**慣性の法則**と呼ばれ、この法則が成立している座標系を**慣性系**と呼ぶ

が、実際に外力が全く作用していない物体を用意するのは現実的に不可能



上の図より、以下の関係が成り立つ

$$x' = x - vT \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t = t'$$

これより質点の速度、加速度は $\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$, $\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt}$, $\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt}$,

$$\frac{d^2x'}{dt'^2} = \frac{d^2x}{dt^2} , \quad \frac{d^2y'}{dt'^2} = \frac{d^2y}{dt^2} , \quad \frac{d^2z'}{dt'^2} = \frac{d^2z}{dt^2} \quad \text{となる}$$

ということで、外力が物体の速度とは無関係であれば、慣性系Sに関するNewtonの運動方程式は

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = \vec{f}$$

また、慣性系S'に関するNewtonの運動方程式は

$$m \frac{d^2 \vec{x}'}{dt^2} = \vec{f}'$$

となり、慣性系SでもS'でもNewtonの運動方程式は不変である。

結局、どの慣性系でも優劣なく力学の法則を記述できる

上記のように、どんな慣性系でもNewton力学の法則を全く同じように書き表せることができることを**Galileiの相対性原理**と言う

Galileiの相対性原理により、力学はこれで大丈夫だが、光や電磁気の場合は事情が違う

FaradayやMaxwellの電磁学によると光速は 3×10^8 m/s→

これは誰から見たときの速度なのか？

もし、慣性系Sのとき光速cならばS'からみれば光速はc-vとなりMaxwellの理論がそのまま成立しなくなり、そこで無数の慣性系の中でMaxwellの理論が成立するものを絶対系とよぶ



そもそも絶対系はどこにあるんですか？



全宇宙の重力Gに固定された慣性系ではないのか

なら、地上の慣性系から見れば、光速cとは異なるのではないのか？
そうすれば地球の絶対速度も測定できるはず



Michelson-Morleyの実験などから

19世紀、実験を試みたが地球の絶対速度は0になってしまった



なぜそうなるのかの研究の中で、Lorentzの収縮の仮説となるものが登場した。

物体が運動しているとき、その物体の運動方向の長さは、静止している時の長さに比べて $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍に縮むという仮説



これに対しEinsteinは、光の伝播法則はいかなる慣性系から見ても全く同じであるという主張をした

このEinsteinの主張から、すべての物理法則は、いかなる慣性系を基準にとっても、全く同じ形式で書き表されることになる

これをEinsteinの相対性原理という



光の伝播に関して前に述べたSとS'の関係式

$$x' = x - vT \quad y' = y \quad z' = z \quad t = t'$$

後にLorentz変換が登場

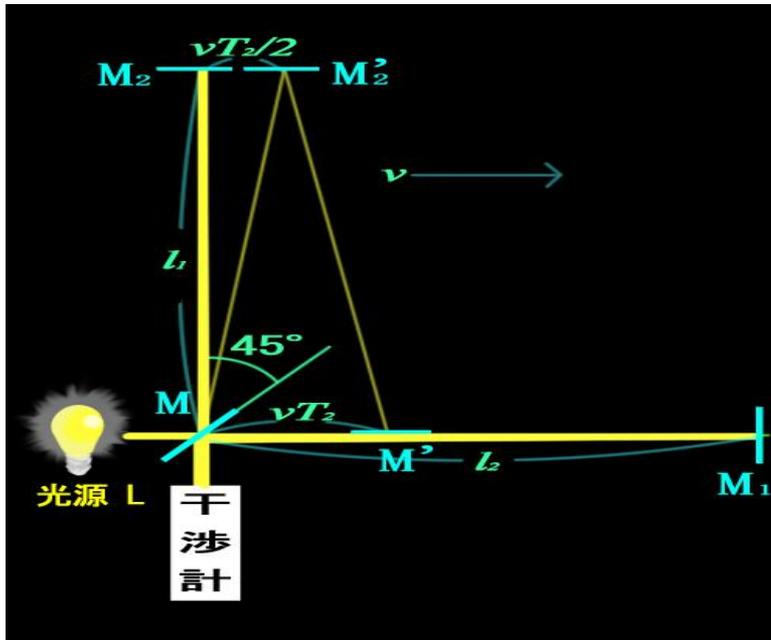
では成り立たないので新しい関係式が必要になる

真空中の光の速さは光源の運動状態に無関係であり、光の伝播は水面の波に似た性質をもっている

この原理と相対性原理をもとにして、物理全体の相対性原理に従うように書き換えた。これをEinsteinの相対性理論である。

Michelson-Morleyの実験

もし、光速が慣性系によって変化しているなら、地球の絶対速度も計測できるはずで、それを計測するために以下のような実験装置を作った



この装置により、干渉縞が生じ、光路差を求めることができるはず

理論上、

$$\text{光路差}\Delta = 2\left(\frac{l_1}{1-\beta^2} - \frac{l_2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \quad \beta = \frac{v}{c}$$

さらに鏡を時計の針と同じ方向に90°回転させると

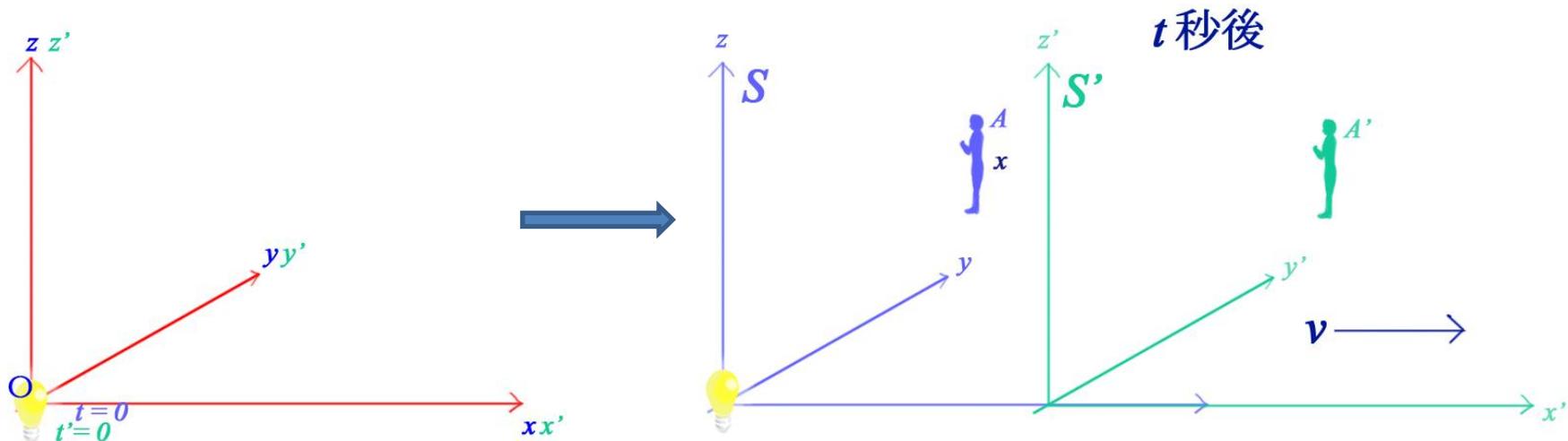
$$\text{光路差}\Delta' = 2\left(\frac{l_1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{l_2}{1-\beta^2}\right)$$

光路差に $\sigma = \Delta' - \Delta \approx -(l_1 - l_2)\beta^2$ だけ違いが生まれ、干渉縞が移動するはずだが結果は移動せず $\sigma=0$ だった

なぜ、 $\sigma=0$ となったのか説明するためにLorentzの収縮仮説が登場した

Lorentzの収縮仮説によれば Δ に関して l_1 が $l_1\sqrt{1-\beta^2}$ と書きなおせ、 Δ' に関しては l_2 を $l_2\sqrt{1-\beta^2}$ に書きなおすことができ $\sigma=0$ となる。結果として干渉縞の移動を起こらない。

Lorentz変換 (簡単な場合)



慣性系S、S'があり時刻t=0で原点O、O'は一致しているものとする。また、S'は速さvで動いている。そこで時刻t=0のとき原点で光は放たれるとするとSにいるAさんに到達した時刻をtとすれば

$$s^2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 - (ct)^2 = 0$$

また、S'にいるA'さんに到達した時刻をt'とすれば

$$s'^2 \equiv x'^2 + y'^2 + z'^2 - (ct')^2 = 0$$

という式が成り立つ

というわけで慣性系 S 、 S' の関係式は

$$t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

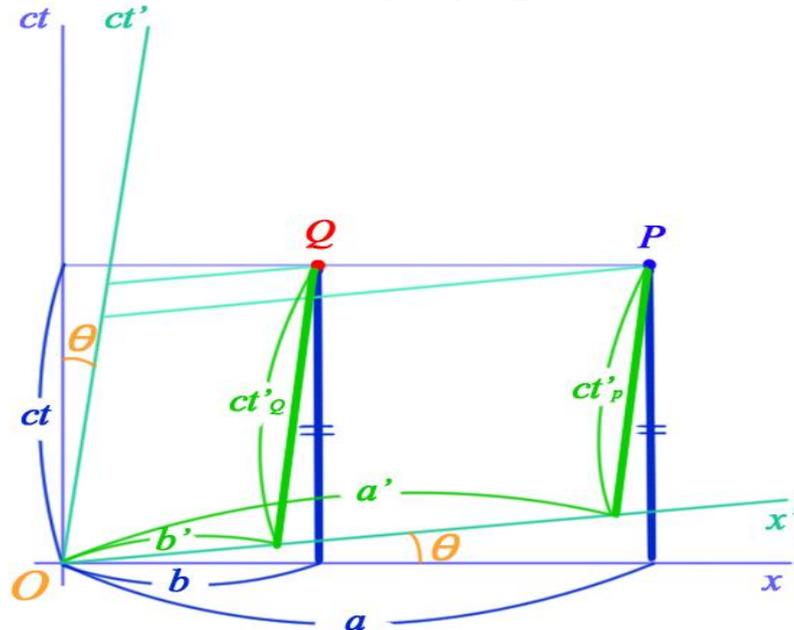
となる

Lorentz変換によって変わる概念の例

(a)同時刻の相対性

時空的に離れた2点における事件が同時刻に起きたという主張は、ある人から見れば真実だが、別の人から見れば嘘となるという

つまり、同時刻という概念は観測者の立場に依存する相対的概念であり、観測者に関係なく成立する絶対的概念ではないのだ



先程の式を図示すると左図のようになる(y,z軸は省略)

ある瞬間、ある場所で起きた事件はこの平面内の一点にあらず。相対論では時間と空間を一緒にして時空とか世界と呼び、時空内の事件を時空点とか世界点と呼ぶ。また事件が時間的に継続すれば、時空内の1本の曲線で表せられ世界線と呼ぶ。

この図からSからみて同時刻で起きた事件P,Qに関し、Sから見たP、Qの時刻と場所を $(t, x=a)$ 、 $(t, x=b)$ とし、S'から見たとき $(t_p', x'=a')$ 、 $(t_q', x'=b')$ とする

この図から

$$ct_p' = \frac{ct - \beta a}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad ct_q' = \frac{ct - \beta b}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{が求められ}$$

したがって

$$t_q' - t_p' = \frac{(a - b)\beta}{c\sqrt{1 - \beta^2}}$$

となる。また $a > b$ より S' から見れば事件 Q より事件 P の方が先に起こる事がわかる